

Manuale d'Uso
ARPIEM 2012

29 giugno 2012

BOWMA

BONZA

INDICE

1	Introduzione al metodo	1
2	Descrittori di bacino	2
3	Applicazione del metodo ARPIEM 2012	2
3.1	Valutazione delle statistiche campionarie in siti con sufficienti osservazioni	2
3.2	Incertezza delle statistiche campionarie	3
3.3	Valutazione delle statistiche regionali in siti senza dati	4
4	Calcolo della portata di progetto	8
4.1	Stima del quantile	8
4.2	Stima delle fasce di confidenza	10
5	Esempi applicativi	12
5.1	Sezione non strumentata	12
5.2	Sezione strumentata	15
	Bibliografia	17

BONIVA

BONZA

1 INTRODUZIONE AL METODO

Il metodo qui presentato per la previsione delle portate per assegnato periodo di ritorno nei bacini non strumentati si basa su uno schema recentemente proposto da Laio et al. (2011), che introduce alcune novità concettuali rispetto alle procedure precedenti. Il metodo è stato denominato *Analisi Regionale delle PIENE nei bacini Montani* (ARPIEM). La procedura adottata riprende la formulazione del classico metodo della piena indice (Dalrymple, 1960),

$$Q_T = Q_{ind} \cdot K_T \quad (1)$$

in cui la portata di progetto Q_T è rappresentata come prodotto di un fattore di scala (la piena indice, Q_{ind}), determinato a scala locale, e di un fattore di crescita K_T determinato a scala regionale e funzione del periodo di ritorno. La piena indice utilizzata nella procedura è rappresentata dal valore medio dei massimi annui al colmo di piena.

La piena indice può essere facilmente determinata nei siti strumentati a partire dalle osservazioni. Può essere, in alternativa, stimata in ogni bacino non strumentato attraverso modelli di regressione che saranno presentati nel seguito. La determinazione della curva di crescita, ovvero della curva di frequenza resa adimensionale rispetto alla media, presenta invece i maggiori elementi di novità, che rendono il modello proposto una generalizzazione dell'equazione (1). In particolare, non si ricorre alla divisione del dominio di interesse in regioni omogenee e la scelta della distribuzione di probabilità per descrivere la curva di crescita viene effettuata solo in fase di calcolo del quantile in funzione del periodo di ritorno e non preliminarmente alle analisi, come nei metodi standard. Queste novità sono particolarmente rilevanti perché evitano le difficoltà che si incontrano in prossimità del confine tra regioni (dove, con un piccolo spostamento si ricade in regioni diverse) e nei casi in cui le caratteristiche statistiche della distribuzione si dimostrino poco stabili all'interno delle stessa regione. L'assenza di regioni omogenee permette alle statistiche delle piene di poter variare con continuità da sito a sito, e facilita la valutazione delle incertezze di stima. Sulla base di quanto detto si considera quindi la regionalizzazione di grandezze *distribution-free*, nel caso specifico i rapporti adimensionali L_{CV} ed L_{CA} . Questi sono rispettivamente indicatori di dispersione e asimmetria della distribuzione analogamente al coefficiente di variazione e di asimmetria, ma basati sulla teoria degli L-momenti (Hosking e Wallis, 1997).

La regionalizzazione di L_{CV} ed L_{CA} , permette la ricostruzione della curva di crescita K_T utilizzando successivamente le relazioni tra parametri ed L-momenti disponibili per molte distribuzioni di probabilità. L'equazione (1) diventa quindi:

$$Q_T = Q_{ind} \cdot \mathcal{F}(L_{CV}, L_{CA}, T) \quad (2)$$

dove T è il periodo di ritorno, \mathcal{F} una generica distribuzione, e Q_{ind} , L_{CV} ed L_{CA} , sono tutti elementi variabili da sito a sito.

Una particolarità del metodo è quella di consentire, in un sito caratterizzato da una serie storica breve, di sfruttare l'informazione locale presente: per esempio è possibile calcolare Q_{ind} ed L_{CV} basandosi sui dati campionari, e lasciare alla procedura regionale la valutazione di L_{CA} .

2 DESCRITTORI DI BACINO

Il trasferimento delle informazioni idrologiche relative alle portate di piena in siti non strumentati passa attraverso l'utilizzo di caratteristiche di bacino, dette comunemente *descrittori*. I descrittori di bacino utilizzati sono stati determinati in questo studio attraverso procedure basate sui software open-source GRASS GIS e R, in modo da renderne ripetibile la loro determinazione.

Per una generica sezione di interesse, partendo dalla delimitazione del bacino da essa sotteso, si possono "ritagliare" le cartografie tematiche contenenti informazioni di tipo climatico, pedologico, di vegetazione, ecc., al fine di poter ricavare i descrittori necessari. Questi sono di solito la media o il coefficiente di variazione spaziale dei valori puntuali dei descrittori mappati sul territorio di interesse.

Complessivamente, sono stati considerati 121 descrittori di bacino, di cui 12 sono quelli necessari all'applicazione e forniti con la procedura (disponibili in www.sito.da.definire.it).

3 APPLICAZIONE DEL METODO ARPIEM 2012

3.1 Valutazione delle statistiche campionarie in siti con sufficienti osservazioni

Laddove risulti disponibile una serie storica di misure sistematiche di portata al colmo di piena è possibile procedere con il calcolo dei valori campionari di Q_{ind} , L_{CV} ed L_{CA} .

Considerata una serie di valori di portata al colmo di piena Q_i con $i = 1, \dots, n$, la piena indice relativa alla sezione analizzata viene stimata come la media campionaria della serie:

$$Q_{ind} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i. \quad (3)$$

Per valutare l'incertezza ad essa associata si ricorre alla determinazione della deviazione standard della portata indice, che risulta esprimibile come:

$$\sigma_{Q_{ind}} = \frac{\sigma_Q}{\sqrt{n}} \quad (4)$$

dove σ_Q rappresenta la deviazione standard della serie storica in esame.

Per la stima di L_{CV} ed L_{CA} si ricorre alla formulazione basata sui momenti pesati in probabilità o *Probability Weighed Moments* (PWM, Greenwood et al., 1979), i quali sono combinazioni lineari del campione ordinato in senso crescente. Il generico PWM di ordine r viene calcolato come:

$$b_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(i-1) \cdot (i-2) \cdot \dots \cdot (i-r)}{(n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-r)} Q_{(i)} \quad \text{con } r = 1, 2, \dots \quad (5)$$

dove con $Q_{(i)}$ si indica l' i -esimo valore di portata al colmo del campione ordinato in senso crescente. Ai fini pratici, si noti che

$$b_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(i-1)}{(n-1)} Q_{(i)}, \quad (6)$$

$$b_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(i-1) \cdot (i-2)}{(n-1) \cdot (n-2)} Q_{(i)}, \quad (7)$$

$$b_3 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(i-1) \cdot (i-2) \cdot (i-3)}{(n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3)} Q_{(i)}, \quad (8)$$

mentre b_0 corrisponde alla media.

Dai valori dei PWM è immediato calcolare i rapporti tra L-momenti, che forniscono statistiche adimensionali:

$$L_{CV} = \frac{2b_1 - b_0}{b_0}, \quad (9)$$

$$L_{CA} = \frac{6b_2 - 6b_1 + b_0}{2b_1 - b_0}, \quad (10)$$

noti appunto come coefficiente di L-variazione e coefficiente di L-asimmetria (o L-skewness).

3.2 Incertezza delle statistiche campionarie

Una volta valutati i coefficienti di L-variazione e di L-asimmetria risulta importante valutarne l'incertezza associata, attraverso la deviazione standard (o la varianza) associata alla stima stessa. Tale valutazione può essere effettuata facendo riferimento alle equazioni di [Elamir e Seheult \(2004\)](#) che riportano una procedura per la stima indistorta e *distribution-free* delle varianze e covarianze degli L-momenti campionari. Tali equazioni sono piuttosto complesse e non sono riportate in questo manuale, ma sono state implementate in diversi software, ad esempio nel pacchetto nsRFA ([Viglione, 2007a](#)) del software R (<http://cran.r-project.org/web/packages/nsRFA/>).

In presenza di campioni molto brevi, nel caso in cui la varianza di stima non converga o risulti negativa, si può ricorrere all'uso di formulazioni semplificate ottenute da [Viglione \(2007b\)](#). Tali ultime equazioni, che possono anche essere utilizzate per valutazioni speditive, definiscono la deviazione standard di stima di L_{CV} come

$$\sigma_{L_{CV}} = \frac{0.9 \cdot L_{CV}}{\sqrt{n}}, \quad (11)$$

e l'analogo per L_{CA} come

$$\sigma_{L_{CA}} = \frac{0.45 + 0.6 \cdot |L_{CA}|}{\sqrt{n}}. \quad (12)$$

Inoltre i valori campionari di L_{CV} e L_{CA} risultano correlati, con un coefficiente di correlazione valutabile in maniera semplificata come

$$\rho = \frac{1 - \exp(-5 \cdot L_{CA})}{1 + \exp(-5 \cdot L_{CA})}. \quad (13)$$

3.3 Valutazione delle statistiche regionali in siti senza dati

La regionalizzazione delle variabili Q_{ind} , L_{CV} ed L_{CA} , ovvero la loro determinazione in siti non strumentati, è basata su modelli matematici semplici, basati su regressioni lineari pesate, che permettono di valutare tali variabili in ogni punto del reticolo idrografico in funzione di una serie di descrittori geomorfologici e climatici a scala di bacino. Tali descrittori vengono ottenuti a partire da cartografie, rese disponibili, che vengono "ritagliate" all'interno del perimetro del bacino determinato dall'utente. I descrittori richiesti per applicare i modelli di regressione sono riportati nella tabella 1.

I modelli di regressione ottenuti sono sintetizzati nel seguito, dove vengono riportati tutti gli elementi per il calcolo del valore medio e della varianza di Q_{ind} , L_{CV} ed L_{CA} .

Tabella 1: Descrittori necessari per il calcolo di Q_{ind} , L_{CV} ed L_{CA} attraverso le formulazioni dei modelli regionali di regressione.

Simbolo	Descrizione	U.M.
area	area del bacino	km ²
H _{min}	quota minima del bacino	m. s.l.m.
IDF _a	media a scala di bacino del coefficiente pluviale orario della curva di possibilità pluviometrica nella forma $h = a \cdot d^n$	mm/h
IDF _n	media a scala di bacino dell'esponente della curva di possibilità pluviometrica nella forma $h = a \cdot d^n$	-
CV[IDF _a]	coefficiente di variazione spaziale a scala di bacino del coefficiente pluviale orario della curva di possibilità pluviometrica nella forma $h = a \cdot d^n$	-
L _{CV} _{1h}	media a scala di bacino del L _{CV} delle precipitazioni intense di durata oraria	-
L _{CA} _{6h}	media a scala di bacino del L _{CA} delle precipitazioni intense di durata 6 ore	-
CV[L _{CV} _{6h}]	coefficiente di variazione spaziale a scala di bacino del L _{CV} delle precipitazioni intense di durata 6 ore	-
CV[L _{CA} _{24h}]	coefficiente di variazione spaziale a scala di bacino del L _{CA} delle precipitazioni intense di durata 24 ore	-
fourier _{B2}	media a scala di bacino del coefficiente B2 del regime pluviometrico	-
NDVI	media a scala di bacino dell'indice di vegetazione NDVI	-
clc2	percentuale di superficie di bacino ricadente nel raggruppamento 2 delle classi di uso di suolo del CORINE Land Cover	%

Modello regionale per il calcolo di Q_{ind} .

$$Q_{ind} = 0.01324 \cdot \text{area}^{0.7995} \cdot \text{IDF}_a^{2.82089} \cdot \text{IDF}_n^{2.06805} \cdot \text{LCV}_{1h}^{1.33232}.$$

I descrittori utilizzati sono l'area del bacino; il coefficiente a e l'esponente n della curva di possibilità pluviometrica media nella forma $h = a \cdot d^n$; e il LCV medio areale delle piogge intense di durata di un'ora.

L'incertezza del modello può essere valutata come:

$$\sigma_{Q_{ind}}^2 = Q_{ind}^2 \cdot \left[\exp(\sigma_{\hat{Y}}^2) - 1 \right].$$

dove

$$\sigma_{\hat{Y}}^2 = 0.10936 + x \begin{pmatrix} 0.36331 & -0.00115 & -6e-05 & -0.0261 & 0.21945 \\ -0.00115 & 0.00053 & -0.00017 & 0.00268 & -0.00037 \\ -6e-05 & -0.00017 & 0.0201 & 0.01597 & 0.0277 \\ -0.0261 & 0.00268 & 0.01597 & 0.09402 & -0.01946 \\ 0.21945 & -0.00037 & 0.0277 & -0.01946 & 0.18428 \end{pmatrix} x^T.$$

Il vettore dei descrittori di bacino è pari a

$$x^T = \begin{pmatrix} 1 \\ \log(\text{area}) \\ \log(\text{IDF}_a) \\ \log(\text{IDF}_n) \\ \log(\text{LCV}_{1h}) \end{pmatrix}.$$

Modello regionale per il calcolo di L_{CV} .

$$L_{CV} = 0.17719 \cdot H_{\min}^{0.20969} \cdot NDVI^{0.71067} \cdot CV[IDF_a]^{0.21581} \cdot CV[L_{CV}_{6h}]^{-0.19252}$$

I descrittori utilizzati sono la quota media del bacino; il valore dell'indice di vegetazione NDVI medio annuo; il coefficiente di variazione spaziale del parametro a della curva di possibilità pluviometrica e il coefficiente di variazione spaziale del L_{CV} delle piogge intense di durata 6 ore. Si noti che, per le variabili che presentano il simbolo $CV[\cdot]$, è necessario considerare il coefficiente di variazione del descrittore a scala di bacino, anziché il valore medio. Esso è facilmente determinabile in ambiente GIS, dividendo la deviazione standard ottenuta considerando i valori relativi alle singole celle per la media spaziale.

L'incertezza del modello può essere valutata come:

$$\sigma_{L_{CV}}^2 = L_{CV}^2 \cdot \left[\exp(\sigma_{\hat{Y}}^2) - 1 \right].$$

dove

$$\sigma_{\hat{Y}}^2 = 0.04267 + x \begin{pmatrix} 0.03953 & -0.00835 & -0.00975 & -0.00172 & 0.00067 \\ -0.00835 & 0.00284 & 0.00304 & 0.00078 & 0.00137 \\ -0.00975 & 0.00304 & 0.00714 & 0.00117 & -0.00043 \\ -0.00172 & 0.00078 & 0.00117 & 0.00258 & -0.00151 \\ 0.00067 & 0.00137 & -0.00043 & -0.00151 & 0.0045 \end{pmatrix} x^T.$$

Il vettore dei descrittori di bacino è pari a

$$x^T = \begin{pmatrix} 1 \\ \log(H_{\min}) \\ \log(NDVI) \\ \log(CV[IDF_a]) \\ \log(CV[L_{CV}_{6h}]) \end{pmatrix}.$$

Modello regionale per il calcolo di L_{CA} . Modello in forma additiva:

$$L_{CA} = 0.79468 - 2.14568 \cdot L_{CA_{6h}} - 0.87195 \cdot CV[L_{CA_{24h}}] + 0.00192 \cdot clc_2 + 0.01555 \cdot \text{fourier}_{B2}$$

I descrittori utilizzati sono L_{CA} delle piogge intense a 6 ore; il coefficiente di variazione spaziale del L_{CA} delle piogge intense a 24 ore; la percentuale di superficie del bacino che ricade nella classe 2 del raggruppamento basato sulle mappe di uso del suolo del progetto *CORINE Land Cover*; e uno dei parametri indicativi dei regimi pluviometrici medi. Si noti che, per le variabili che presentano il simbolo $CV[\cdot]$, è necessario considerare il coefficiente di variazione del descrittore a scala di bacino, anziché il valore medio. Esso è facilmente determinabile in ambiente GIS, dividendo la deviazione standard ottenuta considerando i valori relativi alle singole celle per la media spaziale.

L'incertezza del modello può essere valutata come

$$\sigma_{L_{CA}}^2 = 0.00858 + x \begin{pmatrix} 0.00562 & -0.02156 & -0.00834 & 0 & 5e-05 \\ -0.02156 & 0.11172 & 0.02563 & -6e-05 & -1e-04 \\ -0.00834 & 0.02563 & 0.03136 & -3e-05 & -0.00011 \\ 0 & -6e-05 & -3e-05 & 0 & 0 \\ 5e-05 & -1e-04 & -0.00011 & 0 & 1e-05 \end{pmatrix} x^T,$$

dove il vettore dei descrittori è

$$x^T = \begin{pmatrix} 1 \\ L_{CA_{6h}} \\ CV[L_{CA_{24h}}] \\ clc_2 \\ \text{fourier}_{B2} \end{pmatrix}.$$

4 CALCOLO DELLA PORTATA DI PROGETTO

4.1 Stima del quantile

Il calcolo della portata di progetto è l'obiettivo ultimo dell'analisi di frequenza delle piene. I metodi descritti nei paragrafi precedenti permettono di determinare le tre statistiche Q_{ind} , L_{CV} ed L_{CA} sul base regionale e, qualora ci sia disponibilità di dati di portata al colmo di piena, anche su base campionaria. In questo caso, è possibile combinare i tipi di stime, selezionando ad esempio Q_{ind} su base campionaria e L_{CV} ed L_{CA} su base regionale, oppure Q_{ind} ed L_{CV} su base campionaria e solo L_{CA} regionale. La scelta della soluzione migliore può essere basata sull'analisi delle incertezze di stima.

Una volta determinati Q_{ind} , L_{CV} ed L_{CA} da utilizzare, è possibile stimare la portata di progetto per un associato periodo di ritorno attraverso l'utilizzo di varie distribuzioni a tre parametri. Nel metodo ARPIEM è stato proposto l'impiego della distribuzione log-Normale a tre parametri. Nella forma proposta da [Hosking e Wallis \(1997\)](#), la funzione di densità di probabilità di questa distribuzione risulta

$$f(x) = \frac{e^{ky-y^2/2}}{\alpha\sqrt{2\pi}} \quad (14)$$

con

$$y = \begin{cases} -k^{-1} \log\{1 - k(x - \xi)/\alpha\} & k \neq 0 \\ (x - \xi)/\alpha & k = 0 \end{cases} \quad (15)$$

dove ξ è il parametro di posizione, α il parametro di scala e k il parametro di forma. La relativa funzione di frequenza cumulata è

$$F(x) = \Phi(y) \quad (16)$$

dove $\Phi(\cdot)$ è la distribuzione di frequenza cumulata della distribuzione Normale standardizzata. Il campo di esistenza della distribuzione è $-\infty < x \leq \xi + \alpha/k$ se $k > 0$; $-\infty < x < \infty$ se $k = 0$; $\xi + \alpha/k \leq x < \infty$ se $k < 0$.

Per valutare i parametri della distribuzione, gli L-momenti teorici della distribuzione possono essere eguagliati a quelli stimati. Il parametro di forma k può essere stimato in funzione del solo L_{CA} . Non esiste una soluzione esplicita possibile, ma la seguente approssimazione ha un'accuratezza relativa di 2.5×10^{-6} per $|L_{CA}| \leq 0.94$, corrispondente a $|k| \leq 3$:

$$k \approx -L_{CA} \frac{E_0 + E_1 \cdot L_{CA}^2 + E_2 \cdot L_{CA}^4 + E_3 \cdot L_{CA}^6}{1 + F_1 \cdot L_{CA}^2 + F_2 \cdot L_{CA}^4 + F_3 \cdot L_{CA}^6}. \quad (17)$$

I coefficienti usati nell'approssimazione sono quelli indicati nella tabella 2. Gli altri parametri sono quindi ottenibili come

$$\alpha = \frac{Q_{ind} \cdot L_{CV} \cdot k \cdot e^{-k^2/2}}{1 - 2\Phi(-k/\sqrt{2})}, \quad (18)$$

$$\xi = Q_{ind} - \frac{\alpha}{k} (1 - e^{k^2/2}). \quad (19)$$

Tabella 2: Coefficienti di approssimazione per le equazioni dei parametri (ridotta, da [Hosking e Wallis \(1997\)](#)).

$E_0 = 2.0466534$	
$E_2 = 1.8396733$	$F_1 = -2.0182173$
$E_3 = -0.20360244$	$F_3 = -0.21741801$

Noti i parametri della distribuzione valutati con il metodo degli L-momenti si calcola la variabile ridotta normale standard y in funzione della frequenza di non superamento F (o analogamente del periodo di ritorno T)

$$y = \Phi^{-1}(F) = \Phi^{-1}\left(1 - \frac{1}{T}\right) \quad (20)$$

dove Φ^{-1} indica la funzione quantile della distribuzione Normale standard.

La portata di progetto viene quindi ricostruita come:

$$Q_T = \begin{cases} \xi - \frac{\alpha}{k} (\exp[-k \cdot y] - 1) & k \neq 0 \\ \xi + \alpha \cdot y & k = 0 \end{cases} \quad (21)$$

4.2 Stima delle fasce di confidenza

Dopo la valutazione della curva di frequenza, si può procedere alla stima dell'incertezza dei quantili Q_T . Dal momento che le varianze di stima degli L-momenti possono essere facilmente calcolate, è possibile utilizzarle per calcolare le varianze dei parametri della distribuzione, e quindi le fasce di confidenza delle stime dei quantili, mediante l'uso di simulazioni Monte Carlo. La procedura per la definizione delle fasce di confidenza si riassume nei seguenti punti:

1. alla terna di valori Q_{ind} , L_{CV} ed L_{CA} , utilizzati nella definizione della curva di frequenza vengono associate le rispettive varianze di stima $\sigma_{Q_{ind}}^2$, $\sigma_{L_{CV}}^2$ ed $\sigma_{L_{CA}}^2$, sia che provengano da una stima regionale che da una stima campionaria.
2. si effettua un ciclo di estrazioni casuali (ad es. 10000 estrazioni) della terna di valori Q_{ind}^* , L_{CV}^* ed L_{CA}^* dalle rispettive distribuzioni. Il tipo di distribuzione dipende dalla metodologia con cui la variabile è stata stimata, come descritto nella tabella 3. Si noti che la distribuzione di base per campionare gli L-momenti è la Normale (log-Normale nel caso dei modelli regionali moltiplicativi), che è un'ipotesi accettabile per gli L-momenti (Hosking e Wallis, 1997), ma molto diversa dall'assumere normale la distribuzione dei parametri ξ , α e k .
3. ogni terna Q_{ind}^* , L_{CV}^* ed L_{CA}^* viene utilizzata per valutare una nuova distribuzione di probabilità delle portate massime al colmo di piena, e di conseguenza viene stimato un valore Q_T^* .
4. la distribuzione empirica dei Q_T^* viene utilizzata per determinare le fasce di per un associato livello di significatività.

Tabella 3: Tipologia di distribuzione da cui campionare le variabili per il calcolo delle fasce di confidenza. Le variabili sono assunte indipendenti eccetto il caso di L_{CV} e L_{CA} provenienti entrambi da stima campionaria, per cui si adotta una distribuzione normale bivariata. Il simbolo \mathcal{N} indica la distribuzione Normale; $\log \mathcal{N}$ indica la distribuzione log-Normale.

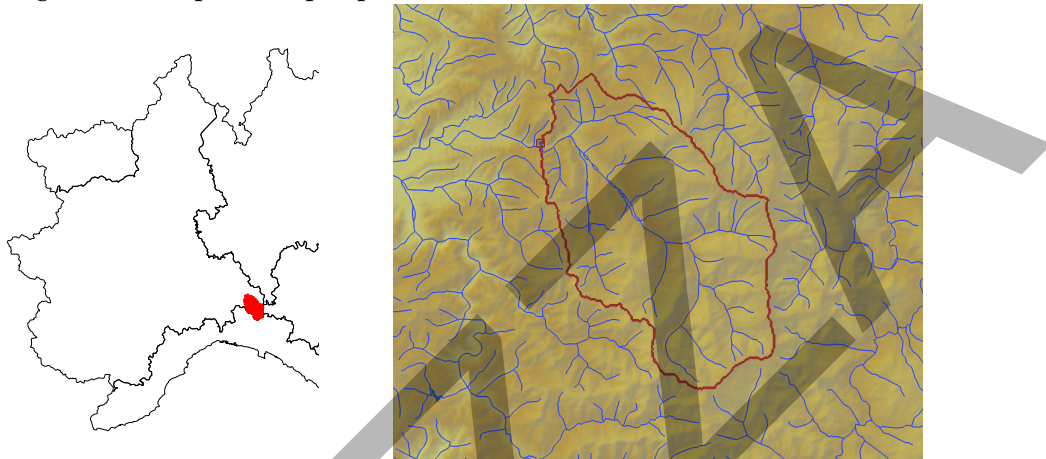
Variabile	Metodo di stima	Distribuzione da utilizzare per il campionamento
Q_{ind}	campionaria	$Q_{ind}^* \sim \mathcal{N}(Q_{ind}, \sigma_{Q_{ind}}^2)$
Q_{ind}	regionale	$Q_{ind}^* \sim \log \mathcal{N}(Q_{ind}, \sigma_{Q_{ind}}^2)$
L_{CV} e L_{CA}	entrambi campionari	$(L_{CV}^*, L_{CA}^*) \sim \mathcal{N}(L_{CV}, \sigma_{L_{CV}}^2, L_{CA}, \sigma_{L_{CA}}^2, \rho)$ stimati congiuntamente da una distribuzione Normale bivariata. Il coefficiente di correlazione ρ può essere valutato con l'equazione (13).
L_{CV}	campionario	$L_{CV}^* \sim \mathcal{N}(L_{CV}, \sigma_{L_{CV}}^2)$
L_{CA}	regionale	$L_{CA}^* \sim \mathcal{N}(L_{CA}, \sigma_{L_{CA}}^2)$
L_{CV}	regionale	$L_{CV}^* \sim \log \mathcal{N}(L_{CV}, \sigma_{L_{CV}}^2)$
L_{CA}	regionale	$L_{CA}^* \sim \mathcal{N}(L_{CA}, \sigma_{L_{CA}}^2)$

5 ESEMPI APPLICATIVI

5.1 Sezione non strumentata

Un primo esempio di applicazione della procedura riguarda una sezione non strumentata, per la quale è necessario valutare sia Q_{ind} che L_{CV} ed L_{CA} su base regionale (in questo caso è stata scelta la sezione del Borbera a Baracche.)

Per prima cosa è necessario delimitare il perimetro di bacino (a titolo di esempio si veda la figura sotto riportata) per poter calcolare i descrittori ad esso relativi.



Dalla delimitazione ottenuta si estraggono i primi due descrittori da utilizzare: l'area del bacino e la quota minima. Si passa quindi a "ritagliare" le cartografie contenenti i parametri di precipitazione e di vegetazione calcolando il valore medio delle grandezze all'interno del bacino e, ove necessario, il coefficiente di variazione delle stesse grandezze. Infine, è necessario calcolare la percentuale di superficie del bacino che ricade nella classe 2 dei raggruppamenti basati sulle carte di uso del suolo del progetto CORINE Land Cover. Nel caso specifico, il set di descrittori necessari per utilizzare le equazioni dei modelli regionali per ottenere le stime di Q_{ind} , L_{CV} ed L_{CA} è presentato nella tabella che segue.

area	202.4
H_{min}	338
IDF_a	30.586
$CV[IDF_a]$	0.062
IDF_n	0.392
LCV_{1h}	0.173
NDVI	0.599
$CV[LCV_{6h}]$	0.066
LCA_{6h}	0.222
$CV[LCA_{24h}]$	0.134
$fourier_{B2}$	-6.964
clc2	73.15

Sulla base dei valori di tali descrittori, applicando le equazioni fornite in precedenza, si ottengono le stime regionali di Q_{ind} , L_{CV} ed L_{CA} accompagnate dalla loro incertezza di stima (deviazione standard):

Variabile	media	dev. standard
Q_{ind}	199.5	69.34
L_{CV}	0.3866	0.0589
L_{CA}	0.2333	0.0961

Utilizzando le equazioni (17)-(19) si ottengono i tre parametri della distribuzione log-Normale

$$\left. \begin{array}{l} Q_{ind} \\ L_{CV} \\ L_{CA} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} k = -0.48372 \\ \alpha = 123.99 \\ \xi = 167.69 \end{array} \right. ,$$

grazie ai quali sono facilmente calcolabili la portata di progetto Q_T e il fattore di crescita $K_T = Q_T/Q_{ind}$ in funzione di un prefissato periodo di ritorno T (o, analogamente, per una frequenza di non superamento F). In questo esempio si ottiene:

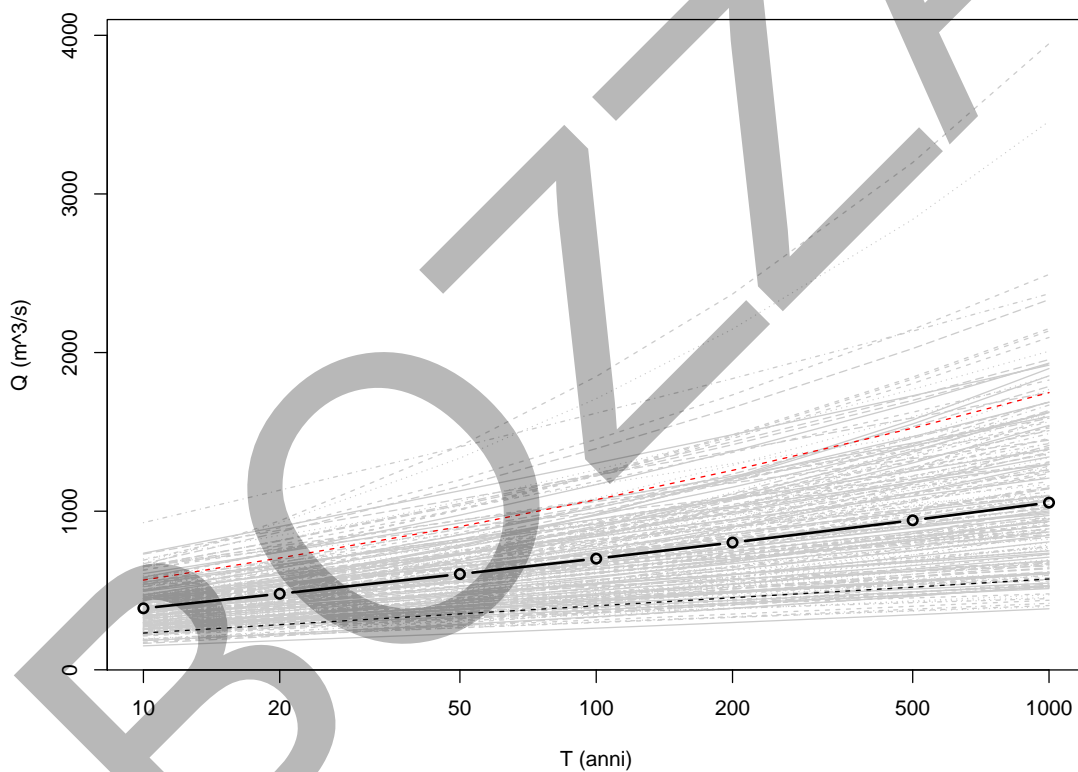
T	F	Q_T	K_T
10	0.900	387.8	1.94
20	0.950	479.4	2.40
50	0.980	603.6	3.03
100	0.990	701.1	3.51
200	0.995	802.4	4.02
500	0.998	942.8	4.73
1000	0.999	1054.2	5.28

La costruzione delle fasce di confidenza della curva di frequenza appena ottenuta richiede l'utilizzo di campionamenti pseudo-casuali di triplette delle grandezze Q_{ind}^* , L_{CV}^* ed L_{CA}^* , ognuna estratta dalla propria distribuzione (caratterizzata dal valore medio e dalla deviazione standard stimati in precedenza.) Seguendo le indicazioni dei paragrafi precedenti, essendo Q_{ind} , L_{CV} ed L_{CA} tutti determinati su base regionale, si procede al campionamento dalle seguenti distribuzioni:

Variabile	Distribuzione
Q_{ind}	log-Normale: $Q_{ind}^* \sim \log \mathcal{N}(199.5, 69.34^2)$
L_{CV}	log-Normale: $L_{CV}^* \sim \log \mathcal{N}(0.3866, 0.0589^2)$
L_{CA}	Normale: $L_{CA}^* \sim \mathcal{N}(0.2333, 0.0961^2)$

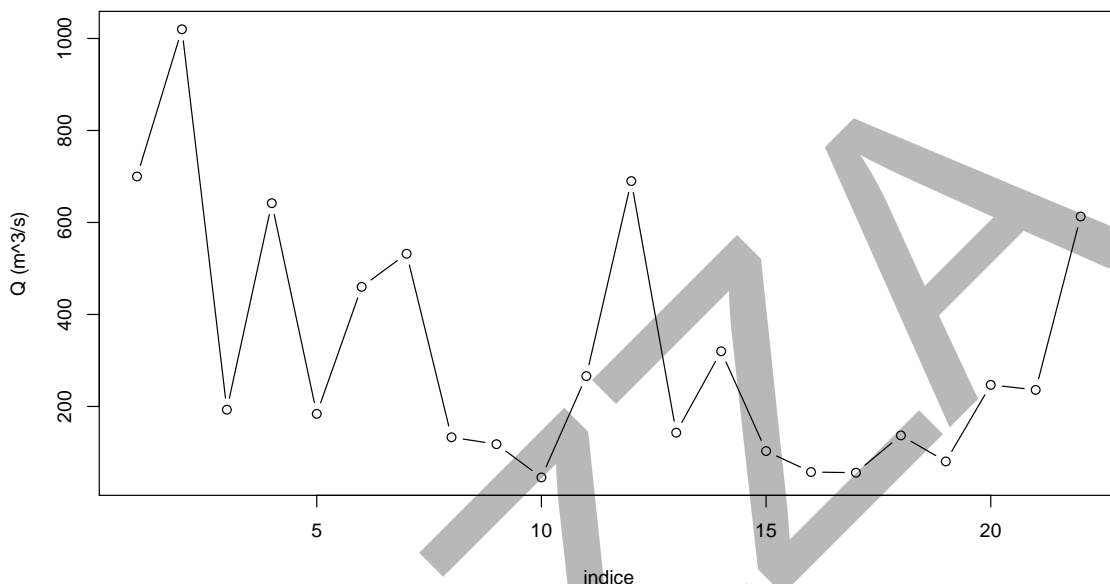
Per ogni tripletta ottenuta si ripete la stima dei parametri della distribuzione log-Normale e dei relativi quantili di interesse, ottenendo quindi un "fascio" di curve di frequenza. Un esempio è riportato nella figura seguente dove la curva di frequenza standard, ottenuta e tabulata in precedenza è riportata con la linea nera spessa. In sottofondo sono riportate, per facilitare la visualizzazione grafica, solo le prime 200 curve di frequenza delle 10000 ottenute con le simulazioni.

In corrispondenza di ogni periodo di ritorno il fascio viene "sezionato", ottenendo 10000 valori di Q_T^* da cui si possono estrarre numericamente le fasce per un assegnato livello di confidenza. Nel caso specifico sono state riportate le fasce di confidenza al 10% e al 90% con una linea tratteggiata, ad indicare che il 20% dei valori di Q_T^* complessivamente simulati rimane fuori da tali fasce.



5.2 Sezione strumentata

Il secondo esempio di applicazione è caratterizzato dalla presenza di una serie di misure disponibili nella sezione di interesse. Per semplicità, si consideri la sezione già utilizzata nell'esempio precedente, per la quale sono utilizzabili 22 dati di portata annua al colmo di piena, sintetizzati nella seguente figura.



Sulla base questi dati, applicando le equazioni fornite in precedenza per il calcolo degli L-momenti campionari, si ottengono le stime di Q_{ind} , L_{CV} ed L_{CA} accompagnate dalla loro incertezza di stima (deviazione standard):

Variabile	media	dev. standard
Q_{ind}	317.1	57.62
L_{CV}	0.4650	0.0403
L_{CA}	0.3114	0.1083

Confrontando i risultati con quelli dell'analisi puramente regionale dell'esempio precedente si può osservare come la presenza di un campione di osservazioni possa migliorare la qualità della stima di Q_{ind} , ma anche di L_{CV} , sebbene la serie abbia una lunghezza non particolarmente elevata. Sul campione si è ottenuto infatti una deviazione standard minore.

La stima di L_{CA} risulta invece più efficiente se effettuata mediante il metodo regionale, e questo non stupisce vista la scarsa consistenza del campione e il fatto che L_{CA} è un L-momento del terzo ordine, che richiede campioni più lunghi per restituire stime campionarie robuste.

Si procede quindi considerando un approccio misto regionale-campionario dove Q_{ind} ed L_{CV} sono determinati su base campionaria, e solo L_{CA} su base regionale. Tale approccio non influenza la procedura per la stima dei parametri della distribuzione che, sempre sulla base delle equazioni (17)-(19) permette di ottenere:

$$\left. \begin{array}{l} Q_{ind} \\ L_{CV} \\ L_{CA} \end{array} \right\} \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} k = -0.48372 \\ \alpha = 237.04 \\ \xi = 256.28 \end{array} \right. .$$

Di conseguenza si ottengono i valori di portata di progetto Q_T e i fattori di crescita K_T :

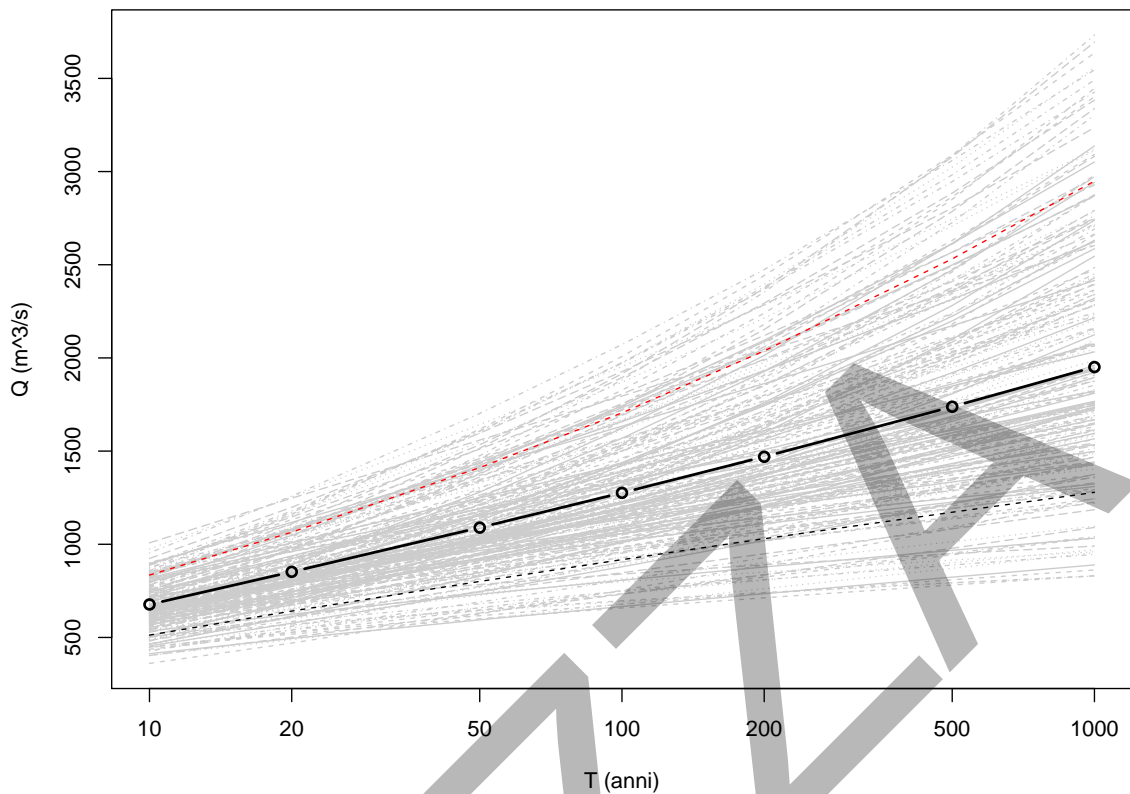
T	F	Q_T	K_T
10	0.900	677.1	12.13
20	0.950	852.1	2.68
50	0.980	1089.6	3.43
100	0.990	1276.1	4.02
200	0.995	1469.8	4.63
500	0.998	1738.0	5.48
1000	0.999	1951.0	6.15

La valutazione delle fasce di confidenza della curva di frequenza appena ottenuta richiede ancora l'utilizzo di campionamenti pseudo casuali di triplette di Q_{ind}^* , L_{CV}^* ed L_{CA}^* , ognuno estratto dalla propria distribuzione caratterizzata dal valore medio e dalla deviazione standard stimato in precedenza. A differenza dell'esempio precedente, in questo caso le distribuzioni da cui campionare Q_{ind} , L_{CV} ed L_{CA} sono:

Variabile	Distribuzione
Q_{ind}	Normale: $Q_{ind}^* \sim \mathcal{N}(317.1, 57.62^2)$
L_{CV}	Normale: $L_{CV}^* \sim \mathcal{N}(0.4650, 0.0403^2)$
L_{CA}	Normale: $L_{CA}^* \sim \mathcal{N}(0.2333, 0.0961^2)$

Per ogni tripletta ottenuta si ripete la stima dei parametri della distribuzione log-Normale e dei relativi quantili di interesse, ottenendo quindi un "fascio" di curve di frequenza. Analogamente all'esempio precedente, si riporta nella figura seguente la curva di frequenza standard ottenuta e tabulata in precedenza (linea nera spessa) con in sottofondo le prime 200 curve di frequenza delle 10000 ottenute con le simulazioni (se ne riportano solo 200 per facilitarne la visualizzazione grafica).

In corrispondenza di ogni periodo di ritorno il fascio viene "sezionato", ottenendo 10000 valori di Q_T^* da cui si possono estrarre numericamente le fasce per un assegnato livello di confidenza. Nel caso specifico sono state riportate le fasce di confidenza al 10% e al 90% con una linea tratteggiata, ad indicare che il 20% dei valori di Q_T^* complessivamente simulati rimane fuori da tali fasce.



RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- EAH Elamir e AH Seheult. Exact variance structure of sample L-moments. *Journal Of Statistical Planning And Inference*, 124(2):337–359, SEP 1 2004. ISSN 0378-3758. doi: {10.1016/S0378-3758(03)00213-1}. (Cited on page 3.)
- JA Greenwood, JM Landwehr, NC Matalas, e JR Wallis. Probability weighted moments - definition and relation to parameters of several distributions expressable in inverse form. *Water Resources Research*, 15(5):1049–1054, 1979. (Cited on page 2.)
- JRM Hosking e JR Wallis. *Regional Frequency Analysis: An Approach Based on L-Moments*. Cambridge University Press, 1997. (Cited on pages 1, 8, 9, and 10.)
- A Viglione. *nsRFA: Non-supervised Regional Frequency Analysis*, 2007a. URL <http://cran.r-project.org/web/packages/nsRFA/>. R package version 0.4-5. (Cited on page 3.)
- A Viglione. A simple method to estimate variance and covariance of sample L-CV and L-CA. http://www.idrologia.polito.it/~alviglio/lavori/varcov_t_t3.pdf, December 2007b. (Cited on page 3.)