

SIMULAZIONE STOCASTICA DEI DEFLUSSI GIORNALIERI: METODI DI DETERMINAZIONE DELLE STIME INVERSE DI PIOGGIA EFFICACE E RELATIVE PROPRIETÀ STATISTICHE

Pierluigi Claps, Alessandro Giordano, Francesco Laio

Dipartimento di Idraulica, Trasporti e Infrastrutture Civili, Politecnico di Torino,
Corso Duca degli Abruzzi, 24, 10129, Torino, Italia

Sommario

Nei modelli stocastici univariati dei deflussi giornalieri è usuale attribuire la componente di casualità presente nella serie storica all'aleatorietà dell'input (pioggia efficace), ed utilizzare invece relazioni di tipo puramente deterministico, lineari o non lineari, per rappresentare l'azione del bacino idrografico. Tale impostazione, generalmente associata ad un modello concettuale, pone il problema fondamentale di stimare, dalla serie delle portate, la serie delle precipitazioni efficaci, che sono successivamente riprodotte tramite un processo puntuale marcato. Le procedure di stima inversa della precipitazione efficace devono essere in qualche modo 'innescate', indicando in particolare le occorrenze degli eventi. Le occorrenze inizialmente proposte sono piuttosto vincolanti, in quanto i metodi di stima inversa modificano solo le intensità relative agli istanti predefiniti, eventualmente cancellando eventi di scarsa entità. Questo determina la possibilità che il campione stimato delle piogge efficaci non rispetti appieno i requisiti di indipendenza e stazionarietà richiesti di solito dai modelli stocastici puntuali classici. In questo ambito si colloca l'approfondimento qui proposto, che tende a riprendere le basi della modellazione delle portate giornaliere tramite modello shot-noise lineare, rivedendo i metodi di identificazione e stima proposti da Murrone et al. (1997). Spunti significativi per questa revisione sono dati da una procedura aggiornata di analisi Peaks over Threshold (POT), specificamente mirata alla definizione oggettiva di soglie e di relative occorrenze rispettose delle ipotesi di base. Viene inoltre proposta una revisione della procedura di stima che ne migliora la convergenza. Si riportano i risultati delle applicazioni con riferimento a corsi d'acqua del Piemonte, che comprendono anche bacini in cui non è trascurabile l'apporto proveniente da scioglimento nivale.

1. Introduzione

Le serie temporali sintetiche di deflussi sono di grande utilità in molti ambiti relativi alla pianificazione e gestione delle risorse idriche, ed i modelli usati per generarle possono rappresentare un banco di prova per ipotesi di base relative agli aspetti fenomenologici della trasformazione afflussi-deflussi. In particolare ciò avviene quando questi modelli sono concepiti in modo da rispecchiare, nel complesso, lo schema fisico di formazione delle portate fluviali.

Alla scala temporale giornaliera i modelli di generazione dei deflussi suscitano tuttora particolare interesse, per le difficoltà che comportano a causa della natura intermittente e fortemente asimmetrica che caratterizza le serie temporali idrologiche a quella scala. Queste

caratteristiche rendono poco interessante l'uso di modelli lineari della classe ARMA (Box e Jenkins, 1976), e rendono invece necessario il ricorso a modelli che esplicitamente considerano la natura pulsante degli eventi di piena, quali i processi Poissoniani filtrati (v. es. Parzen, 1962). La struttura di tali processi, denominati usualmente *Shot Noise*, consiste in un processo puntuale che riproduce le occorrenze degli eventi di pioggia netta, i quali agiscono come input di un sistema, per lo più lineare, che riproduce le trasformazioni operate dal bacino idrografico. Il deflusso si ottiene filtrando l'input attraverso la funzione di risposta del sistema.

In una rapida classificazione della letteratura, questi modelli si possono distinguere in: *i*) modelli in cui la funzione di risposta deriva, come in quello Weiss (1973), da uno schema concettuale lineare del bacino idrografico (es. Pegram, 1980; Hino e Hasebe, 1981; Vanderwiele e Dom, 1989; Murrone et al., 1997); *ii*) modelli non lineari e/o non parametrici, eventualmente aventi in ingresso processi di Markov (Treiber e Plate, 1977; Yakowitz, 1979; Vanderwiele e Dom, 1989). Molti dei modelli proposti si basano sull'ipotesi di disporre di un numero sufficiente di dati per la stima dei parametri del processo in esame, cosa che lascia ancora notevole spazio per migliorare le performance di modelli utilizzati in condizioni di scarsità di dati e per impostare procedure compatibili con l'utilizzo in bacini non monitorati.

2. Struttura del modello

Nella presente nota si analizzano alcune caratteristiche del modello proposto da Murrone et al. (1997), che risulta strettamente connesso all'impostazione data da Claps et al. (1993) alla conservazione degli effetti rilevabili a scale differenti. Ciò consente di riprodurre in maniera soddisfacente grandezze statistiche relative a scale temporali molto aggregate rispetto a quella giornaliera. Il soddisfacimento di questo requisito è ottenuto prevedendo nel sistema lineare componenti a risposta anche molto lenta, eventualmente identificata direttamente a scala di aggregazione annuale. Questo schema, meglio descritto in seguito, fornisce due modelli in alternativa (con e senza componente pluriennale) parsimoniosi ed efficienti, con parametri che possono essere validati in relazione a grandezze fisicamente plausibili.

2.1 Modello stocastico della pioggia netta

Il compito di individuare un processo stocastico rappresentativo della pioggia netta presenta serie difficoltà, in particolare se si considerano brevi intervalli di aggregazione, dato che il processo naturale non viene osservato. Al momento della selezione tra un'ampia classe di modelli stocastici, potrebbe essere sufficiente supporre che la pioggia netta conservi la maggior parte delle caratteristiche stocastiche della pioggia totale. Questa ipotesi necessita però di essere convalidata al momento dell'applicazione, e questo fa sì che la serie di pioggia netta debba essere stimata in modo inverso a partire dalla serie delle portate.

Nella fase di costruzione del modello, la scelta è caduta sulla classe dei processi puntuali, i quali, essendo fisicamente basati, possono essere ricondotti ad una particolare funzione matematica. La classe alternativa dei processi Markoviani non risulta sufficientemente adeguata, in quanto, trattandosi di processi discreti, sono incapaci di preservare la loro struttura al momento dell'aggregazione.

Fra i processi puntuali, sono stati considerati quelli white noise poissoniani (e.g., Todorovic e Yevjevich, 1969; Eagleson, 1978) con impulsi esponenziali (PWNE). L'uso dei modelli più complessi del PWNE pare giustificato unicamente in un ambito più raffinato, a seguito di una

stima parametrica efficiente ed in cui si giustifichi adeguatamente la riduzione “in parsimonia” causata dalla presenza di numerosi parametri.

2.2 Componenti della risposta del bacino idrografico

Il modello di *Murrone et al. (1997)* assume che il deflusso sia prodotto dalla somma di al più quattro componenti principali. Tre di queste sono relative al deflusso di base (a ritardo pluriennale, stagionale e plurigiornaliera, o componente ipodermica) ed una rappresenta il deflusso diretto, comprendente la quota parte di pioggia al netto dell’evapotraspirazione che raggiunge la sezione terminale entro la fine dell’intervallo considerato (uno o più giorni consecutivi). Gli elementi concettuali che producono il deflusso di base sono degli invasi lineari mentre il deflusso diretto è rappresentato con una traslazione senza ritardo. L’input al sistema (la pioggia netta, non nota e da identificare attraverso stima inversa) è ripartita nelle diverse componenti con coefficienti costanti c_i , che rispettano la condizione di continuità sui volumi: $\sum_i c_i = 1$.

La funzione di risposta del sistema così concepito deriva dalla combinazione delle risposte dei singoli elementi concettuali:

$$u(t) = c_0 \delta(0) + \frac{c_1}{k_1} e^{-t/k_1} + \frac{c_2}{k_2} e^{-t/k_2} + \frac{c_3}{k_3} e^{-t/k_3}, \quad t \geq 0 \quad (1)$$

dove le $c_i / k_i e^{-t/k_i}$ rappresentano le risposte impulsive degli invasi lineari e $c_0 \delta(0)$ indica il deflusso diretto. L’indice i aumenta con l’incrementarsi del valore della costante di invaso, per cui k_3 è la costante di invaso della falda pluriennale.

Essendo l’output di un sistema lineare, il deflusso $X(t)$ è derivato dall’integrale di convoluzione:

$$X(t) = \int_0^t I(\tau) u(t-\tau) d\tau \quad (2)$$

dove $I(\tau)$ è l’input (continuo) in ingresso.

Considerando la pioggia netta come una successione di impulsi istantanei che seguono un processo poissoniano composto (*v. es. Snyder, 1975*) ed assumendo che gli impulsi siano incorrelati e che la distribuzione delle loro intensità sia indipendente dal processo delle occorrenze, il processo di deflusso (2) rappresenta un processo di Poisson filtrato (Shot Noise).

Essendo le osservazioni effettuate a parametro discreto (usualmente un giorno) si rende necessaria una forma discretizzata dell’integrale di convoluzione. Con riferimento a quanto riportato in *Murrone et al. (1997)*, a meno di un termine legato alla condizione iniziale, il cui effetto decresce esponenzialmente, la funzione di convoluzione discretizzata assume la forma:

$$X_t = \sum_{s=1}^t Y_{t-s+1} h_s, \quad (3)$$

dove X_t è il volume defluito (o portata media giornaliera) nel giorno t -esimo; Y_{t-s+1} è il volume di pioggia netta del giorno $(t-s+1)$ -esimo; infine h_s è la funzione di risposta discretizzata:

$$h_s = \begin{cases} c_0 + \sum_{i=1}^3 c_i [k_i (e^{-1/k_i} - 1) + 1] & \text{se } s = 1 \\ \sum_{i=1}^3 c_i k_i [e^{1/k_i} + e^{-1/k_i} - 2] e^{-(s-1)/k_i} & \text{se } s > 1 \end{cases} \quad (4)$$

h_s rappresenta l'idrogramma unitario discretizzato alla scala giornaliera, ossia la risposta del bacino ad un impulso di pioggia netta di volume unitario, integrata su intervalli costanti di tempo. Per h_s deve valere $\sum_s h_s = 1$. Tale condizione si verifica facilmente a partire dalla (4):

$$\sum_{s=2}^{\infty} e^{-(s-1)/k_i} = 1 / (e^{1/k_i} - 1)$$

3. Costruzione del Modello

3.1 Identificazione della forma della funzione di risposta

Basandosi su quanto detto in precedenza, l'identificazione del modello concettuale consiste nella valutazione della presenza o meno della componente di falda pluriennale. Tale procedura consiste essenzialmente nella verifica della presenza di autocorrelazione nei dati annuali. In accordo con *Claps et al. (1993)* la presenza di tale componente si può escludere utilizzando anche l'indice idrologico DFI (*deep flow index*) definito come il rapporto fra il valor medio del minimo annuo del deflusso mensile ed il valor medio generale dei deflussi mensili. Bassi valori del DFI associati a stime incongruenti (es. negative) dei parametri k_3 e c_3 sono la base per l'esclusione della componente a ritardo pluriennale.

Se invece questa componente è presente, i relativi parametri sono stimati tramite le relazioni fornite da *Claps et al. (1993)* a partire dai parametri di un modello ARMA(1,1), per essere successivamente incorporati come valori vincolati nel modello Shot Noise.

3.2 Stima dei Parametri

La procedura per la stima dei parametri del modello Shot Noise è strettamente connessa all'identificazione del processo di pioggia netta. In letteratura si trovano essenzialmente due alternative. Nella prima, comune a quasi tutti i modelli Shot Noise (*Weiss, 1973, 1977; O'Connell, 1977; O'Connell e Jones, 1979; Cowpertwait e O'Connell, 1992*), la forma del processo in ingresso è prestabilita ed i parametri sono stimati attraverso il metodo dei momenti applicati alle statistiche del deflusso. Questa procedura non dà la possibilità di verificare le ipotesi fatte sul processo in ingresso e non permette di valutare l'influenza degli effetti delle trasformazioni che il bacino opera sull'input. L'altro approccio supera i problemi di cui sopra, dato che la serie in ingresso è interamente ricostruita con stima inversa, cosa che consente anche di inferire le caratteristiche della sua distribuzione di probabilità. Questa procedura è stata seguita, con modalità diverse, da *Treiber e Plate (1977), Hino e Hasebe (1981, 1984), Battaglia (1986), Wang e Vandewiele (1994)*, tra gli altri.

Secondo quest'ultimo procedimento, che è quello considerato in questo lavoro, la stima dei parametri di un modello Shot Noise deriva dai seguenti passaggi:

1. identificazione delle occorrenze degli impulsi;
2. valutazione dell'intensità degli impulsi;
3. stima dei parametri della funzione di risposta del sistema.

Poiché la stima inversa corretta della serie in ingresso richiede la stima del vettore $\theta = \{c_0, c_1, k_1, c_2, k_2, c_3, k_3\}$ dei parametri della funzione di risposta, che, a sua volta, è condizionata dalla determinazione della serie degli impulsi, la procedura deve essere di tipo iterativo.

I passaggi risultano i seguenti:

1. determinazione preliminare dell'occorrenza e del valore degli impulsi, ossia della serie Y_t delle piogge nette stimate
2. stima di θ per mezzo della minimizzazione della somma dei quadrati dei residui:

$$\min_{\theta} SQ(\theta) = \min_{\theta} \sum_{t=1}^N \left\{ x_t - \sum_{s=1}^t Y_{t-s+1} \cdot h'_s(\theta) \right\}^2$$

dove x_t è il dato osservato al tempo t ed N è il numero delle osservazioni;

3. stima inversa di una nuova serie di impulsi attraverso la deconvoluzione (processo di filtraggio inverso).

Dopo la fase 3), viene stimata la somma dei quadrati dei residui risultante dalla nuova serie di impulsi. La procedura converge quando il miglioramento ottenuto in $SQ(\theta)$ con il nuovo Y_t è dell'ordine del 5% del precedente valore di $SQ(\theta)$. La minimizzazione del problema è soggetta ai seguenti vincoli:

$$k_i, c_i > 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad \sum_{i=0}^3 c_i = 1 \quad (5)$$

determinati dal significato concettuale dei parametri. La fase 2) viene portata a termine grazie ad un algoritmo del simplesso di Nelder-Mead (*Press et al., 1988*), che ben si presta al caso di funzione obiettivo altamente non lineare. I vincoli specificati nella (5) non sono direttamente implementati nell'algoritmo di minimizzazione, ma sono controllati su ogni vettore delle soluzioni. Si controlla inoltre che in ogni fase di ottimizzazione il vettore delle soluzioni appartenga al dominio di validità del problema.

Nella fase 3) le restrizioni sono definite dalla condizione di non negatività degli impulsi, del tipo $Y_t \geq 0$. Questo limite non può essere facilmente implementato nell'algoritmo di deconvoluzione ed è imposto sulla serie solo in un momento successivo, rimuovendo i valori negativi e le loro occorrenze. In questo modo, le occorrenze stimate sono verificate implicitamente.

3.3 La definizione dell'input di primo tentativo

Ai fini della definizione del meccanismo di trasformazione degli afflussi netti in deflussi, ed anche della qualità della convergenza della procedura di ottimizzazione, è molto importante

definire il criterio di inizializzazione della serie dell'input netto. La presenza di numerosi e ben distinti picchi di portata rende facile l'identificazione delle occorrenze di eventi di pioggia netta in corrispondenza delle piene. In relazione ai deflussi di entità ridotta, invece, tale individuazione è più ambigua, perché i picchi sono meno pronunciati

Seguendo una proposta di Battaglia (1986), Murrone et al. (1997) hanno adottato un criterio di selezione dei picchi, qui chiamato *impulse*. In esso, si considera che i deflussi osservati non dovrebbero evidenziare alterazioni dei valori di portata in assenza di sollecitazioni esterne; quindi, laddove la serie delle portate presenta improvvise alterazioni, si può assumere in prima approssimazione che sia avvenuto un evento di pioggia. Tale determinazione si può ottenere tramite la serie delle differenze prime dei deflussi osservati:

$$Y_t = x_{t+1} - x_t \quad (6)$$

grazie alla quale, in tutti i casi in cui la differenza Y_t è positiva si può assumere una occorrenza di precipitazione. L'entità di tale differenza può essere assunta come stima iniziale dell'ampiezza dell'input, in quanto, grazie all'ipotesi di linearità, ogni incremento di portata si può ritenere proporzionale all'impulso che lo ha generato. Per evitare di dare eccessivo peso a piccole alterazioni, si può ricorrere ad un parametro soglia s , in virtù del quale è possibile filtrare incrementi di portata di modesta entità.

La serie degli impulsi stimati con tale metodo si presenta tuttavia con caratteristiche che mettono in molti casi in dubbio il verificarsi di condizioni necessarie per la modellazione della stessa tramite processo puntuale marcato. Infatti, tra le ipotesi fondamentali dei processi puntuali vi sono l'indipendenza degli eventi e la poissonianità delle loro occorrenze. Entrambe queste ipotesi tendono a non essere rispettate quando gli eventi sono troppo ravvicinati nel tempo, cosa che avviene molto frequentemente nel caso di impulsi stimati con la procedura *impulse*. In presenza di componente nivale o glaciale delle precipitazioni, il rispetto di tali condizioni risulta ancora più dubbio, in quanto si ritrovano spesso sequenze di incrementi costanti delle portate, dovute alla fusione della neve, che hanno a che vedere con incrementi di temperatura piuttosto che con apporti di precipitazione.

Ad ogni modo, una più articolata determinazione delle occorrenze, anche senza introdurre altre grandezze di controllo, darebbe maggiori contenuti alla simulazione delle componenti elevate del deflusso, con riflessi positivi sulla comprensione ed il confronto dei meccanismi di formazione delle piene. Si è pensato, pertanto, di filtrare l'input in ingresso per mezzo di una procedura Filtered Peaks Over Threshold (FPOT) proposta da Claps e Laio (2003). In tal senso si è scelto di rendere l'input in ingresso il più possibile conforme alle ipotesi di indipendenza e poissonianità, riformulando in parte il concetto di soglia proposto da Murrone et al. (1997). Il meccanismo di selezione della serie delle occorrenze dalla serie storica delle portate prevede l'individuazione di tutti i punti di massimo relativo delle portate (Figura 1). Le entità degli eventi sono stimate come differenza tra il generico picco di portata ed il primo minimo relativo che si incontra per tempi precedenti. Alla serie così ottenuta vengono applicati i test statistici di Kendall, per valutare l'indipendenza di eventi successivi, ed il test di Cunnane, per verificare la poissonianità delle occorrenze (cfr. Claps e Laio, 2003, per dettagli relativi a tali test). Com'è lecito attendersi, i test difficilmente risultano superati al primo tentativo. Per questa ragione si procede iterativamente, decurtando il numero di occorrenze attraverso l'ausilio di una soglia limite d'accettazione s , da incrementarsi di volta in volta fino al soddisfacimento delle condizioni. Ad ogni iterazione i valori dell'input sotto la

soglia vengono automaticamente posti a zero, riducendo nel contempo il numero di occorrenze di modesta entità dovute essenzialmente agli errori di misurazione ed alla presenza di rumore dinamico.

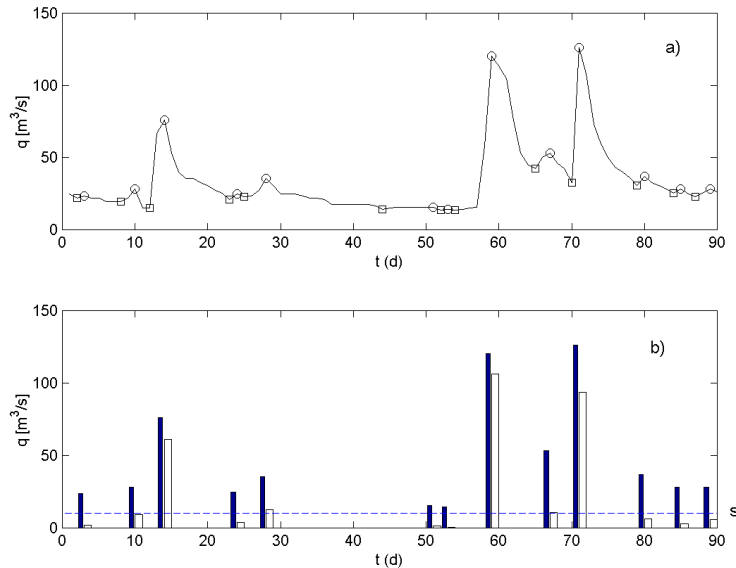


Figura 1. Schema della procedura FPOT per la selezione dei picchi

Si ottiene così una serie più "povera" di occorrenze ma che meglio si adatta alle necessità di simulazione, specie nella fascia alta delle portate. D'altra parte però la scarsità di eventi potrebbe rappresentare per il modello un vincolo rigido riguardo alla ricerca del miglior adattamento ai dati. La procedura è infatti forzata a ripartire l'intero volume osservato tra i pochi eventi previsti, determinando accumuli cospicui nei serbatoi lineari di falda. Questi si riflettono poi in curve di esaurimento spesso sovrastimate rispetto a quelle osservate.

Alla luce di tali considerazioni si è scelto di applicare il modello Shot Noise nelle due configurazioni di stima dell'input, al fine di valutare in che termini il modello lineare sia in grado di adattarsi ad un input meno denso di eventi come quello fornito dalla procedura FPOT. Vale la pena ricordare, inoltre, che in ambito alpino, o comunque in tutti quei casi in cui non si possa prescindere dai contributi di portata nivo-glaciali, il grado di incertezza sulla serie delle occorrenze, in seguito all'applicazione delle procedure appena descritte, rimane ancora elevato.

Tuttavia, come si vedrà nelle simulazioni descritte in seguito, la procedura FPOT consente una riproduzione delle caratteristiche degli estremi particolarmente efficace, cosa che ne rende comunque vantaggiosa l'applicazione.

3.4 La memoria del processo e l'idrogramma unitario

L'applicazione pratica della relazione (3) comporta la scelta del tempo di base dell'idrogramma unitario, t_B , che rappresenta la memoria del processo, ossia l'intervallo di tempo oltre il quale non è più avvertibile il contributo di un input precedente. *Murrone (1993)* indica come ordine di grandezza tipico per t_B un intervallo di circa 400 giorni. In applicazioni

successive, tra cui quella a cui si fa qui riferimento, relativa a bacini di Piemonte e Valle d'Aosta, si è evidenziata una forte sensibilità della procedura di stima al variare di t_B . Entrando in merito ad una sua ridefinizione, non è stato possibile trovare tempo base valido in generale per tutti i bacini: anche volendo definire un intervallo molto lungo, entro il quale si esaurisca sicuramente l'effetto di qualunque input, si incorre in problemi di instabilità numerica. Infatti, per funzioni di risposta con ritardi caratteristici di piccola entità, nella (4) si vanno a sommare numerosissimi termini di entità vicina allo zero, con ovvi problemi di errori di arrotondamento.

Si è pertanto implementata una procedura di controllo in grado di fornire il tempo base ottimale per ogni singola serie. Noto l'input in ingresso, la procedura stima i parametri della funzione di risposta, per i singoli serbatoi, su una finestra temporale t_B con lag iniziale di 50 giorni. Quindi viene calcolato l'idrogramma unitario h_s (equazione (4)) e si verifica il rispetto della condizione

$$\sum_{i=1}^{t_B} h_i \geq 0.999 \quad (7)$$

Se la condizione non risulta soddisfatta si reitera il processo, incrementando il termine t_B coerentemente con il ritardo caratteristico della funzione di risposta corrente. Poiché ad ogni iterazione vengono ricalcolati i parametri della funzione h_s , si osserva, inizialmente, una instabilità del valore della sommatoria della funzione di risposta, effetto destinato a scomparire nel momento in cui il termine t_B si avvicina alla convergenza.

3.5 Stima delle piogge nette

La serie 'definitiva' degli input in ingresso è ottenuta contestualmente alla stima dei parametri del modello Shot Noise, secondo uno schema di filtraggio inverso dei deflussi tramite la funzione di risposta. Si tratta a questo punto di adattare il modello Poisson White Noise Exponential (PWNE) a tale serie. Se la distribuzione di Poisson ha parametro λ e la distribuzione esponenziale delle intensità degli eventi ha media $1/\beta$, la funzione di densità di probabilità della pioggia netta cumulata Y in un giorno assume la forma (per esempio Eagleson, 1978):

$$f_Y(y) = e^{-\lambda} \left[\delta(y) + \sqrt{\frac{\lambda \beta}{y}} I_1(2\sqrt{\lambda \beta y}) e^{-\beta y} \right] \quad (8)$$

dove $\delta(\cdot)$ è la funzione delta di Dirac e $I_1(\cdot)$ è la funzione modificata di Bessel del 1° ordine. La stima dei parametri attraverso l'ausilio del metodo dei momenti fornisce le relazioni:

$$\hat{\lambda} = \frac{2 m_Y^2}{s_Y^2}; \quad \hat{\beta} = \frac{2 m_Y}{s_Y^2} \quad (9)$$

dove m ed s sono i valori campionari di media e deviazione standard della serie delle piogge nette "osservate". I parametri λ e β possono essere stimati separatamente con riferimento a

diverse stagioni omogenee, eventualmente utilizzando una rappresentazione sintetica tramite serie di Fourier.

4. Applicazioni del modello Shot Noise

Il modello Shot Noise a risposta multipla è stato applicato a 8 serie temporali di deflussi giornalieri, registrate in stazioni localizzate nelle regioni alpine ed appenniniche dell'Italia settentrionale (Tabella 1).

Tabella 1. Caratteristiche salienti dei bacini considerati

Bacino	Stazione di chiusura	Anni di osservazione	Area [km ²]	Q media [m ³ /s]
Ayasse	<i>Champorcher</i>	50-60, 62-67, 69-73	42.2	1.67
Borbera	<i>Baracche</i>	42-43, 50-61	202.0	5.26
Bormida	<i>Cassine</i>	47-58	1483.0	23.97
Chisone	<i>S. Martino</i>	42-67	580.0	12.54
Dora Baltea	<i>Tavagnasco</i>	51-85	3313.0	91.53
Orco	<i>Pont Canavese</i>	42-43, 48-67, 69-75	617.0	19.23
Scivia	<i>Serravalle</i>	42-43, 52-63	605.0	15.04
Tanaro	<i>Nucetto</i>	35-44, 47-65	375.0	10.40

Si sono considerati bacini con caratteristiche molto diverse fra loro in termini di estensione, altitudine e per quanto concerne, in particolare, la presenza o meno della componente di deflussi di tipo nivo-glaciale, sicuramente molto rilevanti nei bacini dell'Ayasse, del Chisone e della Dora Baltea. Si vuole valutare, infatti, la capacità descrittiva del protocollo Shot Noise in presenza di tale componente che, nell'impostazione di *Claps et al. (1993)* e *Murrone et al. (1997)*, centrata su bacini appenninici, era stata considerata a diritto trascurabile.

Delle serie analizzate, solo quella della Dora Baltea a Tavagnasco ha evidenziato, alla scala annuale, correlazione apprezzabile al lag 1 ed andamento regolarmente decrescente del correlogramma, suggerendo l'adozione di un modello Shot Noise a tre serbatoi in parallelo. Su tale serie si sono stimati, tramite modello ARMA[1,1] a scala annua, i parametri $c_3 = 0.47$ e $k_3 = 546$ giorni, che sono stati successivamente imposti come vincoli durante la fase di stima delle altre componenti nella procedura Shot Noise. Questa fase di stima, comune anche alle altre serie prive di componente pluriennale, consente di determinare tutti i parametri delle componenti a ritardo sub-annuale.

La procedura di stima dei 5 parametri c_0, c_1, c_2, k_1, k_2 , necessita del tempo base t_B come parametro di input. Già *Murrone et al. (1997)* rimarcano come la valutazione di questa quantità risulti critica in presenza di falda profonda, per cui un valore fisso può risultare poco significativo. Utilizzando il tempo base 'standard' di 400 giorni si sono ottenute stime inconsistenti, come ad esempio quelle riportate in colonna 1 della Tabella 2 per l'Ayasse a Champorcher; in particolare non risulta verificata la condizione (7) e tutti i parametri, fuorché k_1 , presentano valori non compatibili con gli specifici campi d'esistenza.

Tabella 2. Risultati del modello SN nel caso dell’Ayasse a Champorcher con diversi valori del tempo base t_B .

	Procedura <i>Murrone et al.</i> (1997)	Procedura modificata
c_0	4.0114e-005	0.0549
C_1	2.8444e-004	0.0808
c_2	0.9997	0.8644
k_1	13.0828	1.1558
k_2	5.2527e+006	19.6528
Integrale di h , eq. (10)	4.7665e-004	0.9996
Tempo base t_B (gg):	400	134

Una possibile alternativa per la stima del lag temporale t_B consiste nell’esame delle autocorrelazioni campionarie, che dovrebbero mostrare un lag massimo oltre il quale la correlazione non differisce significativamente da zero. Questo metodo, però, presuppone la destagionalizzazione delle serie al fine di eliminare la correlazione spuria prodotta dalla ciclicità annua dell’input.

Procedendo direttamente con la modifica discussa nel par. 3.4 il modello raggiunge la convergenza restituendo valori più che significativi delle grandezze in gioco, pur utilizzando un tempo base inferiore ai 400 giorni (v. Tabella 2).

In Tabella 3 sono riportati i risultati delle stime effettuate con la suddetta procedura sugli 8 bacini campione nelle due configurazioni di input in ingresso (*impulse* ed FPOT).

Tabella 3. Risultati dell’applicazione del modello Shot Noise.

Fiume	Sez. di chiusura	IMPULSE						R^2
		c_2	k_2	c_1	k_1	c_0	t_B	
		[-]	[giorni]	[-]	[giorni]	[-]	[giorni]	
Dora Baltea	<i>Tavagnasco</i>	0.43	23.31	0.07	1.1	0.03	3465	0.84
Ayasse	<i>Champorcher</i>	0.86	19.7	0.08	1.2	0.05	134	0.91
Borbera	<i>Baracche</i>	0.71	53.6	0.20	2.4	0.10	353	0.88
Bormida	<i>Cassine</i>	0.39	55.9	0.48	2.2	0.12	335	0.87
Chisone	<i>S. Martino</i>	0.78	86.2	0.17	3.3	0.05	210	0.79
Orco	<i>Pont Canavese</i>	0.72	61.9	0.19	2.1	0.10	255	0.85
Scrivia	<i>Serravalle</i>	0.54	43.7	0.34	2.0	0.12	276	0.92
Tanaro	<i>Nucetto</i>	0.65	135.3	0.25	2.0	0.10	877	0.87

Fiume	Sez. di chiusura	FPOT						R^2
		c_2	k_2	c_1	k_1	c_0	t_B	
		[-]	[giorni]	[-]	[giorni]	[-]	[giorni]	
Dora Baltea	<i>Tavagnasco</i>	0.47	33.45	0.04	1.2	0.03	3472	0.35
Ayasse	<i>Champorcher</i>	0.93	25.7	0.07	0.2	0.00	177	0.43
Borbera	<i>Baracche</i>	0.72	76.3	0.19	3.3	0.08	503	0.71
Bormida	<i>Cassine</i>	0.49	89.2	0.38	2.5	0.12	554	0.70
Chisone	<i>S. Martino</i>	0.87	101.3	0.10	4.3	0.04	150	0.28
Orco	<i>Pont Canavese</i>	0.86	164.5	0.10	3.5	0.04	185	0.31
Scrivia	<i>Serravalle</i>	0.60	57.1	0.28	2.7	0.12	367	0.78
Tanaro	<i>Nucetto</i>	0.82	104.7	0.18	0.4	0.00	703	0.66

Per i bacini d'alta quota, rappresentati qui dall'Ayasse a Champorcher e dal Chisone a S. Martino, i valori elevati del coefficiente c_2 di ricarica alla falda stagionale confermano il ruolo assunto dai depositi nivali nell'economia generale di formazione dei deflussi. In tal senso questi ultimi rappresenterebbero, in ambito alpino, l'equivalente delle falde acquifere ad evoluzione stagionale dei bacini appenninici.

Di conseguenza, come ci si poteva aspettare, il miglior adattamento ai dati di portata osservati (valori di R^2 più elevati) lo si è ottenuto con un input di primo tentativo denso di occorrenze (*impulse*), il quale, se da un lato consente di compendiare in qualche misura i fenomeni di scioglimento, dall'altro non garantisce sempre una stima verosimile della serie delle piogge efficaci. Per i bacini con caratteristiche simili a quelle dei bacini appenninici, come Borbera, Bormida e Scivia, la procedura di stima con input iniziale FPOT si è rivelata accettabile, sia in termini di varianza spiegata sia riguardo alla stabilità delle stime dei coefficienti di ricarica. Si osservi ancora come, per ogni serie storica analizzata, il modello restituisca tempi base differenti e ottimizzati per la singola applicazione. Fermo restando quanto detto precedentemente, dalle applicazioni è emerso che, in generale, è possibile distinguere due ordini di grandezza ben definiti del ritardo t_B : per i bacini dotati di falda profonda il tempo base risulta mediamente superiore ai 6 anni; fortemente ridimensionato, invece, nel caso di schema a due serbatoi, in cui si attesta intorno a valori anche di molto inferiori all'anno.

Per tutti i bacini analizzati si riscontra, infine, la tendenza del modello a ricorrere in minima parte all'ausilio del contributo di deflusso diretto, dal che risulta che esso riveste un ruolo sicuramente inferiore rispetto a quanto emerge per i bacini studiati da *Murrone et al. (1997)*, sottolineando la significativa azione di modulazione esercitata dagli invasi superficiali (nevi e ghiacciai) e di falda.

5. Generazione di serie sintetiche dei deflussi

Per verificare l'efficienza del modello in termini di riproduzione delle caratteristiche statistiche delle serie osservate è necessario generare serie sintetiche di deflussi. Tale fase prevede due passi successivi: in primo luogo occorre riprodurre il processo degli input netti stimati dalla procedura, utilizzando le relazioni riportate nel par. 3.5; successivamente, si applica la convoluzione (3) tra l'input e la funzione di risposta del bacino, stimata in precedenza. Sulle serie così ottenute, di lunghezza pari a 50-100 volte la lunghezza della serie originaria, si determinano le caratteristiche da confrontare con quelle della serie originaria. Nel caso in questione ci si è concentrati in particolare sull'analisi dei massimi annui di portata media giornaliera.

5.2 Risultati delle simulazioni

L'obiettivo principale delle simulazioni effettuate è stato quello di valutare gli effetti di una radicale variazione del meccanismo di individuazione degli impulsi sulle prestazioni del modello Shot Noise, con particolare riferimento alla riproduzione delle caratteristiche degli estremi, che resta un aspetto motivante dell'impiego a scopo diagnostico di modelli del genere. In questo senso è stato ritenuto opportuno partire da una configurazione semplificata delle caratteristiche dell'input netto, priva di variazioni stagionali, per stabilire principalmente

le prestazioni del modello con riferimento alla distribuzione dei valori massimi annuali, caso trattato solo marginalmente nell'impostazione originale del modello.

La variazione stagionale dei parametri della distribuzione dell'input impiegata da *Murrone et al.* (1997) non è stata qui considerata perché comporta un incremento dei parametri, con conseguente aumento della varianza di stima. Inoltre la stagionalità rende più difficile stabilire relazioni funzionali tra le proprietà degli estremi e le caratteristiche del bacino (risultanti dalla funzione di risposta).

Ciò premesso, il confronto dei risultati è istituito tra le frequenze cumulate osservate dei massimi annui delle portate medie giornaliere e quelle generate utilizzando serie in input con caratteristiche risultanti da impulsi iniziali fissati: a) con il metodo *impulse*; e b) con il metodo FPOT. A scopo esemplificativo i risultati sono riportati con riferimento alla sola serie dello Scrivia a Serravalle, per la quale, tuttavia, si evidenziano situazioni abbastanza comuni a quelle riscontrate sulle altre serie.

Caso a)

Con riferimento alla riproduzione dei picchi di piena, nella figura 2 si osserva come le serie di portate generate utilizzando input ottenuti con il metodo *impulse* e riprodotti senza stagionalità non sono grado di riprodurre in maniera soddisfacente i massimi annuali. Le discrepanze sono sostanziali, per cui sarebbe interessante stabilire in che misura esse sono determinate dall'elevato numero di occorrenze che caratterizza gli input stimati (e simulati), piuttosto che dalla mancata considerazione delle variazioni stagionali dei parametri λ e β .

In effetti, si vede in Figura 2a che i dati reali tendono a disporsi intorno ad una retta con pendenza molto inferiore rispetto a quanto avviene per i dati simulati. L'allineamento in carta probabilistica di Gumbel dipende dalla linearità della relazione tra variabile ridotta di Gumbel, z , e variabile dipendente Q , che, in riferimento ai parametri introdotti sopra può essere scritta come

$$z = \beta \cdot Q - \ln(\lambda) \quad (10)$$

Si vede allora come l'incremento della pendenza della "retta" relativa ai valori simulati dipende da un aumento di β , mentre la diminuzione del valore dell'intercetta dipende dall'aumento di λ . Si noti ancora che i due parametri β e λ non sono indipendenti, in quanto il loro rapporto risulta essere legato, tramite le equazioni (8) e (9), alla media complessiva degli apporti di pioggia efficace, che a sua volta deve essere pari, per continuità, alla media delle portate. Nel caso in esame le stime dei parametri risultano: $1/\beta = 92.3$ (in m^3/s di portata media giornaliera) e $\lambda = 0.164$ in eventi/giorno (= 60 ev./anno).

Per valutare rapidamente l'eventuale migliore adattamento sui massimi annui derivante dalla variazione stagionale dei parametri dell'input, si sono prese in considerazione due stagioni, una secca (Aprile-Settembre) ed una umida (Ottobre-Marzo). I valori dei parametri stimati nelle due stagioni sono: [stag. secca] $1/\beta = 55.2 \text{ m}^3/\text{s}$ e $\lambda = 0.143 \text{ ev./g}$ (= 52.3 ev./anno); [stag. umida] $1/\beta = 119.7 \text{ m}^3/\text{s}$ e $\lambda = 0.1851 \text{ ev./g}$ (= 67.6 ev./anno).

La figura 2b mostra come l'adattamento sia migliorato in misura solo marginale, cosa peraltro congruente con la variazione molto piccola riscontrata nei parametri stimati. E' presumibile che all'aumentare del numero di stagioni l'adattamento possa migliorare, così come è possibile che emergano differenze rilevanti tra serie diverse. Non si vuole qui entrare in maggiori dettagli per facilitare il confronto con l'altra procedura di selezione dell'input.

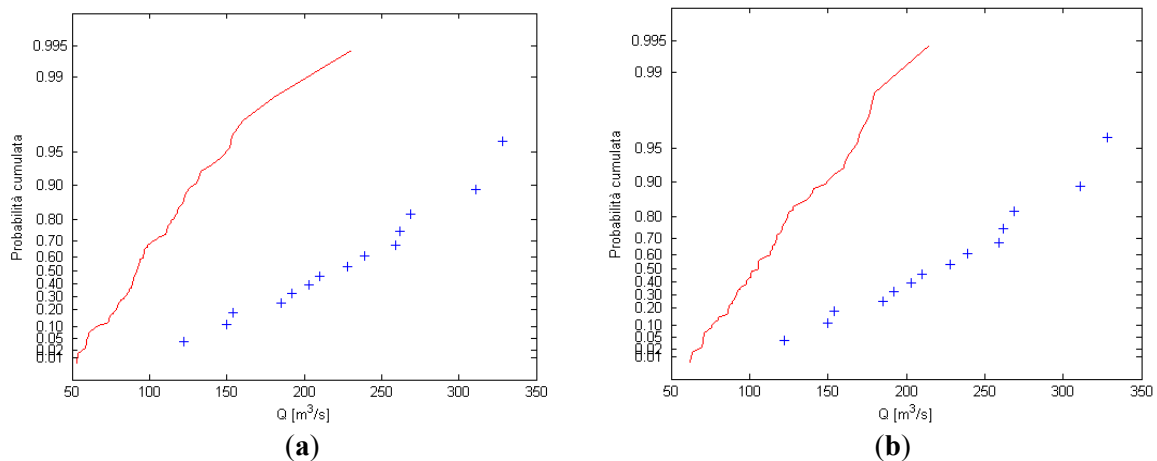


Figura 2. Serie dei massimi annuali su carta probabilistica di Gumbel per lo Scrivia a Serravalle. In linea continua la serie generata con il metodo *impulse* di selezione degli eventi iniziali. Caso (a): impulsi non stagionali; caso (b): impulsi con distribuzioni distinte per due stagioni.

Caso b)

Effettuando la stima dell'input iniziale con procedura FPOT (caso non stagionale), si ottengono serie stimate dell'input netto caratterizzate da valori inferiori per λ e superiori per $1/\beta$. Si ha cioè $1/\beta = 399.7 \text{ m}^3/\text{s}$ e $\lambda = 0.038 \text{ ev./g}$ ($= 13.9 \text{ ev./anno}$). Questi valori forniscono una riproduzione dei massimi annuali nettamente più corretta di quella ottenuta con l'altra procedura (Figura 3) e ciò accade anche sui bacini con rilevante componente nivale.

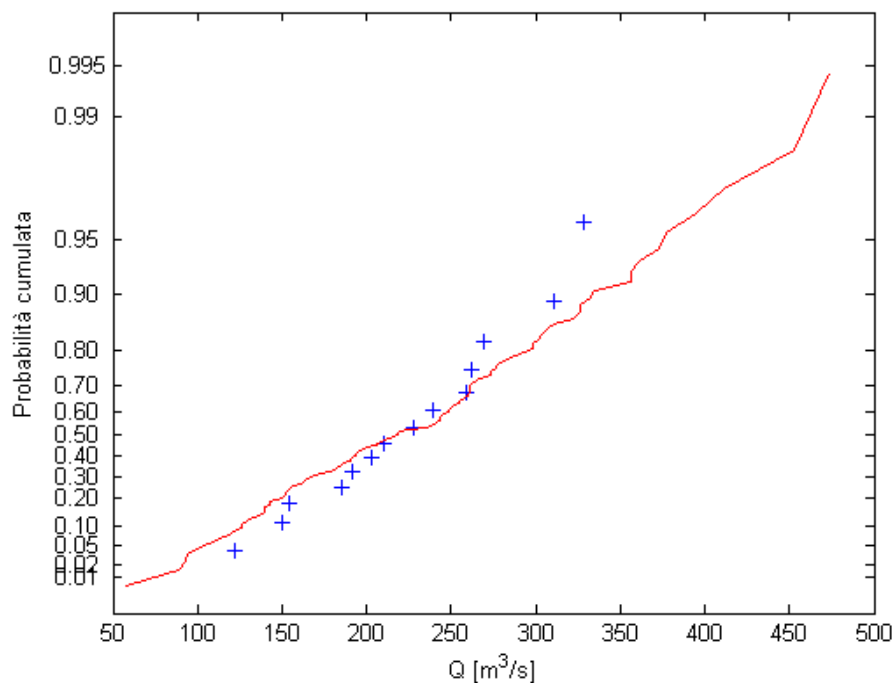


Figura 3. Serie dei massimi annuali su carta probabilistica di Gumbel per lo Scrivia a Serravalle. In linea continua la serie generata con il metodo FPOT di selezione degli eventi iniziali

6. Conclusioni

Il modello Shot Noise proposto da *Murrone et al.* (1997) è stato applicato a serie storiche giornaliere di deflussi di ambito alpino per valutarne le prestazioni su bacini con componente di deflusso nivo-glaciale e per stabilirne le prestazioni in relazione alla riproduzione dei massimi annui della portata media giornaliera.

Dopo un affinamento della procedura relativo alla definizione del tempo base ottimale della funzione di risposta, il modello si è confermato affidabile anche quando applicato a bacini alpini, fornendo risultati significativi tanto per bacini piccoli e d'alta quota come l'Ayasse a Champorcher quanto per quelli, come la Dora Baltea a Tavagnasco, di quota media decisamente inferiore e di estensione di circa 80 volte superiore.

Decisamente importante, ai fini della definizione degli obiettivi della simulazione, si è confermata la procedura di selezione iniziale degli ingressi al sistema, aventi il significato di afflussi netti, che non sono noti e vengono determinati dalla procedura contestualmente alla stima dei parametri. La procedura originale, denominata *impulse*, determina adattamenti corretti in fase di stima anche in bacini alpini, nei quali il significato concettuale dei parametri viene a mancare. Tuttavia, le caratteristiche degli afflussi netti stimati risultano poco adatte a riprodurre correttamente la distribuzione di probabilità degli estremi giornalieri. Volendo invece utilizzare il modello come kernel per analisi sui legami tra la distribuzione degli estremi e le caratteristiche dei bacini (risultanti dai parametri della funzione di risposta), risulta di grande efficacia una procedura di selezione iniziale degli ingressi basata su un filtraggio dei picchi di portata, denominata FPOT. In bacini di tipo appenninico questa procedura fornisce risultati comparabili all'altra quanto a varianza spiegata, mentre in tutti i casi la riproduzione della distribuzione degli estremi giornalieri, pur in assenza della variazione stagionale dell'input utilizzata da *Murrone et al.* (1997), risulta più che soddisfacente.

Riferimenti bibliografici

- Battaglia, F. (1986), "Modelli stocastici per la rappresentazione e la previsione dei deflussi", Dipartimento di Statistica, probabilità e statistiche applicate, Quaderno n. 3, Università di Roma "La Sapienza".
- Box, G. E., e G. Jenkins (1976), 'Time Series Analysis, Forecasting e Control'. Holden-Day, San Francisco, California, Revised Edition.
- Claps, P., F. Rossi, e C. Vitale (1993), "Conceptual-stochastic modeling of seasonal runoff using Autoregressive Moving Average Models e different scales of aggregation". *Water Resources Research*, 29(8), 2545-2559.
- Claps P. e F. Laio (2003), "Can continuous streamflow data support flood frequency analysis? An alternative to the Partial Duration Series approach", submitted to *Water Resources Research*.
- Cowperrwait, P. S. P., e P. E. O'Connell (1992), "A Neyman-Scott shot noise model for the generation of daily streamflow time series", in *Advances in Theoretical Hydrology*, edited by J. P. O'Kane, Part A, Chap. 6. Elsevier, The Netherlands.
- Eagleson, P. S. (1978), "Climate, soil, e vegetation: 2. The distribution of annual precipitation derived from observed storm sequences". *Water Resources Research*, 14(5), 713-721.
- Hino, M., e M. Hasebe (1981), "Analysis of hydrologic characteristics from runoff data - A hydrologic inverse problem". *Jour. of Hydrology*, 49(3/4), 287-313.

- Hino, M., e M. Hasebe (1984), "Identification e prediction of nonlinear hydrologic systems by the filter-separation autoregressive (AR) method: extension to hourly hydrologic data". *Jour. of Hydrology*, 68: 181-210.
- Murrone, F. (1993), "Modelli stocastici puntuali dei deflussi fluviali", Tesi di dottorato di ricerca in Ingegneria Idraulica, Università degli Studi di Napoli "Federico II", 208 pp..
- Murrone, F., F. Rossi e P. Claps, (1997), "Conceptually-based Shot Noise modelling of streamflows at short time interval", *Stochastic Hydrology e Hydraulics*, 11(6), 483-510.
- O'Connell, P. E. (1977), "Shot noise models in synthetic hydrology", in *Mathematical Models for Surface Water Hydrology*, edited by T. A. Ciriani, U. Maione e J. R. Wallis, pp. 19-26, John Wiley, New York.
- O'Connell, P. E., e D. A. Jones (1979), "Some experience with the development of models for the stochastic simulation of daily flows", in *Inputs for Risk Analysis in Water Resources*, edited by E. A. McBean et al., pp. 287-314, Water Resour. Publ., Fort Collins, CO.
- Parzen, E., (1962), "Stochastic Processes", Holden Day Inc., San Francisco, CA.
- Pegram, G. G. S. (1980), "A continuous streamflow model", *Jour. of Hydrol.*, 47, 65-89.
- Press, W. H., B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, e W. T. Vetterling (1988), "Numerical Recipes in C - The Art of Scientific Computing". Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK.
- Snyder, D. L. (1975) "Random Point Processes". J. Wiley & Sons Inc., New York, NY.
- Treiber, B., e E. J. Plate, (1977), "A stochastic model for the simulation of daily flows". *Hydrological Sciences Bulletin*, XXII, 1 3/1977, 175-192.
- Wang, Z.M., e G. L. Vandewiele (1994), "Stochastic simulation of streamflow with short time interval" in *Coping with Floods*, edited by G. Rossi, N. B. Harmancioglu e V. Yevjevich, pp. 257-269, NATO ASI Series E, Vol. 257. Kluwer, Dordrecht, The Netherlands.
- Weiss, G. (1973), "Shot noise models for synthetic generation of multisite daily streamflow data". *Proc. of the Symposium on the Design of Water Resources Projects with Inadequate Data*, Unesco, WMO, IAHS, Madrid, Vol. 2.
- Weiss, G. (1977), "Shot noise models for the generation of synthetic streamflow data", *Water Resources Research*, 13(1), 101- 108.
- Yakowitz, S. J. (1979), "A nonparametric Markov model for daily river flow", *Water Resources Research*, 15(5), 1035-1043.

Ringraziamenti

Questo lavoro è stato realizzato con il supporto di fondi GNDICI, U.O. n. 1.54, Contributo CNR n. 01.01025.PF42