UN MODELLO PER LA GENERAZIONE DI DEFLUSSI FLUVIALI CONTEMPORANEI A SCALA MENSILE

E. STRAZIUSO, P. CLAPS, M. FIORENTINO

Dipartimento di Ingegneria e Fisica dell'Ambiente, Università della Basilicata

SOMMARIO

Sono stati analizzati gli aspetti relativi alla variabilità spaziale dei deflussi mensili nell'ambito della costruzione di un modello stocastico multivariato a base concettuale per la generazione di serie sintetiche. Ci si è rivolti a modelli multivariati di tipo "contemporaneo", nei quali si rappresentano separatamente la struttura di autocorrelazione e la struttura di correlazione spaziale delle serie considerate. La rappresentazione delle sequenze temporali del processo dei deflussi mensili "at site" è ottenuta con modelli ARMA a base concettuale e residuo periodico. E' stata presa in considerazione la contemporaneità delle componenti aleatorie (residui) dei modelli univariati in quanto, secondo l'approccio a base concettuale, i residui rappresentano l'input al sistema bacino (afflusso netto), la cui contemporaneità su scala spaziale determina la correlazione spaziale fra le serie osservate dei deflussi.

Per la generazione di serie contemporanee di input netto è stato proposto un approccio stocastico che ne riproduce la struttura di correlazione spaziale modellando separatamente la contemporaneità delle occorrenze di valori zero e non zero e la correlazione dei dati non nulli.

ABSTRACT

Generation of runoff sequences for simulation of complex water resources systems requires the use of multivariate stochastic models. To face the many practical difficulties existing with the building of pure multivariate ARMA type of models, contemporaneous-ARMA (CARMA) models were considered in this approach, and a conceptual stochastic ARMA univariate framework for monthly streamflows was adopted as the base model for reproduction of the serial correlation of individual series. In that framework, ARMA parameters have conceptual meaning and the model residual resembles the effective rainfall process.

In the reproduction of the spatial correlation of series the proposed multisite model structure takes advantage of this analogy and considers the effective rainfall as the variable of which the spatial correlation structure is analysed and reproduced, in agreement with the climatic evidence.

Evaluation of the correlation structure of this process, which has finite probability to present zero values, requires the use of an appropriate technique to deal with the contemporaneous presence of zeros throughout the stations. To face this problem, we used a stochastic approach which accounts separately for the correlation of zero and nonzero values.

1. INTRODUZIONE

L'analisi delle caratteristiche di affidabilità di sistemi idrici complessi può richiedere l'uso di metodologie efficienti per la generazione di serie sintetiche di deflussi fluviali in più sezioni contemporaneamente. Queste tecniche si appoggiano sull'analisi multivariata delle serie temporali che è caratterizzata dalla ricerca di un "legame" fra le serie componenti che può essere espresso attraverso la relazione:

$$\mathbf{X}_t = \sum_{i=1}^{p} \Phi(\mathrm{i})\mathbf{X}_{t-i} + \sum_{i=1}^{q} \Theta(\mathrm{i})\mathbf{e}_{t-i} + \mathbf{e}_t \qquad (1)$$

scritta secondo il formalismo dei modelli ARMA (Box e Jenkins, 1970). In essa, $\mathbf{\Phi}$(i) è la matrice quadrata dei parametri autoregressivi relativi al *lag i* il cui ordine è pari al numero n delle serie storiche analizzate; $\mathbf{\Theta}$(i) è la matrice n x n dei parametri del processo media mobile relativi al *lag i*; $\mathbf{X}_t$ è la matrice n x 1 dei valori al tempo t delle variabili, assunte a media nulla; $\mathbf{e}_t$ è la matrice n x 1 dei valori al tempo t delle variabili casuali residuo.

Le variabili casuali residuo hanno la caratteristica di avere media nulla, di essere correlate fra loro al lag zero e di non essere autocorrelate, ossia, per esse vale:

$$E\left[e_t^{(j)} e_t^{(k)}\right] \neq 0;\ E\left[e_t^{(j)} e_{t-i}^{(j)}\right] = 0 \text{ per } i \neq 0 \qquad (2)$$

Un modello formulato mediante la relazione (1) viene definito *ARMA vector model* quando le matrici Φ e Θ sono *complete*, esprimendo, così, un legame di tipo bidirezionale (*feedback*) fra le serie multivariate. Ipotizzando, invece, che le matrici di parametri Φ e Θ siano triangolari inferiori, si ottiene un modello *ARMA* di tipo *transfer-function,* il quale esprime un legame unidirezionale fra le serie, quale è quello che si evidenzia fra i deflussi osservati in due sezioni di interesse lungo uno stesso corso d'acqua.

La notevole complessità della stima dei numerosi parametri di un modello multivariato *completo* o di tipo *transfer function*, anche se a parametri costanti, risulta evidente se si pensa che per un modello multivariato ARMA(1,1) relativo a 5 stazioni vanno stimati i valori di 2 matrici di 25 parametri.

Per ovviare a tali problemi, Salas *et al.* (1980) hanno proposto di considerare matrici di parametri Φ e Θ di tipo *diagonale* ottenendo così modelli *ARMA contemporanei*, comunemente indicati con l'acronimo CARMA (*Contemporaneous ARMA*), per i quali viene ritenuta significativa la sola correlazione fra le osservazioni simultanee nei siti di interesse della grandezza idrologica in esame. Ad esempio, le serie temporali annue o mensili della precipitazione osservata in diversi siti di una regione possono costituire una serie temporale contemporanea. Anche per i deflussi osservati su corsi d'acqua diversi di una stessa regione si può ipotizzare che sia attiva la sola correlazione spaziale, poiché la causa principale della correlazione fra le serie è ascrivibile alla correlazione spaziale della precipitazione, che ne costituisce l'input comune.

Un modello contemporaneo bivariato di ordine (1,1) si può rappresentare, in termini di equazioni componenti, come:

$$x_t^{(1)} = \Phi_1^{11} \cdot x_{t-1}^{(1)} + \Theta_1^{11} \cdot e_{t-1}^{(1)} + e_t^{(1)};\quad x_t^{(2)} = \Phi_1^{22} \cdot x_{t-1}^{(2)} + \Theta_1^{22} \cdot e_{t-1}^{(2)} + e_t^{(2)} \qquad (3)$$

Le relazioni sopra riportate evidenziano l'indipendenza formale delle relazioni univariate, che è una caratteristica importante dei modelli contemporanei e che consente l'uso di modelli ARMA anche di tipo ed ordine diversi per la modellazione delle diverse serie osservate. La notevole semplificazione della struttura ottenuta con i modelli multivariati della classe CARMA, unitamente ad un'efficienza per certi versi superiore a quella dei modelli *vector* e *transfer function* (si pensi alla possibilità di avere modelli univariati diversi) ne fa la scelta ideale per il problema qui analizzato.

I modelli multivariati di tipo contemporaneo sono stati ad oggi proposti, essenzialmente, secondo approcci di tipo empirico (v.es. Salas *et al.*, 1980; Bras e Rodriguez-Iturbe, 1985) che sono, da un lato, molto sensibili alle ipotesi di base, prima fra tutte quella di normalità dei dati, e dall'altro fortemente condizionati, nella fase di stima dei parametri, dalla completa disponibilità di serie storiche contemporanee.

Obiettivo di questo lavoro è quello di introdurre nello schema ARMA contemporaneo la logica dei modelli a base concettuale (v. es. Salas e Obeysekera, 1992; Claps *et al.*, 1993) caratterizzati da: parsimonia del numero dei parametri, possibilità di utilizzare informazioni a priori sui parametri per validarne la stima, compatibilità con tecniche di analisi regionale per la costruzione del modello anche in condizioni di scarsità o di assenza di dati.

Nel seguito vengono descritte separatamente le procedure proposte per la riproduzione disaccoppiata della correlazione seriale e di quella spaziale, con particolare riferimento alle caratteristiche del processo dei deflussi tipiche delle regioni a clima mediterraneo.

2. IL MODELLO UNIVARIATO DEI DEFLUSSI

Nell'approccio contemporaneo l'indipendenza formale delle relazioni univariate per la modellazione delle diverse serie osservate comporta, da un lato, la possibilità di stimare i parametri stocastici del modello ricorrendo a tecniche di analisi univariata applicate alle singole serie di dati, dall'altro, la necessità di esprimere formalmente la correlazione spaziale delle serie dei deflussi o dei residui.

Il modello univariato qui utilizzato è lo schema ARMA a base concettuale proposto da Claps *et al.* (1993). Esso è basato sulla considerazione che il deflusso è il risultato dell’azione esercitata dal sistema bacino idrografico sull’afflusso netto (o efficace), sostanzialmente pari alla precipitazione totale depurata dell’evapotraspirazione. Il deflusso viene quindi considerato come somma di contributi relativi a processi fisici distinti, rappresentativi della presenza nel bacino di diversi tipi di falde (ad esaurimento pluriennale, stagionale, plurigiornaliero) per le quali l'afflusso netto costituisce il volume di ricarica. Queste esercitano un effetto di regolarizzazione sulle serie storiche dei deflussi, determinando caratteri di dipendenza fra i dati osservati che si traducono in elevati valori dell'autocorrelazione.

Le falde possono essere schematizzate concettualmente come invasi o canali lineari a seconda che il ritardo T che le caratterizza sia superiore o inferiore alla scala di aggregazione temporale Δt che si considera nell'analisi del processo idrologico dei deflussi (annuale, mensile, settimanale, giornaliera, oraria).

E’ così possibile identificare un modello ARMA a parametri costanti e residuo periodico (PIR-ARMA) particolarmente semplice e parsimonioso nel numero dei parametri. Il residuo del modello viene infatti considerato proporzionale all'afflusso netto, che si può considerare come un fenomeno periodico-probabilistico (o pseudo-periodico). I parametri di questo processo vanno quindi calcolati separatamente nei 12 mesi dell'anno, oppure attraverso un'approssimazione con serie di Fourier.

Quando è possibile considerare che solo una falda ad esaurimento stagionale fornisca contributo al deflusso d_t, il modello identificato è un PIR-ARMA(1,1): $d_t - \Phi\, d_{t-1} = \varepsilon_t - \Theta\, \varepsilon_{t-1}$. Dalla stima dei coefficienti Φ e Θ del modello si possono determinare i parametri concettuali b e q del modello attraverso le relazioni (Claps *et al.*, 1993):

$$q = \frac{1}{\ln \Phi} \qquad b = \frac{\Phi - \Theta}{q\left(1 - e^{-1/q}\right)(1 - \Theta)} \tag{4}$$

nonché il legame tra afflusso netto i_t e residuo ε_t, che è del tipo:

$$i_t = \frac{\varepsilon_t}{1 - bq\left(1 - e^{-1/q}\right)} \tag{5}$$

I parametri b e q rappresentano il coefficiente di ricarica della falda stagionale e la costante di invaso della stessa. La possibilità di attribuire un preciso significato fisico a ciascun parametro è importante sia in fase di identificazione del modello, potendo sfruttare eventuali informazioni a priori sul fenomeno in esame, sia in fase di verifica delle stime ottenute.

Per il suo significato concettuale, la variabile afflusso netto non può assumere valori negativi, mentre è lecito attendersi, soprattutto in regioni a clima semi-arido e su scale di aggregazione inferiori all'anno, un numero cospicuo di valori nulli, che determinano un valore finito di probabilità in corrispondenza dello zero.

La distribuzione di probabilità della variabile input netto suggerita dai citati autori è una forma Bessel, che nella parte continua è anche ben approssimata da una distribuzione Normale delle radici quadrate. L'espressione della funzione di densità di probabilità si può pertanto scrivere:

$$f_I(i) = P(0) = P_0; \qquad\qquad i = 0 \tag{6}$$

$$f_I(i) = (1 - P_0)\frac{1}{2r\sigma_r\sqrt{2\pi}}\exp\left[\frac{1}{2\sigma_r^2}\left(r - \mu_r\right)^2\right]; \qquad i > 0; \qquad r = \sqrt{i} \tag{7}$$

in cui μ_r e σ_r sono, rispettivamente, la media e lo scarto quadratico medio dei valori non nulli della variabile input netto (le cui statistiche sono di seguito indicate col pedice $I>0$), trasformati mediante la funzione radice quadrata.

Il valore di probabilità P_0 può ottenersi come frequenza campionaria dei valori nulli nella serie "osservata" degli input netti, cioè calcolata a partire dalla serie dei residui del modello concettuale univariato, mentre, per la stima dei parametri della distribuzione di probabilità della parte continua di i, può essere utilizzato il metodo dei momenti, che fornisce (Lloyd, 1980, pag. 154):

$$\mu_r = \sqrt{\mu_{I>0}} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{I>0}^2}{8\left(\mu_{I>0}\right)^2}\right); \quad \sigma_r^2 = \frac{\sigma_{I>0}^2}{4\mu_{I>0}} \tag{8}$$

I parametri μ_r e σ_r possono essere anche determinati direttamente dalla serie complessiva, zeri inclusi, tenendo conto che:

$$\mu_I = \left(1 - P_0\right)\mu_{I>0} \quad ; \qquad \sigma_I^2 = \left(1 - P_0\right)\sigma_{I>0}^2 + \left(1 - P_0\right)P_0\mu_{I>0}^2 \tag{9}$$

3. RAPPRESENTAZIONE DELLA CORRELAZIONE SPAZIALE DEGLI INPUT NETTI

Lo schema che viene più frequentemente usato per la riproduzione della correlazione spaziale dei deflussi è quello proposto da Salas *et al.* (1980) e schematicamente riassunto in Appendice 1. Questa procedura risulta di difficile applicazione nelle regioni mediterranee, caratterizzate da condizioni climatiche di tipo semi-arido. In esse, particolarmente in assenza di regolazioni naturali esercitate dalle falde profonde eventualmente presenti nel bacino, i caratteri di intermittenza (alternanza di valori zero e non zero) evidenziati già alla scala mensile dal processo delle precipitazioni, e ancor di più da quello delle precipitazioni nette, determinano una variabilità molto spiccata del processo dei deflussi, che presentano talvolta valori nulli. La peculiarità delle serie intermittenti di avere, rispetto alle serie continue, una forte presenza di valori nulli ed una maggiore variabilità, con elevati valori del coefficiente di variazione e dell'asimmetria, richiede quindi l'utilizzo di specifici strumenti statistici di indagine (v. es. Kelman, 1977; Srikantan e McMahon, 1980; Cheebane *et al.*, 1995).

Il metodo qui proposto per la riproduzione della struttura di correlazione osservata delle serie di input netto si basa appunto su un approccio tipico della modellazione stocastica delle serie idrologiche intermittenti secondo il quale una sequenza di realizzazioni di una variabile casuale che sia espressione di un fenomeno idrologico di siffatte caratteristiche può ottenersi come prodotto di due variabili aleatorie, una relativa all'alternarsi casuale fra valori nulli e non nulli del fenomeno in esame, l'altra relativa alla sola parte continua (valori non nulli) del processo. Ricordando che la distribuzione di probabilità della variabile in esame è di tipo misto, le sequenze contemporanee di input netto si ottengono dalla relazione (Straziuso, 1997):

$$\mathbf{I}_{S,\tau} = \left(\mathbf{X}_{S,\tau} \cdot \mathbf{Z}_{S,\tau}\right)^2 \tag{11}$$

i cui termini **I**, **X**, **Z** rappresentano, rispettivamente, la matrice degli afflussi netti relativi all'insieme S delle sezioni di interesse ed al mese τ, la matrice delle occorrenze (0,1) relative all'insieme S delle sezioni di interesse ed al mese τ ed il vettore, relativo all'insieme S, delle radici quadrate della parte continua della variabile afflusso netto.

Le sequenze del processo **Z**, per quanto detto in precedenza, hanno distribuzione Normale e possono essere facilmente determinate secondo lo schema multivariato proposto da Salas *et al.* (1980).

Per la riproduzione spaziale del processo delle occorrenze si propone di utilizzare lo schema riportato nel lavoro di Chebaane *et al.* (1995). Detto schema è stato sviluppato in ambito univariato per processi intermittenti nel dominio temporale, ed è stato qui applicato, senza sostanziali modificazioni, per riprodurre sequenze di occorrenze spazialmente correlate. In pratica, date due sezioni di interesse (in generale assunte contigue), l'espressione formale di tale modello è:

$$X_{s_1,\tau} = V_\tau \cdot X_{s_0,\tau} + (1 - V_\tau) U_\tau \tag{12}$$

in cui $X_{S_1,\tau}$ e $X_{S_0,\tau}$ rappresentano i processi binari (0,1) di occorrenza, rispettivamente relativi alla sezione "dipendente" s_1 ed "indipendente" s_0 ed al mese τ. Essi hanno distribuzione Binomiale di parametri $\eta_{S_0,\tau}$=P($X_{S_0,\tau}$=1) e $\eta_{S_1,\tau}$=P($X_{S_1,\tau}$=1). Le variabili V_τ e U_τ rappresentano, invece, dei processi binari mutuamente indipendenti aventi distribuzione Binomiale di parametri γ_τ =P(V_τ=1) e δ_τ =P(U_τ=1). Per le modalità di stima dei parametri γ_τ e δ_τ si rimanda al citato lavoro di Chebaane *et al.* (1995).

Le occorrenze relative al processo $X_{S,\tau}$ possono dunque ottenersi applicando lo schema bivariato fra sequenze di coppie di bacini, finché tutte le serie necessarie non siano state generate. Le modalità di applicazione dello schema bivariato fra le diverse coppie di bacini possono seguire un ragionevole criterio di sequenza. Un modo di operare prevede che le sezioni disposte in serie lungo uno stesso corso d'acqua vengano connesse in successione procedendo da monte verso valle o viceversa, data la necessità di riprodurre le condizioni di congruenza fra le occorrenze in uno stesso bacino. Inoltre, può essere conveniente procedere per bacini contigui quando esistono schemi in parallelo. Ad esempio, nella figura 1 vengono mostrate alcune configurazioni possibili di connessione fra le stazioni dello schema spaziale rappresentato.

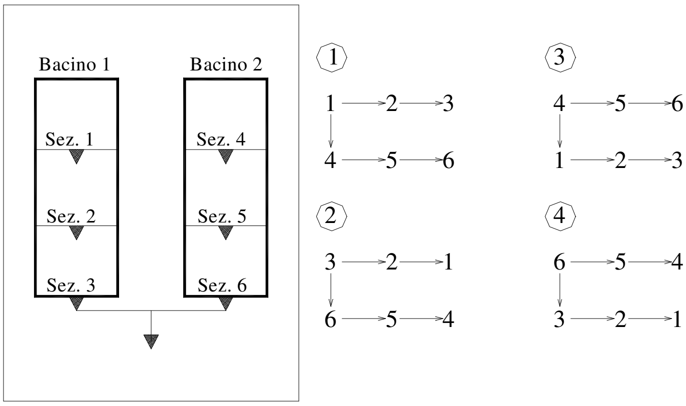

Figura 1. *Schema esemplificativo per l'applicazione dello schema stocastico bivariato*

La necessità di indicare una "traiettoria" di coppie di stazioni concatenate non limita in maniera sostanziale la validità del modello. Infatti, anche se la riproduzione delle probabilità di transizione campionarie del processo delle occorrenze è esatta solo lungo il percorso scelto, in fase di effettiva applicazione del modello si rileva che i risultati in generazione sono poco dipendenti dal percorso scelto (Straziuso, 1997). In pratica, le differenze in termini di correlazione riprodotta che si riscontrano tra coppie toccate e non toccate del percorso sono minime, e tali da non essere quasi rilevabili sulle serie dei deflussi.

4. APPLICAZIONE DEL MODELLO

Il modello descritto nei paragrafi precedenti è stato applicato ai bacini del versante ionico della Basilicata. Sono state prese in considerazione 9 serie di portate medie mensili almeno parzialmente contemporanee, aventi un numero di anni consecutivi di osservazione non inferiore ad otto (Tab. 1). Su tali serie sono stati effettuati dei controlli preliminari con lo scopo di riconoscere eventuali cambiamenti sostanziali nel regime dei deflussi, imputabili a interventi di regolazione e/o utilizzazione della risorsa idrica. La verifica dell'omogeneità delle serie analizzate è stata condotta verificando l'assenza di apprezzabili variazioni dei momenti di diverso ordine nelle serie parziali che formano la serie completa.

Per la generazione multivariata relativa alla parte continua degli input netti è stato possibile utilizzare il modello proposto da Salas *et al.* (1980). Infatti, poiché la parte continua della variabile input netto è ben approssimata dalla legge Normale delle radici quadrate è possibile generare serie multivariate gaussiane con il modello sopra menzionato. Tali serie rappresentano la radice quadrata della parte continua degli input netti.

Poiché per la stima dei parametri del modello di generazione di serie gaussiane occorre che le matrici di correlazione siano almeno semidefinite positive, si è proceduto, ove necessario, alla loro correzione. Per questa operazione è possibile usare due algoritmi fra loro alternativi proposti da Fiering (1967) e da Rasmussen *et al.* (1996). Nel caso in esame, per la stima dei parametri del modello di generazione, sono state utilizzate le matrici di correlazione corrette mediante l'algoritmo proposto da Fiering (1967), che ha consentito di ottenere scarti più bassi rispetto ai valori di correlazione osservati.

Tabella 1. *Dati caratteristici delle serie analizzate.*

Codice Serie	Stazione	Serie parziali consecutive	Superficie [Km^2]	Media deflusso mensile [mm]
1	BRADANO a Tavole Palatine	ott. 1933-set. 1942 ott. 1948-set. 1960	2743	7.60
2	BRADANO a Ponte Colonna	ott. 1928-set. 1943 ott. 1955-set. 1971	459	12.50
3	BASENTO a Menzena	ott .1948-set. 1969	1405	21.67
4	BASENTO a Gallipoli	ott. 1927-set. 1943 ott. 1948-set. 1966	848	30.13
5	BASENTO a Pignola	ott. 1926-set. 1943 ott. 1947-set. 1971	42.4	48.75
6	AGRI a Tarangelo	ott. 1926-set. 1942 ott. 1946-set. 1962	507	52.40
7	AGRI a Le Tempe	ott. 1929-set. 1943 ott. 1946-set. 1971	174	69.07
8	SINNI a Valsinni	ott. 1950-set. 1976	1142	45.04
9	SINNI a Pizzutello	ott. 1930-set. 1942 ott. 1948-set. 1967 ott. 1970-set. 1980	233	83.80

4.1. Risultati

La verifica dell'efficienza del modello proposto è stata condotta sia in ambito univariato, valutandone la capacità di riproduzione della correlazione seriale delle singole serie storiche analizzate "at site", sia in ambito multivariato, procedendo al confronto tra la correlazione spaziale delle serie generate dei deflussi con quella campionaria. Questo confronto è stato effettuato sia con riferimento a tutti i dati di deflusso disponibili nelle diverse sezioni fluviali di interesse (correlazione globale), sia con riferimento ai dati osservati in uno stesso intervallo temporale nell'anno idrologico (correlazione stagionale). Nelle regioni a clima mediterraneo è infatti possibile individuare una stagione umida, comprendente i mesi da Novembre ad Aprile,

ed una stagione secca, da Maggio ad Ottobre. In esse è spesso trascurabile la variabilità della correlazione spaziale nei diversi intervalli temporali di ampiezza mensile.
I diversi passi da seguire per l'applicazione della procedura di generazione di serie contemporanee sono riassunti in Appendice 2. Nella prima fase della procedura, l'applicazione della metodologia di analisi univariata sulle singole serie storiche mensili ha portato all'identificazione, in tutti i casi esaminati, del modello PIR-ARMA(1,1). In fase di generazione univariata, si è poi riscontrata l'efficienza di tale modello nella riproduzione della funzione di autocorrelazione e dei primi tre momenti calcolati nei diversi mesi dell'anno (Straziuso, 1997).

Successivamente, con riferimento all'insieme delle serie stimate di afflusso netto sono state valutate le prestazioni della procedura per la riproduzione della correlazione spaziale dell'input. Tali prestazioni sono da riferire alla riproduzione sia delle transizioni tra le occorrenze che della correlazione relativa alla parte continua. La procedura è risultata complessivamente efficiente, mostrando solo nella stagione secca una certa tendenza a riprodurre valori di correlazione leggermente più elevati rispetto a quelli osservati (Straziuso, 1997). Le differenze rilevate sono da ascrivere al fatto che nelle serie generate la variabilità della parte continua risulta leggermente più bassa di quella osservata. Si tratta, comunque, di un aspetto non molto significativo dal punto di vista pratico, a motivo dell'elevata probabilità dei valori nulli nella stagione secca.

I risultati qui riportati sono relativi al confronto più importante, cioè quello tra le correlazioni spaziali osservata e generata per i deflussi.

Nel primo controllo, operato con riferimento alle serie di tutte le osservazioni simultanee, si sono ottenuti risultati estremamente positivi nella riproduzione della correlazione interstazione, come può osservarsi nelle mappe degli errori assoluti e relativi riportate in Fig. 2. Nelle mappe ogni quadrato corrisponde ad una coppia di stazioni, con numeri riferiti ai codici di Tab. 1. I quadrati scuri corrispondono alle differenze di entità maggiore.

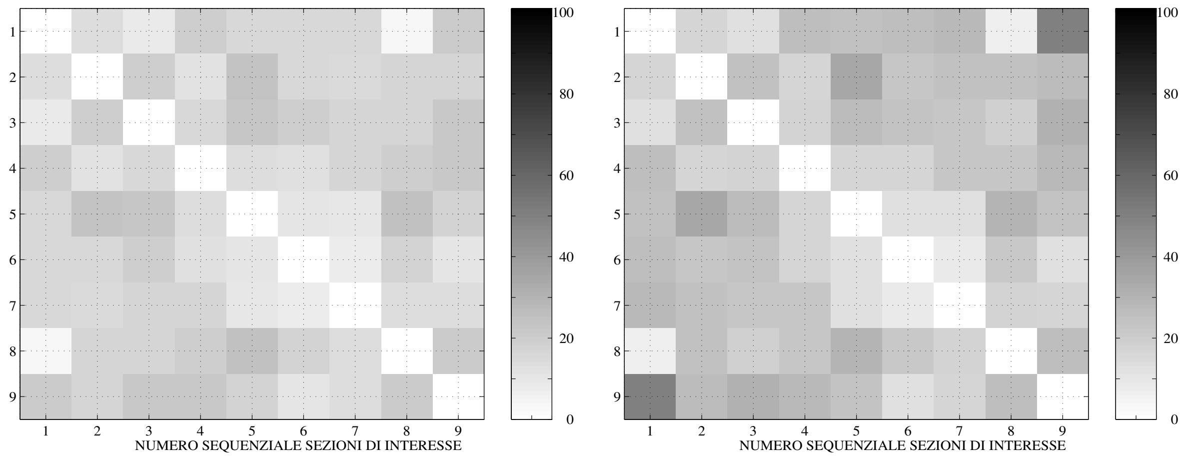

***Figura 2**. Differenze assolute (x100) tra correlazioni generate ed osservate per tutte le coppie di stazioni (sinistra) e differenze percentuali rapportate alla correlazione osservata (destra)*

Aggregando i deflussi generati alla scala stagionale, si è ottenuto un panorama di risultati più variegato (v. Fig. 3) con toni di grigio complessivamente più scuri (errori leggermente maggiori). Nei mesi invernali, infatti, salvo che nel caso della coppia (1,9) le correlazioni vengono ben rispettate. Nei mesi estivi emergono invece differenze che in alcuni casi sono piuttosto significative, in particolare laddove la correlazione di partenza era praticamente nulla. Un'interpretazione di questo comportamento può essere data tenendo conto che il modello stocastico considerato, nella stagione secca, fornisce output non nulli anche dopo mesi di input nullo. I deflussi estivi generati sono infatti il risultato del decadimento esponenziale delle falde e pertanto non scendono mai a zero. Tuttavia, anche in questo caso vale la considerazione che errori percentuali anche consistenti nelle correlazioni si applicano a valori comunque bassi, e perciò scarsamente significativi, del deflusso.

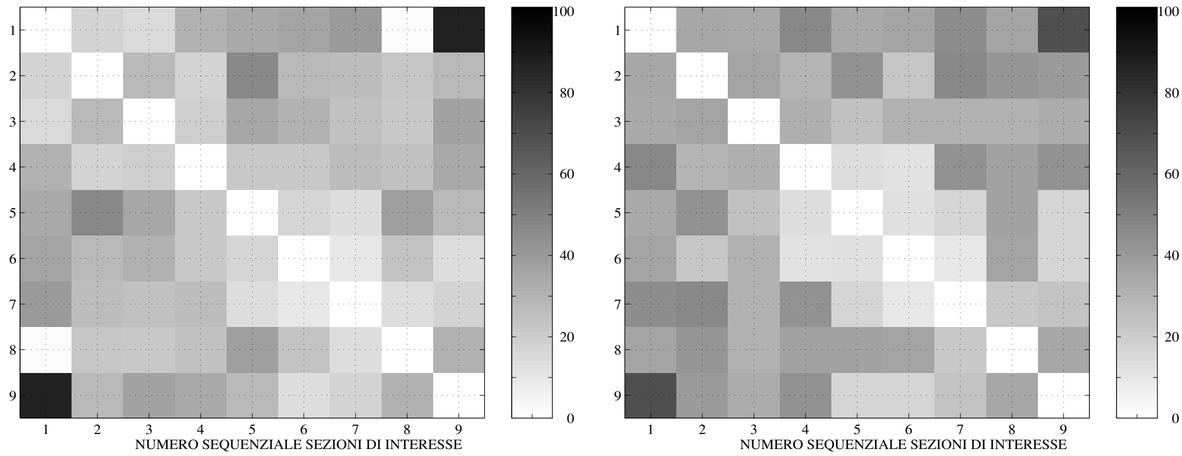

***Figura 3**. Differenze percentuali, rispetto ai valori osservati, nella riproduzione della struttura di correlazione spaziale dei deflussi nella stagione umida (sinistra) e nella stagione secca (destra)*

6. CONCLUSIONI

Il modello descritto in questo lavoro consente la generazione di serie sintetiche multivariate a scala mensile ed è specificamente concepito per applicazioni in regioni a clima mediterraneo. L'approccio seguito è caratterizzato da: 1. Inquadramento in uno schema multivariato contemporaneo, in cui la correlazione spaziale è disaccoppiata rispetto a quella temporale; 2. Adozione di un modello stocastico univariato dei deflussi basato sulla concettualizzazione del fenomeno fisico, e pertanto suscettibile di applicazione anche in sezioni senza dati; 3. Valutazione della struttura di correlazione spaziale sui residui del modello stocastico univariato, che corrispondono concettualmente agli afflussi netti al bacino.

L'analogia tra residui ed afflussi netti comporta il vantaggio di poter contare su un certo significato fisico dei risultati e delle configurazioni intermedie ottenute. Per contro, si è dovuto affrontare i problemi derivanti dal fatto che gli afflussi netti presentano probabilità finita di assumere valore zero, il che comporta l'impiego di una distribuzione di probabilità mista. La struttura di correlazione spaziale degli afflussi netti è stata quindi riprodotta attraverso uno schema stocastico-probabilistico proposto da Chebaane et al. (1995) per processi univariati intermittenti, opportunamente adattato al caso qui considerato.

Il dover intervenire sulle correlazioni campionarie degli afflussi netti comporta che già in fase di generazione multivariata degli stessi risulti tutt'altro che scontata la corretta riproduzione della struttura di correlazione osservata. Tale obiettivo è stato peraltro raggiunto con approssimazione più che soddisfacente. Altrettanto soddisfacenti, a meno di qualche discrepanza nella stagione estiva, possono essere considerati i risultati ottenuti nella riproduzione della correlazione dei deflussi. Va tuttavia aggiunto che gli scostamenti relativi alla stagione estiva risultano di scarso peso, dati i bassi valori di portata ai quali sono associati. In conclusione, lo schema multivariato proposto sembra caratterizzato da prestazioni più che accettabili, e presenta ancora notevoli potenzialità riguardo alla possibilità di estensione al caso di stazioni prive di dati idrometrici.

RINGRAZIAMENTI

Il presente lavoro è stato parzialmente supportato con fondi CNR-GNDCI.

BIBLIOGRAFIA

Box, G.E. and G. Jenkins (1970). *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, Revised Edition, Holden-Day, San Francisco. (2nd. Edition, 1976).

Bras, R. L. and I. Rodriguez-Iturbe (1985). *Random functions and Hydrology*, Dover Publications, New York.

Chebaane, M. , J. D. Salas, and D. C. Boes (1995). "Product periodic autoregressive processes for modeling intermittent monthly streamflows", *Water Resources Research*, 31(6), 1513-1518.

Claps, P., F. Rossi and C. Vitale (1993). "Conceptual-stochestic modeling of seasonal runoff using Autoregressive Moving Average models and different time scales of aggregation", *Water Resources Research*, 29(8), 2545-2559.

Fiering, M.B. (1967) *Streamflow Synthesis*, Harvard University Press, Cambridge, Mass.

Kelman, J. (1977). *Stochastic modeling of hydrologic intermittent daily process*, Hydrology Paper 89, Colorado State University, Fort Collins, Colorado.

Lloyd, E.(1980). *Probability*, in: W. Ledermann (Eds.): Handbook of Applicable Mathematics, Vol. II, John Wiley and Sons, New York.

Rasmussen, P.F., J.D. Salas, L. Fagherazzi, J-C.Rassaman and B. Bobée (1996). "Estimation and validation of contemporaneous Parma models for streamflow simulation", *Water Resources Research*, 32(10), 3151-3160.

Salas, J. D., J.W. Delleur, V. Yevjevich and W.L. Lane (1980). *Applied modeling of hydrology time series*, Water Resources Publications, Littleton, Colorado.

Salas, J.D. and J.T.B. Obeysekera (1992). "Conceptual basis of seasonal streamflows time series models", *J. Hydraul. Eng., ASCE*,118, HY8, 1186-1194.

Srikanthan, R. and McManhon, T. A. (1980). "Stochastic generation of monthly flow for e-phemeral stream", *Journal of Hydrology,* Vol. 47, 19-40.

Straziuso, E., (1997). *Analisi multivariata dei deflussi fluviali*. Tesi di Dottorato, Università della Calabria.

Vanmarcke, E., (1983). *Random Fields*, MIT Press, Cambridge, Massachussets.

APPENDICE 1: SCHEMA PER LA RIPRODUZIONE DELLA CORRELAZIONE SPAZIALE

Salas *et al.* (1980) hanno proposto, per la generazione di serie gaussiane standardizzate aventi assegnata struttura di correlazione spaziale un modello basato sulla seguente relazione:

$$\mathbf{e}_t = \mathbf{B}\boldsymbol{\xi}_t \tag{A1.1}$$

in cui $\boldsymbol{e}_t$ è il vettore dei valori nei siti di interesse ed al tempo t delle variabili casuali residuo aventi distribuzione Normale, media nulla e varianza unitaria; $\boldsymbol{B}$ e la matrice dei parametri del modello di dimensione n x n; $\boldsymbol{\xi}_t$ è un vettore di lunghezza n di variabili casuali incorrelate sia nel dominio spaziale che in quello temporale, aventi distribuzione Normale, media nulla e varianza unitaria. Il modello multisite può essere quindi definito mediante la stima dei parametri della matrice **B**. Si dimostra facilmente che questa è legata alla matrice **R** di correlazione dei residui attraverso la relazione:

$$\mathbf{B}\mathbf{B}^T = \mathbf{G} \tag{A1.2}$$

Un vincolo imposto sulla matrice **R**, in quanto matrice di correlazione (Salas *et al.*, 1980, pag. 86; Vanmarke, 1983, pag. 41) è che essa sia almeno semidefinita positiva (autovalori non negativi). Questo è sempre rispettato nel caso, abbastanza comune nell'ambito applicativo dei modelli empirici, in cui le serie multivariate abbiano la stessa numerosità campionaria.

Secondo la proposta originaria di Salas *et al.* (1980) nella (A1.1) deve essere presa in considerazione direttamente la matrice campionaria di correlazione dei residui dei modelli univariati. Altri autori, tra cui Bras e Rodriguez-Iturbe (1985) hanno invece proposto di determinare gli elementi della matrice di correlazione **R** sfruttando la relazione tra i parametri dei modelli ARMA univariati e la matrice $\mathbf{M_0}$di covarianza al *lag zero* calcolata sulle serie dei deflussi.

Visto il significato fisico assunto dai residui nell'approccio concettuale seguito nel presente lavoro, si intuisce come sia preferibile, nella costruzione di un modello multivariato, far riferimento direttamente alla correlazione spaziale della variabile afflusso netto, direttamente legata al residuo del modello univariato ma avente significato concettuale. Essa è, pertanto, facilmente regionalizzabile e su di essa non intervengono le caratteristiche fisiografiche del bacino che determinano risposte diverse (deflussi) ad input comuni (la precipitazione).

Le tecniche per risolvere l'equazione (A1.2), detta anche *gramiana*, sono diverse a seconda delle caratteristiche della matrice di correlazione che si considera. In questo lavoro è stato utilizzato l'algoritmo di risoluzione proposto nel lavoro di Bras e Rodriguez-Iturbe (1985).

APPENDICE 2: LA GENERAZIONE MULTIVARIATA DEI DEFLUSSI CON IL MODELLO PROPOSTO

Le diverse fasi in cui si articola la generazione di n serie multivariate di deflussi mensili, aventi numerosità N, con il modello proposto nel presente lavoro possono essere riassunte nei punti seguenti:

1) A partire dall'analisi univariata svolta at-site sulle serie storiche dei deflussi, si determinano le serie osservate degli input netti nonché i parametri mensili della loro distribuzione di

probabilità $P_0^{\tau,j}$, $\mu^{\tau,j}$, $\sigma^{\tau,j}$ (τ=1, 2,......12, j=1, 2,.........n) e si calcola la matrice di correlazione $\boldsymbol{R}$ dei dati non nulli di tale variabile;

2) Fissato un mese nell'anno idrologico $\tau=\tau^*$ ed una delle sezioni di valle o di monte dei bacini ricadenti nell'area di interesse $j=j^*$, si genera il processo binario delle occorrenze, avente distribuzione Binomiale di parametro $P_0^{\tau^*,j^*}$ e numerosità $N'=N_w+N$, in cui N_w è la lunghezza della serie di *warm-up* (Salas *et al.*, 1980);

3) Si applica in successione, lungo il percorso scelto fra le sezioni di interesse, lo schema bivariato per la generazione di sequenze binarie (0,1). Si ottengono così i vettori delle occorrenze per tutte le sezioni di interesse che, affiancati, danno luogo alla matrice $\boldsymbol{X}^{\tau^*,j^*}$ (j=1,2,.........n) di numerosità nxN';

4) Si genera una matrice di numerosità nxN' di dati appartenenti ad una popolazione normale standardizzata, ξ_t^j (j=1, 2,.........n, t=1, 2,......N') e, mediante il modello multisite (eq. A1.1), si determinano n serie di dati e_t^j aventi ancora distribuzione normale standard ma struttura di correlazione $\boldsymbol{R}$. Quindi, attraverso la posizione $(I_t^{\tau^*,j})^{½} = \mu^{\tau^*,j} + e_t^j \sigma^{\tau^*,j}$ (j=1, 2,.........n, t=1, 2,......N'), avendo cura di azzerare gli eventuali valori negativi ottenuti, si determinano le sequenze delle radici quadrate degli input netti e da queste, elevando al quadrato, si ottengono le sequenze relative alla parte continua degli input netti nel mese τ^* aventi assegnata struttura di correlazione spaziale;

5) Si calcolano quindi le serie degli input netti relativi al mese τ^* negli n siti di interesse moltiplicando la matrice delle occorrenze e quella relativa ai dati non nulli precedentemente determinate ai punti (3) e (4). Quindi, mediante la posizione $\varepsilon_t=(I_t-\mu_{D_t})[1-b(1-e^{-1/q})]$, i cui termini sono noti, si determina la matrice $\boldsymbol{\varepsilon}^{\tau^*,j}$, di numerosità nxN', dei residui dei modelli stocastici univariati;

7) Si ripete la procedura indicata ai punti 2÷6 per tutti i mesi dell'anno idrologico in modo da ottenere, per ognuno dei siti di interesse, la sequenza dei residui generati;

8) Attraverso il modello di equazione (4), in cui vengono considerate nulle tutte le grandezze che si riferiscono ad istanti di tempo precedenti a t=0, applicato ad ogni sito considerato nell'analisi regionale, si determina l'insieme multivariato dei deflussi a media zero z_t^j (j=1, 2,.........n, t=1, 2,......N',);

9) Si aggiunge la media alla serie multivariata dei deflussi generati (a media zero), espressi in [*mm*] di altezza d'acqua, trasformandoli, eventualmente, in portate medie mensili [m^3/s].