

F. Murrone, F. Rossi, P. Claps

**UN MODELLO STOCASTICO A BASE CONCETTUALE
DEI DEFLUSSI FLUVIALI GIORNALIERI**

Estratto da:

**23° CONVEGNO DI IDRAULICA
E COSTRUZIONI IDRAULICHE**

Università degli Studi di Firenze
Dipartimento di Ingegneria Civile

Gruppo Nazionale per la Difesa
dalle Catastrofi Idrogeologiche

Firenze
31 Agosto-4 Settembre 1992
Palazzo degli Affari
Piazza Adua 1



UN MODELLO STOCASTICO A BASE CONCETTUALE DEI DEFLUSSI FLUVIALI GIORNALIERI

Federico Murrone*, Fabio Rossi**, Pierluigi Claps ***

* *Dip. di Idraulica, Gest. Risorse Idriche ed Ing. Amb., Univ. di Napoli "Federico II".*

** *Istituto di Ingegneria Civile, Univ. di Salerno.*

*** *Dip. di Ingegneria e Fisica dell'Ambiente, Univ. della Basilicata.*

SOMMARIO

Il processo dei deflussi giornalieri viene esaminato in relazione ai suoi caratteri idrologici per identificare un modello stocastico univariato con finalità interpretative e simulate.

Con riferimento alle caratteristiche climatiche ed idrogeologiche dei bacini dell'Italia appenninica, il deflusso viene considerato la somma di quattro distinte componenti, che tengono conto, rispettivamente, degli apporti derivanti da falde profonde, falde stagionali, dal drenaggio del suolo e dal deflusso superficiale; tali componenti hanno tempi di esaurimento caratteristici via via decrescenti. Considerando i tre invasi sotterranei come lineari, il bacino viene schematizzato come un sistema lineare che trasforma gli afflussi netti in deflussi. La funzione di risposta del bacino risulta, quindi, una combinazione lineare di tre funzioni esponenziali aventi differenti parametri di esaurimento ed una funzione di risposta istantanea. Affinché il deflusso superficiale si possa considerare un processo impulsivo, le serie vengono aggregate a scale temporali superiori al tempo base dell'IUH superficiale. Nelle ipotesi in cui le occorrenze degli eventi di pioggia siano poissoniane e la distribuzione dell'intensità degli impulsi sia esponenziale, il processo dei deflussi può essere assimilato ad un processo aleatorio shot noise.

ABSTRACT

Daily streamflows are examined with regards to their hydrological aspects in order to identify an univariate stochastic model for interpretation and simulation purposes.

Starting from considerations on the climate and the hydrogeology of the Italian Apennines basins, streamflows are considered as the sum of four distinct components, respectively accounting for contributions of deep and seasonal aquifers and for subsurface and surface runoff. The watershed may thus be considered as a linear system which transforms the effective rainfall in runoff, made up of three linear reservoirs, with decreasing lag times, plus a linear channel; only time scales greater than the surface runoff lag time are considered, so that it can be considered as an impulsive process. If the flood occurrences are poissonian and the event intensities are exponentially distributed, the streamflow process has a shot noise representation.

INTRODUZIONE

Lo scopo del presente lavoro è di pervenire ad un modello stocastico univariato dei deflussi giornalieri basato su uno schema concettuale del processo. Tale modello dovrà essere in grado di riprodurre l'andamento impulsivo degli eventi di piena, che mostrano scarsa dipendenza l'uno dall'altro, accanto al carattere di forte dipendenza temporale tipico dei deflussi di morbida, che viene schematizzato fin nelle sue componenti di lunghissimo periodo.

L'approccio concettuale per la costruzione del modello stocastico presenta i seguenti vantaggi: (a) possibilità di impiego di informazioni a priori, che consentono una corretta identificazione della struttura del modello e rendono minimo il numero dei suoi parametri; (b) possibilità di trasferire informazioni tra bacini idrologicamente simili in situazioni di scarsità o mancanza di dati; (c) possibilità di validare le stime dei parametri stocastici in base al loro significato concettuale.

Alla formazione dei deflussi fluviali contribuiscono processi fisici distinti, i cui apporti assumono peso diverso in relazione alle caratteristiche dell'ambiente fisico del bacino idrografico. In linea generale, nei bacini dell'Italia appenninica, laddove possono essere trascurati i contributi provenienti dallo scioglimento delle nevi, si possono individuare le seguenti componenti: (a) i contributi provenienti dalle falde acquifere localizzate alla base dei massicci carbonatici, che hanno, in genere, tempi di esaurimento dell'ordine degli anni (falde profonde); (b) i contributi di falde che insistono in formazioni geologiche superficiali di tipo non carbonatico, oppure di sorgenti di sfioro, che in genere si esauriscono entro la stagione secca (falde stagionali); (c) il contributo dovuto al drenaggio del suolo, avente esaurimento plurigiornaliero (deflusso ipodermico); (d) l'apporto derivante dal ruscellamento superficiale, avente ritardo variabile da qualche ora ad alcuni giorni in funzione delle dimensioni del bacino (deflusso superficiale).

Ognuno dei precedenti processi può essere schematizzato come l'uscita da un elemento concettuale (invaso lineare o canale lineare) che fornisce un contributo additivo al processo dei deflussi, cosicché il bacino idrografico può essere considerato un sistema di più elementi in parallelo, il cui input è dato dagli afflussi meteorici netti ed il cui output è dato dai deflussi.

Se si assume che le occorrenze degli eventi di pioggia netta si verifichino in accordo ad un processo puntuale di Poisson e che siano indipendenti dalla intensità degli eventi stessi, nell'ulteriore ipotesi che le trasformazioni indotte dal bacino idrografico siano lineari, il processo dei deflussi coincide con un processo di Poisson filtrato (Parzen, 1962), una cui variante, il processo *shot noise* (o rumore granulare), ha trovato applicazione nella modellazione dei deflussi giornalieri.

PROPRIETÀ DEI PROCESSI SHOT NOISE

Un processo *shot noise* è un processo aleatorio che può rappresentare un fenomeno la cui misura, in un certo istante, è determinata additivamente dagli effetti di un certo numero di eventi verificatisi in istanti precedenti, contrassegnati con l'indice i . Esso è individuato quando si conoscano gli istanti t_i in cui si verificano detti eventi (impulsi), la loro intensità Y_i ed una funzione $h(\cdot)$ (funzione di risposta) che descrive la propagazione nel tempo dell'effetto di ogni impulso. Detta X la grandezza che si vuol descrivere, il suo valore all'istante t è dato da:

$$(1) \quad X(t) = \sum_i Y_i h(t-t_i)$$

Il processo (1) è stato studiato nelle ipotesi che: (a) la funzione $h(\cdot)$ sia continua, infinitesima per $t-t_i$ tendente all'infinito ed integrabile; (b) le ampiezze degli eventi Y_i siano variabili aleatorie indipendenti ed identicamente distribuite, con media e varianza finite; (c) gli istanti in cui si verificano gli eventi seguano un processo di Poisson. Il processo (1) risulta stazionario se la sua origine tende a $-\infty$; nel caso in cui l'origine sia fissata in un istante finito, ad es. $t_0=0$, viene meno la stazionarietà, in quanto il numero aleatorio di addendi dipende dall'istante t . Essendo $h(\cdot)$ infinitesima, l'origine può di fatto essere considerata ad una distanza finita, purché sufficientemente grande, dall'istante in cui si inizia a considerare il processo, senza inficiare la stazionarietà dello stesso. In tal caso la (1) si scrive:

$$(2) \quad X(t) = \sum_{t_0 < t_i < t} Y_i h(t-t_i)$$

Il processo (2) è, per sua natura, continuo, mentre le serie storiche dei deflussi sono costituite da insiemi discreti. Sorge, pertanto, la necessità di pervenire alla forma discretizzata della (2), attraverso la seguente integrazione:

$$(3) \quad X_t = \int_{(t-1)T}^{tT} X(\tau) d\tau$$

in cui $X(\tau)$ ha l'espressione (2); t è l'indice dell'insieme degli istanti di campionamento, T è l'intervallo di campionamento.

La stima di un modello shot noise a partire da una serie storica di deflussi si riconduce, essenzialmente, alla: (a) stima degli istanti di occorrenza degli impulsi; (b) stima dell'ampiezza degli impulsi; (c) stima della funzione di risposta, e può essere perseguita, generalmente, adottando tecniche di ottimizzazione numerica.

RASSEGNA DELLA LETTERATURA SUI MODELLI DEI DEFLUSSI GIORNALIERI

I modelli classici delle serie temporali, essenzialmente basati su processi di tipo ARMA (Box e Jenkins, 1970, Salas et al., 1980), si sono rivelati insoddisfacenti nel riprodurre le caratteristiche salienti dei deflussi giornalieri, che presentano forti asimmetrie tra le fasi di incremento delle portate in alveo e le fasi di decremento delle stesse, con brusche risalite in occasione degli eventi di piena e lenti esaurimenti nelle fasi di morbida (Lawrance e Kottegoda, 1977; Battaglia, 1986).

Una evoluzione della citata classe di modelli ha condotto all'adozione dei processi DARMA (Discrete ARMA) per la costruzione di modelli stocastici del processo di trasformazione afflussi-deflussi (Chang et al., 1987). La sequenza di giorni asciutti e piovosi viene riprodotta con un processo DARMA, che viene unito ad un modello probabilistico per i volumi di pioggia giornaliera, come, ad esempio, una distribuzione esponenziale. La serie degli afflussi così ottenuta viene trasformata in deflusso mediante

un modello lineare di trasferimento. Il modello di trasferimento può essere valutato solo se le caratteristiche statistiche delle precipitazioni sono preventivamente note. Ciò rende tali modelli inapplicabili al caso di processi univariati, ai quali soli restringeremo la discussione che segue, dedicata ai modelli Poisson filtrati.

La proposta originaria dell'applicazione di processi Poisson filtrati va attribuita a Bernier (1970), cui ha fatto seguito il lavoro di Weiss (1977). Weiss considera i deflussi come somma di due processi fisici distinti, il ruscellamento superficiale ed il deflusso di falda. Ognuno dei due è modellato come un sistema lineare avente un proprio processo di inputs ed una propria funzione di risposta, ed è rappresentato, nel continuo, dal processo di Poisson filtrato:

$$(4) \quad X(t) = \sum_{N(-\infty)}^{N(t)} Y_i e^{-b(t-t_i)}$$

ove $N(t)$ è la funzione di conteggio di un processo di Poisson ed Y una variabile aleatoria distribuita esponenzialmente.

Il modello dei deflussi ha sei parametri, tre per ognuno dei processi che lo compongono; la stima è effettuata uguagliando i momenti del primo e secondo ordine del modello, discretizzato su base giornaliera in accordo alla (3), ai rispettivi valori dei momenti campionari. La stagionalità delle serie viene considerata procedendo separatamente alla stima dei parametri per ogni mese dell'anno. Il modello non fornisce informazioni sulla struttura degli inputs, in quanto non si perviene ad una stima delle relative serie.

Anche Treiber e Plate (1977) e poi Kron et al. (1990) propongono un modello dei deflussi giornalieri basato su un processo shot noise: il bacino è considerato un sistema deterministico, rappresentato dalla funzione di risposta impulsiva $h(\cdot)$, sottoposto ad un input stocastico, rappresentato dal processo degli impulsi, che fornisce l'occorrenza e l'intensità degli eventi di pioggia. La procedura di stima perviene alla valutazione della serie degli inputs e della funzione di risposta del sistema partendo dalla serie storica dei deflussi. Gli istanti di occorrenza degli impulsi vengono individuati in corrispondenza degli incrementi di portata, ipotesi che vale a rigore se $h(\cdot)$ è strettamente decrescente.

Dopo aver ottenuto una stima preliminare della funzione di risposta mediante la seguente proprietà dello shot noise:

$$(5) \quad K(s) = \frac{\int_0^{+\infty} h(t) h(t+s) dt}{\int_0^{+\infty} h^2(t) dt}$$

che lega $h(\cdot)$ all'autocorrelazione $K(\cdot)$ del processo, si procede alla stima ai minimi quadrati delle intensità degli impulsi, con la condizione di non negatività degli stessi. A questo punto si ristima $h(\cdot)$, introducendo una dipendenza dal valore del deflusso, in modo da tener conto delle non-linearità presenti nel processo dei deflussi giornalieri.

Le stime definitive si ottengono ottimizzando alternativamente rispetto agli impulsi e ad $h(\cdot)$, minimizzando la somma dei quadrati dei residui del modello. La stagionalità delle precipitazioni è considerata stimando i parametri stocastici separatamente per ogni

mezzo dell'anno. La struttura di autocorrelazione degli impulsi è riprodotta con un modello markoviano a due parametri. I parametri da stimare sono 67, dei quali 62 relativi al processo delle precipitazioni nette.

Koch (1985) propone un modello bivariato basato sull'analisi dei processi fisici di trasformazione afflussi-deflussi. La funzione di risposta impulsiva (IUH) del bacino è ottenuta come combinazione della risposta di due invasi lineari, che rappresentano, rispettivamente, il deflusso superficiale e quello di falda; viene, inoltre, modellato il processo di formazione del deflusso superficiale e di ricarica della falda. Le piogge sono modellate secondo un processo ad impulsi rettangolari di durata ed intensità aleatorie, con occorrenza poissoniana, per cui si giunge ad una rappresentazione continua secondo un processo di Poisson filtrato, analoga al modello di Weiss. L'approccio di Koch ha il pregio di attribuire ai parametri stocastici un preciso significato fisico, ma non affronta il problema della stima dei parametri, rendendo il modello inapplicabile per finalità operative.

Battaglia (1986) propone un procedimento inferenziale originale. A partire dall'espressione (2) del processo stazionario, perviene alla relativa forma discretizzata:

$$(6) \quad X_t = \sum_{k=0}^{+\infty} h_k Z_{t-k} + E_t$$

ove E_t è una soglia minima che rappresenta tutti i fattori e le componenti non riconducibili allo shot noise, che influiscono additivamente sul fenomeno. Sono assunte le seguenti ipotesi: (a) la serie degli h_k è quadraticamente convergente, con $h_0=1$; (b) Z_t è un rumore bianco stazionario con media positiva e varianza finita; (c) E_t è un processo stazionario a media non negativa e varianza finita; (d) i processi E_t e Z_t sono incorrelati. Per l'inferenza viene considerato un processo a memoria finita, in cui la sommatoria nella (6) si estende sino ad un valore finito q , pari al lag massimo per cui l'autocorrelazione campionaria risulta significativamente diversa da zero. Si procede, quindi, all'identificazione degli istanti di occorrenza, individuati in corrispondenza dei giorni t in cui è verificata la condizione:

$$(7) \quad x_t \geq x_{t-1} + L$$

ove L è un valore di soglia da scegliere in modo da ottimizzare l'adattamento del modello ai dati, ed alla stima dei valori iniziali della serie Z_t , forniti dalle differenze $x_t - x_{t-1}$. Ciò fatto, si effettua la stima dei parametri definitivi del modello iterando le seguenti fasi: (a) nota la serie iniziale Z_t , si minimizza la somma dei quadrati dei residui rispetto alle incognite h_k ; (b) date le stime dei pesi di risposta h_k , si minimizza nuovamente rispetto alle Z_t , limitatamente agli istanti in cui si sono verificati eventi; (c) la procedura è iterata fin quando il valore della somma dei quadrati dei residui non subisce più apprezzabili diminuzioni.

Hino e Hasebe (1981) adottano una procedura che si discosta da quelle finora esaminate. I deflussi giornalieri vengono separati nelle componenti di deflusso di falda, ipodermico e superficiale con l'uso di filtri numerici, con valori appropriati delle frequenze di taglio. Ognuna di queste rappresenta il periodo entro il quale si risentono gli effetti di una certa componente del deflusso e viene valutata attraverso l'esame dei

modelli AR stimati sulle serie dei deflussi totali: i coefficienti AR decrescono gradualmente in valore assoluto fino ad un certo lag, per il quale si verifica una brusca riduzione del loro valore; tale lag è assunto quale stima della frequenza di taglio. Nel caso in cui siano disponibili i dati relativi agli afflussi, l'esame delle funzioni di coerenza e di fase fra le serie degli afflussi e quelle dei deflussi fornisce un riscontro al valore di frequenza di taglio ottenuto in precedenza. Le caratteristiche di risposta dei sottosistemi idrologici sono individuate dall'analisi dei modelli AR stimati sulle serie dei deflussi filtrati, ricavando gli idrogrammi unitari per ciascun sottosistema. Infine, sotto l'ipotesi che le piogge nette possano essere considerate white noise, una loro stima è ottenuta a partire dai residui dei modelli AR.

Nel presente lavoro, attraverso una formulazione shot noise, si intende riprodurre il processo dei deflussi, considerato alla scala giornaliera, nella globalità dei suoi caratteri. Si riprende, pertanto, l'approccio di Weiss, introducendo una funzione di risposta a 4 componenti, atta a riprodurre le diverse caratteristiche di dipendenza dei deflussi osservabili aggregando il processo a scale superiori a quella giornaliera (ad esempio, a scala mensile ed annua).

MODELLO SHOT NOISE A RISPOSTA MULTIPLA

Identificazione della Forma del Modello

Sulla base dello schema concettuale descritto nell'introduzione, il bacino è rappresentato da un sistema composto da tre invasi lineari in parallelo ed un canale lineare a ritardo subgiornaliero; l'input al sistema, incognito, ha il significato di pioggia efficace. Considerando poissoniano il processo delle occorrenze delle precipitazioni nette e data la linearità della trasformazione, i deflussi possono essere rappresentati da un processo shot noise, la cui forma continua è data da:

$$(8) \quad X(t) = \sum_{N(-\infty)}^{N(t)} Y_i h(t-t_i)$$

in cui $h(\cdot)$ ha la seguente espressione generale ($\tau = t-t_i$):

$$(9) \quad h(\tau) = c_0 e^{-b_0 \tau} + c_1 b_1 e^{-b_1 \tau} + c_2 b_2 e^{-b_2 \tau} + c_3 b_3 e^{-b_3 \tau}$$

in cui i coefficienti c_i (di *ricarica*) ripartiscono il volume degli impulsi fra i vari elementi del sistema e rappresentano il contributo, in media, di ogni singola componente alla media generale dei deflussi; i coefficienti b_i (di *esaurimento*) sono, invece, i reciproci delle costanti d'invaso dei serbatoi lineari. Gli indici i da 0 a 3 si riferiscono, nell'ordine, alle componenti superficiale, ipodermica, stagionale e profonda. Tutti i coefficienti sono considerati costanti, per cui le periodicità a scala sub-annua presenti nelle serie dei deflussi sono interamente ricondotte alle caratteristiche del processo degli inputs. I coefficienti c_i debbono, inoltre, soddisfare la condizione di continuità del volume del singolo impulso:

$$(10) \quad \sum_{i=0}^3 c_i = 1$$

che riduce a sei il numero di parametri da stimare.

Nel caso in cui il tempo base dell'IUH superficiale sia inferiore alla scala di aggregazione T , come assunto nel seguito, la componente superficiale può essere considerata un processo casuale incorrelato, in quanto l'intero volume dell'idrogramma di piena defluisce nell'ambito dell'intervallo T stesso. In tali condizioni il termine $c_0 e^{-b_0 \tau}$ si riduce alla funzione di Dirac $\delta(0)$ e la (9) diviene:

$$(11) \quad h(\tau) = c_0 \delta(0) + c_1 b_1 e^{-b_1 \tau} + c_2 b_2 e^{-b_2 \tau} + c_3 b_3 e^{-b_3 \tau}$$

La (8) non è operativamente valida, poiché ha memoria infinita. Fissando l'inizio del processo all'istante $t_0=0$, l'effetto della storia antecedente può valutarsi qualora si conosca l'aliquota del deflusso di falda all'istante iniziale. Considerando il clima dei bacini appenninici italiani, caratterizzato da un solo massimo ed un solo minimo di precipitazione nell'anno, si può individuare un anno idrologico che inizia e termina con valori di piovosità prossimi a zero. In corrispondenza dell'inizio dell'anno idrologico possiamo assumere con buona approssimazione che i contributi superficiale, ipodermico e delle falde stagionali siano esauriti o trascurabili rispetto a quelli di falda profonda. Una stima sufficientemente attendibile della portata dovuta alla sola falda profonda è data, quindi, dal valore complessivo X_0 di portata al 1° ottobre. Con tali posizioni la (8) diviene:

$$(12) \quad X(t) = X_0 e^{-b_3 t} + \sum_{N(0)}^{N(t)} Y_i h(t-t_i)$$

che è, però, la rappresentazione di un processo continuo. Aggregando alla scala T di uno o più giorni secondo la relazione (3) e sfruttando le ipotesi di linearità e parallelismo degli elementi che costituiscono il sistema, si ottiene:

$$(13) \quad X_t = e^{-b_3 T} (e^{b_3 T} - 1) X_0 + \sum_{N(0)}^{N(t)} Y_i' h(s)$$

ove Y_i' rappresenta il volume totale degli impulsi occorsi nel generico intervallo $[(t-1)T, tT]$, s è il lag, a valori interi, ed $h(s=t-t_i)$ ha l'espressione:

$$(14) \quad h(s) = \sum_{i=1}^3 h_i(s), \quad s = 1, 2, \dots$$

ove:

$$(15) \quad \begin{cases} h_i(s) = c_i [(e^{-b_i T} - 1)/(b_i T) + 1] & \text{per } s = 1 \\ h_i(s) = c_i (e^{b_i T} + e^{-b_i T} - 2)/(b_i T) e^{-b_i T(s-1)} & \text{per } s > 1 \end{cases}$$

La funzione $h(s)$ rappresenta la risposta del sistema ad un impulso di volume unitario uniformemente distribuito all'interno dell'intervallo T .

Stima dei Parametri

Da un punto di vista teorico il modello consentirebbe la stima di tutti i parametri contemporaneamente. Di fatto, però, la componente del deflusso a ritardo pluriennale e, probabilmente, anche quella a ritardo plurimensile, hanno evoluzione troppo lenta perché se ne possano individuare i caratteri alla scala giornaliera. Ciò è comprovato dall'analisi dell'andamento tipico degli spettri di potenza dei deflussi giornalieri. Essi mostrano, infatti, una concentrazione di densità spettrale alle basse frequenze, indice della presenza di componenti di lungo periodo che possono essere confuse con un trend e quindi difficilmente stimabili (vedi fig. 1). D'altra parte, già a scala mensile Claps et al. (1992) hanno evidenziato la difficoltà di stimare le caratteristiche di variabilità della componente pluriennale.

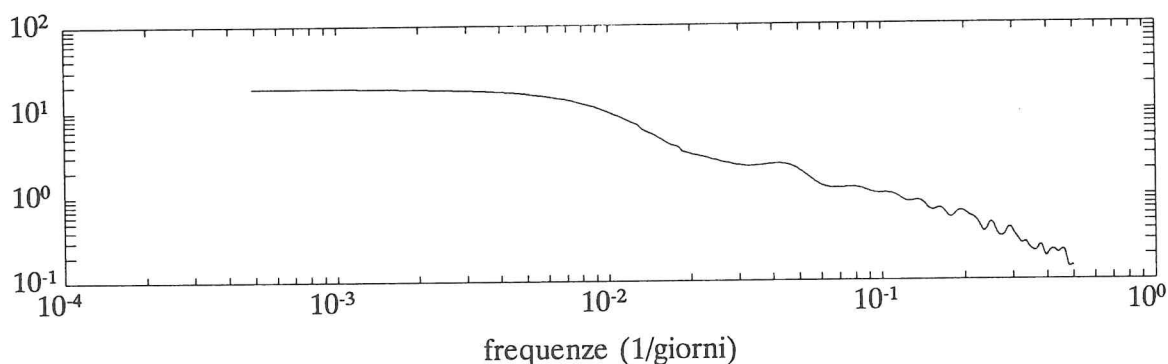


Fig. 1. Giovenco a Pescina. Spettro di potenza della serie storica dei deflussi.

Un modo per superare tale difficoltà è quello di far uso di informazioni a priori sui processi di bassa frequenza. Tali informazioni sono ricavate dall'analisi dei deflussi aggregati a scala ensile ed annua adoperando modelli stocastici a base concettuale di struttura analoga a quella qui considerata, con il vantaggio di garantire anche la corretta riproduzione delle caratteristiche dei deflussi aggregati. Claps (1989) e Claps e Rossi (1991) hanno proposto una metodologia ARMA a base concettuale per la rappresentazione dei deflussi annui e mensili in cui le falde ad esaurimento pluriennale e stagionale sono assimilate a serbatoi lineari, con parametri aventi lo stesso significato di c_2 , c_3 , b_2 e b_3 .

Per valutare la possibilità di stimare affidabilmente a scala T -giornaliera i caratteri di variabilità della falda stagionale, si sono stimati inizialmente a questa scala i parametri c_2 , c_1 , b_2 , b_1 , vincolando i parametri della falda profonda ai valori calcolati con il modello dei deflussi annui. Operando in questo modo, si è però evidenziata la presenza di fenomeni di interferenza fra le stime dei parametri delle componenti stagionale ed ipodermica, in particolare tra b_2 e b_1 , che hanno condotto a valori incompatibili con le ipotesi fatte, per cui b_2 è stato vincolato al valore stimato con il modello dei deflussi

mensili. Si è invece ritenuto opportuno non vincolare c_2 , ripetendo la sua stima su scala giornaliera, anche per controllarne il valore stimato su base mensile. Esso dipende, infatti, essenzialmente da parametri MA (media mobile) (Claps e Rossi, 1991), le cui stime sono intrinsecamente meno affidabili di quelle dei parametri AR (autoregressivi) (Box e Jenkins, 1970) da cui dipende, invece, b_2 .

Riassumendo, i parametri c_3 , b_3 e b_2 sono stati vincolati ai valori ottenuti su scala annua e mensile mentre c_1 , b_1 e c_2 sono stati stimati alla scala di T giorni; c_0 è ricavato dalla (10). Il modello è applicato alle serie depurate dell'effetto del deflusso di falda profonda all'istante iniziale, pari a $e^{-b_3 t} (e^{b_3 T} - 1) X_0$, adoperando una procedura iterativa di stima ai minimi quadrati. L'identificazione degli istanti di occorrenza e dei valori iniziali degli impulsi segue la metodologia di Battaglia, in cui il valore della soglia L è posto pari a 0. Le fasi di ottimizzazione sono svolte minimizzando alternativamente la somma dei quadrati dei residui rispetto alla serie degli impulsi e rispetto ai parametri della (14), arrestandosi alle stime definitive quando la funzione obiettivo non subisce più diminuzioni significative. La minimizzazione è stata effettuata con un metodo di ricerca diretta, l'algoritmo del simplesso di Nelder-Mead, che ben si presta al caso in cui la funzione obiettivo è di tipo altamente non lineare, come nel caso in esame. Ad ogni fase di ottimizzazione si verifica l'appartenenza della soluzione alla regione di ammissibilità del problema, individuata dalla (10) e dai vincoli di non negatività dei parametri c_i . Come ulteriore vincolo, la serie degli impulsi deve assumere valori non negativi, in accordo col loro significato di afflussi netti al bacino.

Alcuni autori (es. Duan et al., 1992) segnalano che nella calibrazione dei modelli multiparametrici, effettuata con l'ausilio di procedure automatiche di ricerca, spesso risulta difficoltoso ottenere un unico punto di ottimo della funzione obiettivo. D'altronde, anche nel caso in cui ciò sia possibile, è difficile stabilire quanto siano sensibili le stime ottenute nei riguardi di errori o piccole variazioni dei dati. Sulla scorta di quanto appena discusso, la ricerca del minimo assoluto della funzione obiettivo del modello è stata effettuata partendo da differenti punti della regione ammissibile del problema (Duan et al., 1992), in modo da verificare l'eventuale presenza di più minimi relativi. Come ulteriore verifica, data la serie degli input stimati, è stato esplorato l'andamento della superficie della funzione obiettivo sulla regione ammissibile nei sottospazi individuati da coppie di parametri. Tale andamento è mostrato in fig. 2 con riferimento a sei coppie di parametri. In tutti i grafici si nota la presenza di una sola regione di attrazione, piuttosto ristretta, in cui ricade il punto di minimo, il che conferma l'affidabilità delle stime ottenute.

APPLICAZIONE

Il modello proposto è stato applicato alle serie dei deflussi registrate in tre stazioni di misura ricadenti in bacini appenninici. I valori dell'intervallo di aggregazione T sono riportati in tabella 1 assieme ad alcune caratteristiche dei bacini considerati.

Per ogni bacino, T è stato scelto in modo da annullare l'interferenza tra i parametri del deflusso ipodermico e superficiale, che avviene quando esso è superiore al tempo base dell'IUH superficiale. Operativamente, T è stato fissato pari al minimo valore per il quale si stabilizzano le stime di c_0 e c_1 . La scelta di T richiede notevole attenzione, in quanto influenza sensibilmente la stima di b_1 , come può osservarsi in tabella 2, a seguito

della regolarizzazione della serie conseguente all'aggregazione. Detto problema necessita di ulteriori indagini, ad esempio facendo uso della procedura proposta da Hino e Hasebe (1981) per la determinazione della frequenza di taglio.

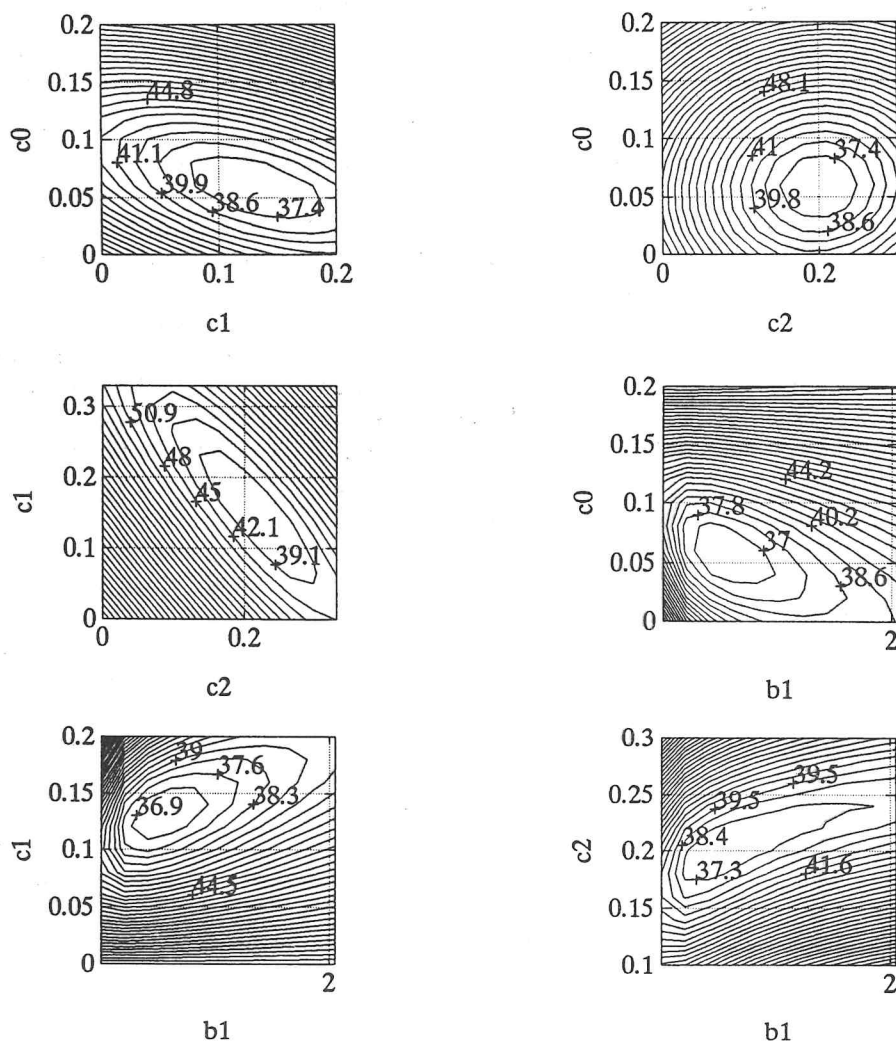


Fig. 2. Curve di egual valore della funzione obiettivo per sei coppie di parametri.

Tabella 1. Caratteristiche dei bacini e delle serie storiche considerate

Bacino	Area (Km ²)	anni di osserv.	T (giorni)
1 Giovenco a Pescina	139	11	1
2 Nera a Torre Orsina	1445	25	2
3 Tevere a Roma	16545	50	5

I coefficienti b_i stimati, in giorni^{-1} , sono riportati nella tabella 2 assieme ai relativi valori dei coefficienti c_i . Nella stessa tabella sono riportati, per confronto, i valori del coeff. di ricarica c_2 alla falda stagionale, stimati su base mensile. Si può osservare che solo il valore di c_2 relativo alla serie 3 si discosta sensibilmente da quello stimato alla scala di T giorni.

Tabella 2. Stima dei parametri per la stazione 1 a diverse scale di aggregazione.

Scala di aggregazione (giorni)	c_0	c_1	c_2	b_1 (giorni^{-1})
1	.0586	.131	0.201	.551
2	.0818	.111	.197	.305
3	.0755	.122	.193	.264
7	.0775	.116	.196	.163

Tabella 3. Stime dei Parametri. (v) indica parametro vincolato; c_2^ è il valore di c_2 stimato alla scala mensile.*

Bacino	c_0	c_1	c_2	$c_3(v)$	b_1 (giorni^{-1})	$b_2(v)$ (giorni^{-1})	$b_3(v)$ (giorni^{-1})	c_2^*
1	.0586	.131	.201	0.610	.551	.0149	.000944	0.277
2	.0140	.0297	.246	0.710	.308	.00936	.000661	0.256
3	.0875	.140	.241	0.530	.161	.0201	.000821	0.363

In fig. 3.a è riportata la serie dei deflussi riprodotti, relativi alla stazione 1, unitamente a quelli osservati, per un periodo di un anno; vengono riportati, inoltre (fig. 3.b), gli inputs stimati relativi allo stesso anno. La serie riprodotta si adatta piuttosto bene a quella osservata, anche rispetto al deflusso di base durante un prolungato periodo di assenza di precipitazioni. In fig. 3.c è riportato un esempio di ricostruzione delle diverse componenti dei deflussi.

CONCLUSIONI

Viene proposto un modello stocastico di più processi shot noise per la modellazione dei deflussi fluviali alla scala di T giorni, basato su una interpretazione concettuale del processo.

Il deflusso viene considerato come la somma di tre differenti componenti provenienti da invasi sotterranei, con tempi di esaurimento di diverso ordine di grandezza, e di un termine di deflusso superficiale. Scegliendo una scala di aggregazione superiore al tempo base dell'IUH, l'ultima componente risulta avere risposta impulsiva. Il bacino può, quindi, essere considerato un sistema lineare costituito da tre invasi ed un canale lineare in parallelo. L'input al sistema, considerato un processo puntuale, corrisponde al processo degli afflussi netti. Esso non è un dato del problema ma viene stimato contestualmente all'applicazione del modello.

I parametri del modello sono i coefficienti di esaurimento e di ricarica dei tre invasi.

Viene mostrato che una valutazione dei parametri compatibile con il loro significato concettuale è ottenibile solo stimando ogni coppia di parametri alla scala di aggregazione "caratteristica" della componente a cui si riferisce. Ciò è possibile in virtù del significato concettuale dei parametri.

Tenendo conto anche di componenti ad esaurimento molto lento, si ha che: (a) vengono preservate le caratteristiche dei deflussi a tutte le scale di aggregazione; (b) si riproduce correttamente il processo anche durante lunghi periodi di assenza di precipitazioni.

La scelta della scala di aggregazione di T giorni, che garantisce il carattere impulsivo della risposta superficiale, pone il problema della possibile interferenza tra le stime di parametri di componenti diverse, problema che richiede ulteriore approfondimento.

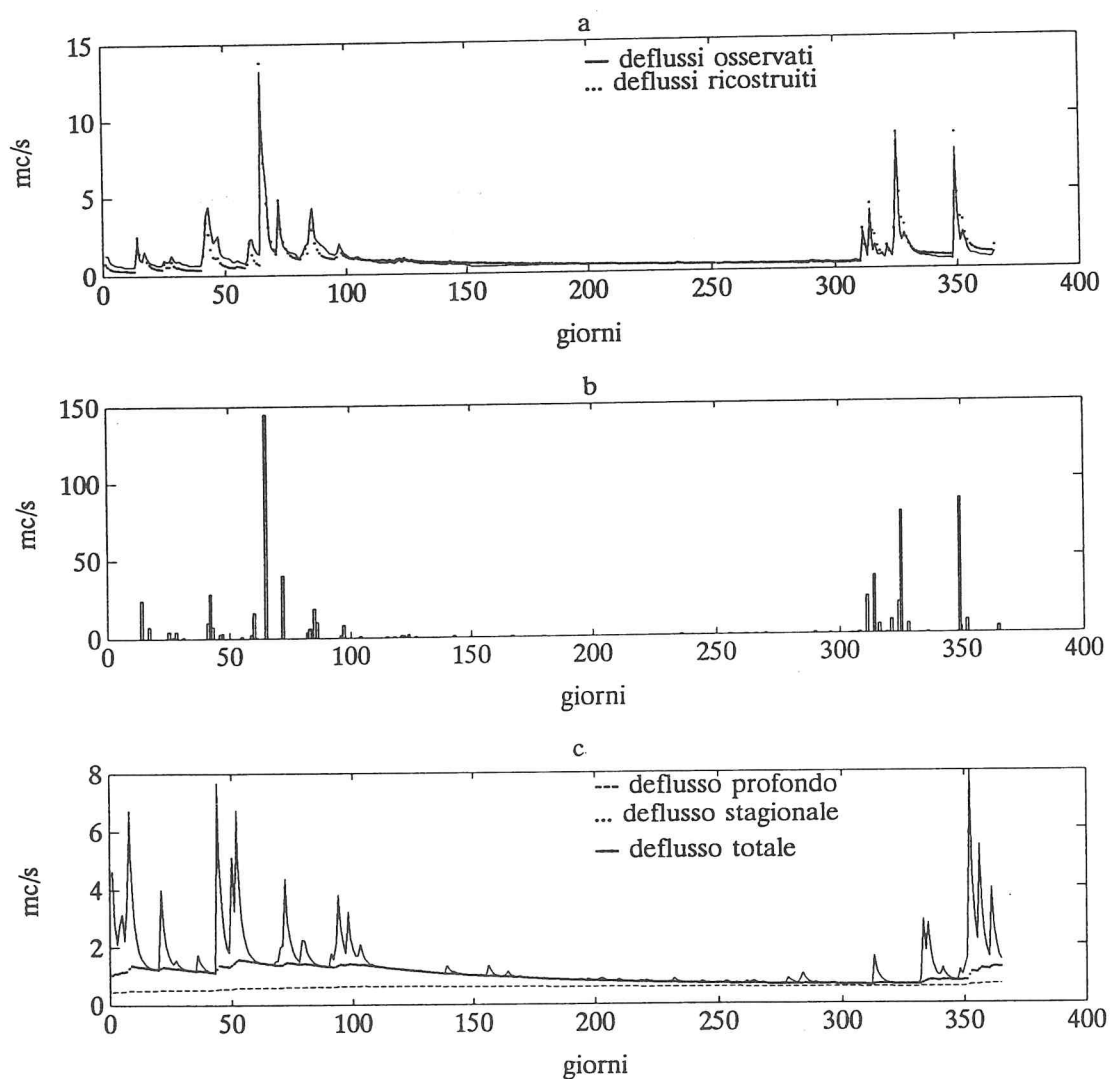


Fig. 3. Giovenco a Pescina, anno 1962. (a) confronto fra serie storica e serie modellata ; (b) serie degli impulsi stimati; (c) ricostruzione delle componenti del deflusso, anno 1963.

BIBLIOGRAFIA

- Battaglia, F. (1986). Modelli stocastici per la rappresentazione e la previsione dei deflussi. *Dip. di Statistica, Probabilità e Statistiche Applicate, Quaderno n. 3*, Univ. di Roma "La Sapienza".
- Box G.E. and Jenkins G. (1970). *Time Series Analysis, Forecasting and Control*. Revised Edition. Holden-Day, San Francisco (Reprint 1976).
- Bernier J. (1970). Inventaire des Modeles des Processus Stochastiques applicables a la Description des Debits Journaliers des Rivières. *Rev. Int. Stat. Inst.*, 38, 49-61.
- Chang T.J., Delleur J.W. and Kavvas M.L. (1987). Application of discrete autoregressive moving average models for estimation of daily runoff. *Jour. of Hydrol.*, 91, 119-135.
- Claps, P. (1989) "Conceptual Basis of Stochastic Models of Monthly Streamflows", poster paper, NATO A.S.I. "Stochastic Hydrology and its use in Water Resources Systems", Peñíscola, Spain (in stampa).
- Claps, P. e F.Rossi (1991). Metodi per la generazione sintetica dei deflussi, in: *Corso di Aggiornamento in Modelli Idrologici Superficiali nella Pianificazione di Bacino*, Politecnico di Milano, 10-14 Giugno 1991 (in stampa).
- Claps P., F.Rossi e C.Vitale (1992). Conceptual-Stochastic Modeling of Monthly Runoff Using Different Scales of Aggregation, in revisione.
- Duan Q., Sorooshian S. and Gupta V. (1992). Effective and Efficient Global Optimization for Conceptual Rainfall-Runoff Models. *Water Resour. Res.* Vol. 28, No.4, 1015-1031.
- Hino M. and Hasebe M. (1981). Analysis of hydrologic characteristics from runoff data - A hydrologic inverse Problem. *Jour. of Hydrol.*, 49 (3/4), 287-313.
- Koch, R. W. (1985). "A stochastic streamflow model based on physical principles." *Water Resour. Res.*, 21(4), 545-553.
- Kron W, Plate E.J. and Ihringer J. (1990). A Model for the generation of simultaneous daily discharges of two rivers at their point of confluence. *Stochastic Hydrol. and Hydraul.*, (4), 255-276.
- Lawrance, A. J., and Kottegoda, N. T. (1977). "Stochastic modelling of riverflow time series." *J. R. Statist. Soc. A*, 140, Part 1, 1-31.
- Parzen, E. (1962). *Stochastic Processes*. Holden-Day Inc., San Francisco, Cal.
- Salas J.D., Delleur J.W., Yevjevich V. and Lane W.L. (1980). *Applied Modeling of Hydrologic Time Series*. Water Resources Publications, Littleton, Colorado.
- Treiber, B. and Plate, E. J. (1977). "A stochastic model for the simulation of daily flows." *Hydrological Sciences Bulletin*, XXII, 1 3/1977, 175-192.
- Weiss, G. (1977). "Shot noise models for the generation of synthetic streamflow data." *Water Resour. Res.*, 13(1), 101-108.

Stampa: TECNOPRINT S.N.C., Via del Legatore 3, Bologna.