

Firenze, 31 Agosto-4 Settembre 1992

## SULLA VALIDAZIONE DI UN MODELLO DEI DEFLUSSI A BASE CONCETTUALE

Pierluigi CLAPS

*Dipartimento di Ingegneria e Fisica dell'Ambiente, Università della Basilicata, Potenza*

### SOMMARIO

Vengono presentati alcuni risultati ottenuti nell'ambito della validazione delle basi fisiche di un modello stocastico univariato dei deflussi fluviali (Claps, 1990). In questa fase, che può dirsi parte dell'*analisi strutturale* del processo dei deflussi (Yevjevich, 1991), ci si ripropone di sottoporre a verifica le basi concettuali su cui è stato costruito il modello, per valutarne l'affidabilità e le potenzialità di impiego in condizioni di minima informazione in sito. A questo scopo si prendono in considerazione indici idrologici che possano consentire di validare i parametri e si esaminano le caratteristiche, puntuali e di variabilità spaziale, del processo degli afflussi netti stimati attraverso il modello, facendo uso, per confronto, delle serie degli afflussi reali.

### ABSTRACT

The physical basis of a univariate stochastic model (Claps, 1990) is validated in this paper. This validation is part of a structural analysis of the streamflow process (Yevjevich, 1991) and its objective is to assess conceptual hypotheses underlying the proposed model, in order to evaluate its reliability and applicability with lack of at-site streamflow data. To this aim, hydrologic indexes are used for validating the parameters; both point and spatial variability characteristics of the estimated net rainfall process are also analyzed using, for comparison purpose, some real world rainfall series.

### INTRODUZIONE

Negli ultimi anni si va facendo strada la convinzione che l'idrologia applicata all'ingegneria (anche denominata *idrologia utilitaristica*) abbia soddisfatto in gran parte le esigenze che hanno segnato la ricerca idrologica soprattutto a partire dagli anni '60 (Yevjevich, 1991) e che essa debba piuttosto indirizzarsi verso una maggiore comprensione dei processi idrologici alle diverse scale. Nell'ambito dello sviluppo di un modello di simulazione, cioè, rispetto alla fase di precisazione delle caratteristiche statistico-matematiche del modello vanno incoraggiate le fasi di (1) valutazione della qualità dei dati idrologici e di (2) analisi strutturale dei processi idrologici (Yevjevich, 1991).

Una interessante chiave di lettura dell'approccio all'analisi dei processi idrologici è fornita da Klemesš (1974): è più importante avvicinare la struttura del modello alla scala del fenomeno che si studia che fare uso di strumenti di analisi raffinati. In altri termini, per studiare i deflussi alla scala annua non è necessario arrivare al livello idrodinamico. Un punto di partenza nello studio dei fenomeni può essere, quindi, la loro *concettualizzazione*, intesa come definizione delle caratteristiche distintive che essi presentano ad opportune scale, spaziali o temporali, per poi indagare sullo stesso processo alle scale inferiori e da quelle tentare di spiegare le osservazioni a

livello aggregato. La ricerca di una appropriata concettualizzazione dovrebbe tendere a selezionare delle scale privilegiate per l'osservazione dei fenomeni e ciò vale in particolare per il processo dei deflussi, del quale si può disporre facilmente di misure a diverse scale temporali di aggregazione (Klemeš, 1983).

Non a caso, quindi, l'approccio concettuale è stato massicciamente applicato nell'ambito della modellazione del processo di trasformazione afflussi-deflussi, anche se questo sforzo ha prodotto risultati di validità controversa (Klemeš, 1986, Yevjevich, 1991). Tali modelli (WMO, 1975) risultano infatti generalmente caratterizzati da eccesso di schematizzazione, con il risultato di produrre risultati la cui bontà non migliora con il crescere della complessità dello schema (Franchini e Pacciani, 1990), il che sembra avvalorare la tesi che gran parte dei parametri di questi modelli siano strutturalmente non "identificabili" (Sorooshian e Gupta, 1985).

Anche nell'ambito della modellazione univariata dei deflussi sono stati proposti modelli stocastici concettualmente basati (bastino, per tutti, Salas e Smith, 1981, e Vanderwiele e Dom, 1989) anche se in numero molto inferiore rispetto a quelli basati sui metodi classici, empirici, di analisi delle serie storiche. Un possibile vantaggio dei modelli stocastici concettualmente basati rispetto ai corrispondenti deterministici, è che nei primi il concetto di significatività delle stime fa parte di solito della costruzione stessa del modello stocastico, in particolare se si tratta di modelli lineari, ad esempio della classe ARMA (Box e Jenkins, 1970). Nella maggior parte di tali casi, ad uno sforzo di indagine sulla possibile schematizzazione del sistema bacino idrografico come *sistema*, generalmente lineare, non è corrisposto uguale impegno nella verifica delle ipotesi. Molto spesso, poi, questa verifica risulta di fatto inattuabile, vuoi per l'assenza di legami formali tra i parametri stocastici e parametri caratteristici dell'ambiente fisico del bacino, vuoi per difficoltà nel passare dall'impostazione teorica del modello alla precisazione dei criteri di stima, e così via.

Precisare la forma di un modello in base a considerazioni di carattere fisico, pur costituendo un passo in avanti rispetto alla logica *operazionale* della selezione del modello in base a criteri di miglior adattamento, non implica necessariamente un progresso nell'interpretazione del fenomeno. Un modello di simulazione *utile* dev'essere almeno uno strumento per testare la plausibilità dei concetti scientifici su cui si basa (Klemeš, 1986). La validazione delle ipotesi di base, nell'ambito della fase (2) di cui sopra, rappresenta cioè una fase essenziale per procedere verso la comprensione dei fenomeni.

Nella presente nota vengono mostrati alcuni risultati nell'ambito di un lavoro inteso a *validare* le basi fisiche di un modello stocastico dei deflussi fluviali. Tali verifiche, che costituiscono una appendice lunga ed onerosa alla costruzione vera e propria del modello, sono la necessaria premessa all'impiego pratico del legame istituito tra parametri del modello e parametri idrologici, che può essere, ad esempio il trasferimento dell'informazione idrologica per sopperire ad una carenza di dati.

### IL MODELLO STOCASTICO A BASE CONCETTUALE

Il modello stocastico qui considerato (Claps, 1990, Claps e Rossi 1991) è fondato sulla considerazione che le caratteristiche di persistenza, a lungo ed a breve termine, presenti nelle serie dei deflussi mensili dei bacini italiani appenninici, derivano dall'effetto esercitato dalle grandi falde sotterranee profonde, responsabili dei deflussi sorgentizi ad esaurimento pluriennale e da falde sotterranee di natura diversa (nel seguito *falde stagionali*), che hanno tempi di esaurimento dell'ordine di qualche mese. Tali falde vengono rappresentate schematicamente con invasi lineari.

La precipitazione che cade sul bacino, depurata del volume di evapotraspirazione, si suddivide in tre aliquote (coefficienti di ricarica  $a$ ,  $b$  e  $(1-a-b)$ ) invarianti nel tempo. Le prime due di queste costituiscono la ricarica delle falde mentre la terza rappresenta il termine di deflusso superficiale ed ipodermico.

Il deflusso  $D_t$  viene quindi rappresentato come l'uscita da un sistema lineare costituito da due serbatoi in parallelo e da un canale lineare. Quest'ultimo elemento del sistema ha ritardo nullo, in quanto dà conto del termine di deflusso diretto, che ha tempi di risposta alle precipitazioni inferiori al mese. L'afflusso netto  $I_t$ , rappresenta l'ingresso al sistema.  $I_t$  non è però un dato del problema: la modellazione avviene, cioè, in ambito univariato.

Il modello concettuale appena descritto conduce (Claps e Rossi, 1991) all'identificazione di un modello stocastico lineare ARMA(2,2) (Box e Jenkins, 1970) a coefficienti costanti, in cui il residuo assume il ruolo di afflusso netto. Poiché l'afflusso netto può essere considerato un processo casuale pseudo-periodico, il modello ARMA viene detto *a residuo pseudo-periodico*. La struttura del modello è

$$(1) \quad d_t - \Phi_1 d_{t-1} - \Phi_2 d_{t-2} = \varepsilon'_t - \Theta_1 \varepsilon'_{t-1} - \Theta_2 \varepsilon'_{t-2}$$

con  $\Phi_1$  e  $\Phi_2$ , parametri autoregressivi, dipendenti dalle costanti d'invaso  $k$  e  $q$  delle falde profonda e stagionale rispettivamente, e  $\Theta_1$  e  $\Theta_2$ , parametri di media mobile, dipendenti da  $\Phi_1$  e  $\Phi_2$  e dai coefficienti di ricarica  $a$  e  $b$  nello stesso ordine (Claps et al., 1992).  $d_t$  è la serie del deflusso a media zero ( $d_t = D_t - \mu_D$ ) ed  $\varepsilon'_t$  è il residuo pseudo-periodico del modello, anch'esso a media zero.

Quando il contributo delle falde profonde è trascurabile o manca del tutto, come in gran parte dei bacini dell'Italia Meridionale, il modello concettuale si semplifica, risultando costituito da un solo invaso lineare ed una componente di pura traslazione. Ciò corrisponde a considerare  $a=0$  e  $k$  indeterminato. In questo caso il modello stocastico si riduce ad un ARMA(1,1), ancora a residuo pseudo-periodico:

$$(2) \quad d_t - \Phi d_{t-1} = \varepsilon'_t - \Theta \varepsilon'_{t-1}$$

per il quale sussistono semplici relazioni tra le coppie di parametri  $\Phi$ ,  $\Theta$  e  $b$ ,  $q$  (Claps et al. 1992).

#### VALIDAZIONE DEI PARAMETRI DEL MODELLO

Il modello sopra illustrato è stato applicato a 7 serie storiche di deflussi mensili registrate in stazioni di misura su corsi d'acqua dell'Italia centro-meridionale (tabella 1). Le serie considerate appartengono a corsi d'acqua sui quali non vi sono state apprezzabili regolazioni o diversioni nel periodo di osservazione e per le quali si può ritenere trascurabile l'apporto dovuto allo scioglimento delle nevi. Solo in tre di queste serie (la 3, la 6 e la 7) è stata riconosciuta l'evidente presenza di falde ad esaurimento pluriennale. In tabella 2 si riportano i valori dei parametri concettuali stimati attraverso il modello.

*Tabella 1. Caratteristiche delle stazioni e delle serie storiche considerate.*

Stazione	Area (Km <sup>2</sup> )	Periodo di osservazione	Deflusso medio annuo(mm)
1 Alento a Casalvelino	284	58-70	521
2 Calore Irpino a Montella	123	45-64	609
3 Giovenco a Pescina	139	60-70	277
4 Tammaro a Pago Veiano	555	58-70	350
5 Sacco a Ceccano	922	59-70	483
6 Tevere a Roma	16545	21-70	448
7 Nera a Torre Orsina	1445	46-70	606

Tabella 2. Parametri del modello concettuale dei deflussi alla scala mensile.

stazione	k (anni)	q (mesi)	a	b	rk	rq
1		1.84		0.76		0.77
2		1.67		0.77		0.75
3	2.94	2.23	0.61	0.277	0.83	0.807
4		1.84		0.79		0.77
5		1.53		0.73		0.73
6	3.38	1.66	0.53	0.363	0.85	0.75
7	4.2	3.56	0.71	0.256	0.89	0.869

I valori dei coefficienti  $k$  e  $q$ , che sono peraltro stimati con maggiore affidabilità dipendendo dai parametri autoregressivi, possono essere sottoposti a verifica osservando il processo dei deflussi mensili e giornalieri per un numero limitato di anni caratterizzati da scarse precipitazioni e facendo riferimento a procedimenti proposti in letteratura per il calcolo delle costanti d'invaso a partire dalle curve di recessione (Institute of Hydrology, 1980, Bako e Hunt, 1988, Nathan e Mc Mahon, 1990).

Per la verifica di significatività del coefficiente di ricarica  $a$  si è impiegato un particolare indice idrologico, analogo al Base Flow Index (Institute of Hydrology, 1980) denominato Deep Flow Index (DFI), cioè *indice di deflusso profondo*. Esso rappresenta approssimativamente il rapporto tra il deflusso competente alla falda profonda ed il deflusso totale. Il deflusso di falda profonda è calcolato come la media della serie del deflusso mensile minimo nell'anno (tecnica *smoothed minima*, fig. 1). Calcolare la media di questa serie corrisponde ad ipotizzare che il deflusso di falda sia linearmente variabile col tempo e che il deflusso mensile minimo di ogni anno possa essere considerato prodotto solo dal deflusso profondo.

La validità dell'indice DFI come misura del deflusso di falda profonda può essere riconosciuta se si considera che, mentre è certo che i deflussi profondi nella stagione piovosa sono superiori a quelli ipotizzati mediante l'andamento lineare (v. fig. 1), e' pur vero che il minimo del deflusso mensile e' non inferiore al minimo della portata giornaliera (il quale costituisce una più attendibile misura di portata sorgentizia). E' lecito perciò aspettarsi che il sommarsi di errori di segno opposto (per difetto nella stagione piovosa e per eccesso nella stagione secca) sia garanzia di affidabilità per l'indice DFI. I valori ottenuti per le tre serie 3, 6 e 7 sono rispettivamente 0.62, 0.53 e 0.77, in base ai quali può ritenersi confermata la stima di  $a$ .

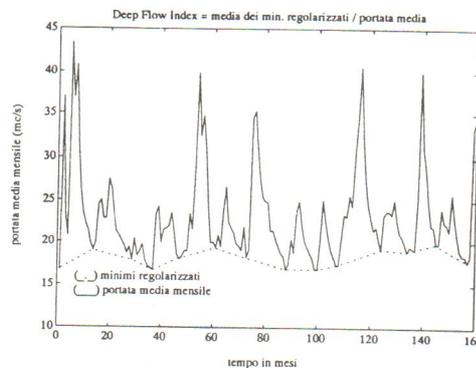


Fig. 1. Schema esemplificativo del calcolo dell'indice di deflusso profondo (DFI).

Meno immediata si presenta la verifica del coefficiente  $b$ , in quanto la componente di deflusso dovuta alla falda superficiale non è praticamente osservabile se non in bacini privi di falda profonda ed in condizioni prossime al completo esaurimento. Un'ipotesi di verifica di questo coefficiente è stata tuttavia fatta da Murrone et al, (1992) nell'ambito di uno schema concettuale proposto per i deflussi aggregati a più giorni.

#### ANALISI DEL RESIDUO E DELLA STRUTTURA DELL'AFFLUSSO NETTO STIMATO

Nel modello esaminato, il residuo  $\varepsilon'_t$  costituisce una stima dell'afflusso netto ma tale stima va considerata affetta da una componente di errore, dovuta alle approssimazioni connesse alla schematizzazione concettuale del processo dei deflussi (nella quale, ad esempio, sono considerati costanti i coefficienti  $a$ ,  $b$ ,  $k$  e  $q$ ). Si può tener conto di questo considerando  $\varepsilon'_t$  somma di due componenti:

$$(3) \quad \varepsilon'_t = \varepsilon_t + \eta_t$$

delle quali  $\varepsilon_t$  è un termine avente significato concettuale, mentre  $\eta_t$  è un processo stazionario e continuo, a media zero, che viene considerato Gaussiano. Considerando  $\varepsilon_t$  ed  $\eta_t$  incorrelati vale:

$$(4) \quad \sigma_{\varepsilon'}^2 = \sigma_{\varepsilon}^2 + \sigma_{\eta}^2$$

Nell'impiego dei modelli stocastici "classici" dei deflussi, identificati empiricamente, si tende ad avere un residuo strettamente stazionario, destagionalizzando o operando a parametri variabili, e possibilmente Normale, trasformando le serie, per lo più con il logaritmo (Salas et al., 1980). Il modello oggetto di questa discussione si basa invece sul presupposto che i caratteri di variabilità stagionale dei deflussi mensili dipendano principalmente dalle caratteristiche del processo degli afflussi netti. Per questo motivo l'analisi del residuo del modello risulta di importanza fondamentale, in quanto è di supporto alla supposta equivalenza tra la rappresentazione concettuale e quella stocastica del processo dei deflussi.

Coerentemente con quanto esposto finora, anziché analizzare il residuo del modello in accordo alle procedure classiche di analisi delle serie temporali, si farà riferimento direttamente alla variabile afflusso netto, muovendo nella direzione di selezionarne la distribuzione di probabilità in base alle caratteristiche del fenomeno fisico.

La stretta corrispondenza tra rappresentazione concettuale e modello stocastico si esprime attraverso le relazioni tra i parametri dei due modelli (Claps et al. 1991) e tra le variabili  $\varepsilon_t$  ed  $I_t$  (da considerarsi a media zero):

$$(5) \quad \varepsilon_t = (1 - a r_k - b r_q) (I_t - \mu_I)$$

in cui  $r_k$  ed  $r_q$  sono i coefficienti di esaurimento dei volumi di ricarica delle falde profonda e stagionale rispettivamente. Essi esprimono l'effetto di riduzione esercitato su  $a$  e  $b$  dal fatto che parte del volume di ricarica defluisce nell'ambito dell'intervallo mensile ed hanno espressione  $r_k = k(1 - e^{-1/k})$  e  $r_q = q(1 - e^{-1/q})$  nell'ipotesi di ricarica uniforme nel mese.

Per il suo significato concettuale, la variabile  $I_t$  non può assumere valori negativi, mentre è da attendersi un numero cospicuo di valori zero che determinano un valore finito di probabilità nell'origine. Uno schema probabilistico che dovrebbe ben rappresentare la variabile afflusso netto è quello che considera  $I_t$  come somma di un numero poissoniano di eventi, con parametro  $\nu$ , che hanno intensità distribuita esponenzialmente, con parametro  $\lambda$ . Questa *randomizzazione* origina una distribuzione composta che presenta un valore finito di probabilità a zero. La relativa funzione di densità di probabilità ha l'espressione (Feller, 1971, pagg. 58-59):

$$(6) \quad \begin{cases} P[I=0] = e^{-\nu} & I=0 \\ f_I(I) = e^{-\lambda I - \nu} \sqrt{\nu \lambda / I} J_1(2\sqrt{\lambda I \nu}) & I > 0 \end{cases}$$

in cui  $J_1(x)$  è la funzione di Bessel modificata di ordine 1. La (6) prende il nome di *distribuzione di Bessel*. Media, varianza e coefficiente di asimmetria di questa distribuzione sono (posto  $\beta = 1/\lambda$  per comodità, in quanto  $\beta$  ha dimensioni di un'altezza di precipitazione):

$$(7) \quad \mu_I = \nu\beta; \quad \sigma^2_I = 2\nu\beta^2; \quad \gamma_I = \frac{3}{\sqrt{2\nu}}$$

In quanto detto finora ci si è riferiti alla sola componente "concettuale"  $\varepsilon_t$  del residuo. Considerando ora il residuo effettivo  $\varepsilon'_t$  del modello, per mezzo della (5) ci si può ricondurre alla variabile afflusso netto "stimato con errore",  $I'_t$ :

$$(8) \quad I'_t = \frac{\varepsilon'_t}{c} + \mu_I$$

in cui si è posto  $c = (1 - a r_k - b r_q)$ . A causa della presenza dell'errore, in  $I'_t$  si ritrovano valori negativi, che sono privi di significato fisico. In base alla (4) ed ipotizzando che la probabilità di avere in  $I'_t$  valori minori o uguali a zero corrisponda in  $I_t$  al valore finito di probabilità a zero, si ha:

$$(9) \quad \mu_{I'} = \mu_I; \quad \sigma^2_{I'} = \frac{\sigma^2_\varepsilon}{c^2} + \frac{\sigma^2_\eta}{c^2}; \quad P(I'_t \leq 0) = P(I_t = 0)$$

nella quale  $\sigma^2_\varepsilon/c^2 = \sigma^2_{I'}$ , varianza di  $I'_t$ , e  $\sigma^2_\eta/c^2 = \sigma^2_0$ , varianza dell'errore espressa in  $\text{mm}^2$ .  $I'_t$  risulta quindi essere somma di una variabile casuale Bessel e di una Normale, somma che si applica ovviamente alla sola parte continua della (6). I parametri di tale distribuzione sono  $\nu$ ,  $\beta$  e  $\sigma^2_0$  e possono essere stimati col metodo dei momenti. I momenti della distribuzione somma sono infatti

$$(10) \quad \mu_{I'} = \nu\beta; \quad \sigma^2_{I'} = \sigma^2_0 + 2\nu\beta^2; \quad \gamma_{I'} = \frac{6\nu}{\left[\frac{\sigma^2_0}{\beta^2} + 2\nu\right]^{3/2}}$$

e da essi risulta:

$$(11) \quad \nu = \sqrt{\frac{6}{\gamma_{I'}^2 c \nu^3}}, \quad \beta = \frac{\mu_{I'}}{\nu}; \quad \sigma^2_0 = \sigma^2_{I'} - 2\nu\beta^2$$

con  $cv =$  coefficiente di variazione. In sede applicativa sorgono tuttavia difficoltà, in quanto in alcuni mesi si ritrovano valori negativi anche della media di  $I'_t$ . Ciò è attribuibile al fatto che la media mensile dell'errore assume valori campionari ora positivi ora negativi, pur mantenendo media globale pari a zero. Quando l'errore è dello stesso ordine di grandezza della media del processo degli afflussi netti si possono avere medie globali negative. In via empirica si è ovviato a questo problema ponendo a zero i valori negativi e compensando la media generale localmente intorno al mese interessato. Va detto che quando  $\mu_{I'} = 0$  risulta  $\nu=0$  e  $\beta$  indeterminato, oltreché  $\sigma^2_{I'} = \sigma^2_0$ , il che corrisponde all'assenza di eventi.

A questo punto, stimando i parametri con il metodo dei momenti si è osservato che la variabilità campionaria del coefficiente di asimmetria rende la stima poco affidabile.

Valori più attendibili di  $v$  si sono ottenuti, facendo riferimento alla prima delle (6) ed alla terza delle (9), a mezzo del valore  $P(I_t \leq 0)$ ;  $\beta$  è poi ricavato dalla prima delle (7) ed infine  $\sigma^2_0$  risulta dalla seconda delle (11). Stimando i parametri in questo modo, l'adattamento della distribuzione ai dati risulta soddisfacente. In fig. 2 si può infatti notare come la curva della distribuzione di  $I_t$  (Bessel + Normale) tenda soprattutto a seguire le code negative ed i punti di estremo positivo, per cui interpreta bene gli effetti dovuti all'errore specie dove questo è elevato, mentre intorno alla media, dove è da attendersi una minore incidenza dell'errore sui dati, è la Bessel ad interpretare bene i punti.

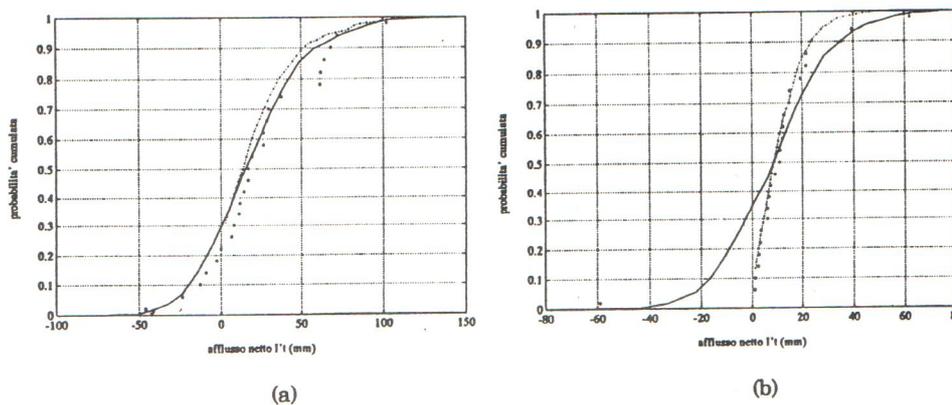


Fig. 2. Curve di probabilità cumulata della distribuzione Bessel (linea a tratti), Bessel+Normale (linea continua) e frequenza cumulata dei dati di afflusso netto  $I_t$  per la stazione 2. (a) Mese di maggio ( $\sigma^2_0/\sigma^2_t=0.38$ ); (b) Mese di Settembre ( $\sigma^2_0/\sigma^2_t=0.81$ ).

#### VARIABILITÀ SPAZIALE DEGLI AFFLUSSI.

Per verificare e migliorare la stima della distribuzione di probabilità di una variabile idrologica in un punto dove ci sono dati e per stimare la distribuzione in un punto di una regione in assenza di dati si ricorre a tecniche di analisi regionale. Una analisi di questo tipo è stata condotta parallelamente su 7 serie dell'afflusso netto, ottenute dal modello stocastico relativamente ai bacini indicati in tabella 1, e su 6 serie di afflussi misurati sui detti bacini, escluso il n.4. Per l'afflusso netto sono stati considerati i soli momenti della componente "concettuale"  $I_t$ , ottenuti a seguito della rimozione dell'effetto della componente di errore.

Una prima valutazione sui caratteri di omogeneità climatica presenti nelle serie dell'afflusso netto è stata fatta esaminando la dispersione delle medie mensili delle diverse stazioni rispetto alla media "regionale". Come si può osservare in fig. 3a, la media relativa ad uno stesso mese sulle 7 stazioni scarta abbastanza poco rispetto al valore "regionale" e comunque non più di quanto si può osservare relativamente agli afflussi, la cui curva media sulle 6 stazioni è riportata per confronto in fig. 3b unitamente alle medie mensili locali.

Nell'analisi regionale si cerca in genere di ottenere la normalità della distribuzione di probabilità, per i notevoli vantaggi che ne risultano. Infatti una trasformazione dei dati che induce Normalità, determina di solito anche costanza della varianza (Box e Cox, 1964). Con riferimento alla trasformazione di Box e Cox,  $y = (x^\delta - 1)/\delta$  ( $\delta \neq 0$ );  $\ln x$  ( $\delta=0$ ), la Normalità si

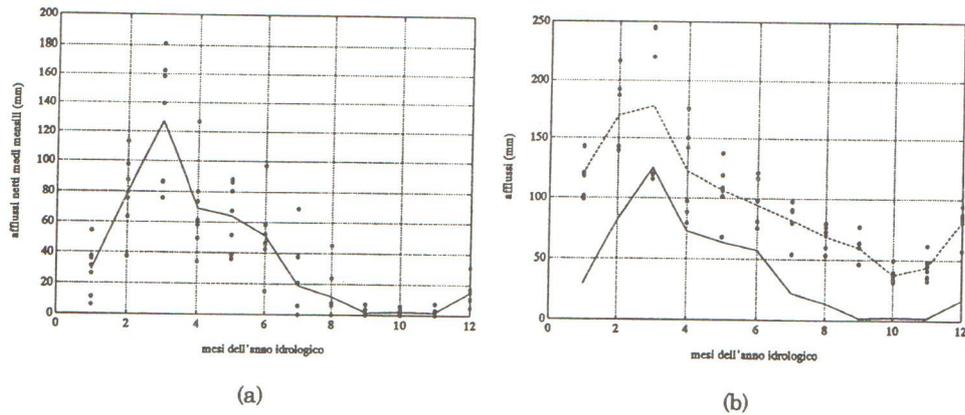


Fig. 3. (a) Medie mensili degli afflussi netti (o) e curva media regionale; (b) medie mensili degli afflussi (o), curva delle relative medie regionali ( - - ) e medie regionali degli afflussi netti ( \_ ).

consegue quando il coefficiente di asimmetria va a zero. Lo scarto  $\sigma_y$  della variabile trasformata si può invece ritenere costante quando  $\sigma_x$  e  $\mu_x$  si corrispondono tramite la legge di potenza (Rossi e Silvagni, 1980)

$$(13) \quad \sigma_x = C \mu_x^{1-\delta}$$

il cui esponente è ottenuto generalmente mediante regressione. Questi concetti sono stati applicati ai due gruppi di serie.

La distribuzione di probabilità delle precipitazioni mensili è stata recentemente studiata da Legates (1991) il quale, analizzando un gran numero di serie relative a diversi climi e latitudini, ha selezionato come distribuzione di probabilità migliore, tra le otto considerate, la trasformata Box-Cox della legge Normale, opportunamente modificata tenendo conto separatamente del valore finito di probabilità assunto in corrispondenza del valore zero:

$$(12) \quad \begin{aligned} P(y=0) &= P_0 \\ P(y>0) &= [1-P_0] P(y'|y \neq 0) \end{aligned}$$

in cui  $y'$  sta ad indicare la serie dei dati non-zero. L'indice  $\delta$  della trasformata è stato messo in relazione col valor medio dell'altezza di precipitazione mensile, assunta come indice dell'aridità del clima. In climi aridi  $\delta$  tende a zero (legge lognormale). In media, le migliori prestazioni si sono ottenute, sia pure con elevata dispersione, con la trasformata  $\delta=0.5$ , per zone con precipitazione media annua pari a circa 1000 mm.

Il valore della trasformata più efficiente trovata da Legates risulta di particolare interesse in quanto la parte continua della distribuzione di Bessel può essere approssimata proprio alla trasformata  $x^{0.5}$  della distribuzione Normale. Ciò risulta dalla considerazione che per le trasformate della normale, per valori non troppo elevati del coefficiente di variazione, vale con buona approssimazione la relazione  $\gamma = 3(1-\delta)cv$ , dalla quale si ottiene  $\delta = 0.5$  in base alla terza delle (7) Tale valutazione è confermata dall'andamento sensibilmente rettilineo assunto dalla parte continua della Bessel in carta normale delle radici quadrate (Claps, 1990).

Per la ricerca della trasformata che induce Normalità sono stati calcolati, per i due gruppi di serie, i valori medi del coefficiente di asimmetria  $\gamma$  pesati in base al numero di anni di osservazione. Il  $\gamma$  degli afflussi netti è stato calcolato sulle serie originarie ( $I_t$ ). I valori medi di  $\gamma$  dei dati trasformati sono riportati in tabella 3 per entrambe le variabili. Come si può notare, l'indice della trasformata che induce Normalità è praticamente lo stesso per i due processi, risultando pari a 0,40 per gli afflussi e 0,45 per gli afflussi netti, il che si può ritenere una conferma delle considerazioni preliminari fatte sulle relative distribuzioni di probabilità.

Tabella 3. coefficienti di asimmetria di afflussi netti ed afflussi trasformati.

$\delta$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.50	0.6	0.7	0.8	0.9	1
afflussi netti	-13.8	-0.82	-0.68	-0.45	-0.16	0.16	0.51	0.88	1.25	1.62	2.00
afflussi	-3.23	-2.39	-0.94	-0.36	0.008	0.291	0.535	0.759	0.97	1.18	1.38

Si è proceduto poi alla stima dell'esponente che compare nella (13) tramite regressioni lineari sui logaritmi di media e scarto, mostrate in fig 4. Come si può osservare, la trasformata che rende costante la varianza degli afflussi netti e delle precipitazioni è la stessa ( $\delta=0.1$ ) e differisce sostanzialmente da quella che dà normalità. Per inciso, va notato l'ottimo adattamento ( $R^2=0.97$ ) mostrato dai dati di deflusso netto rispetto alla retta di regressione.

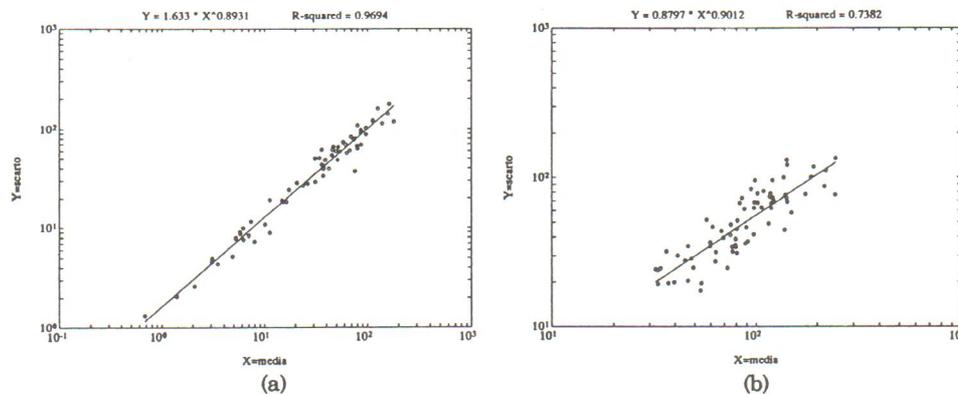


Fig. 4. Calcolo degli esponenti della (13) tramite regressione: (a) afflussi netti; (b) afflussi totali.

Una spiegazione a questo risultato non in linea con l'aspettativa di una trasformata unica può essere data dal fatto che i due effetti concomitanti di cui sopra si verificano solo rispetto a distribuzioni continue. Questa ipotesi è stata verificata tramite simulazione calcolando l'esponente della (13) per una popolazione distribuita con legge normale delle radici quadrate ed imponendo un valore finito di probabilità in corrispondenza dello zero.

Si sono generate 12 serie di 1000 dati, con medie comprese nel campo 10-70 mm. La probabilità a zero è stata fatta variare aggiungendo progressivamente valori zero alle dette serie. L'esame della tabella 4, nella quale sono riportati i risultati delle simulazioni suggerisce alcune interessanti considerazioni:

- L'esponente della relazione  $\sigma_x = C \mu_x^{1-\delta}$  cresce (cioè  $\delta$  decresce) all'aumentare di  $P(0)$ .
- In corrispondenza del valor medio regionale di  $P(0)$  degli afflussi netti, l'esponente della (13) risulta molto vicino ai valori ritrovati nelle regressioni di fig. 4. Va notato che il valore medio

assunto da cv sulle serie generate in corrispondenza di  $P(0)=0.4$  è abbastanza rappresentativo della situazione media regionale degli afflussi netti ( $cv=1.17$ ).

- Il coefficiente di asimmetria dei dati trasformati con la radice quadrata ritrova un minimo intorno alla condizione  $P(0)=0.40$ .

- Infine, estremamente significativo è l'effetto che si nota sul coefficiente di asimmetria in corrispondenza dell'aggiunta di un solo valore zero su 1000. Tale estrema variabilità di  $\gamma$ , peraltro riscontrata anche sulle serie di  $I'_t$ , conferma le difficoltà che sorgono nell'applicazione degli usuali metodi statistici quando ci si trova in presenza di un limite inferiore (leggi valori zero). Questo problema diventa particolarmente serio quando si ha interesse a studiare i minimi dei deflussi (Beran e Rodier, 1982). La scelta di scartare l'informazione costituita dal coefficiente di asimmetria  $\gamma$  nell'ambito della stima dei parametri del modello probabilistico di  $I'_t$  (peraltro probabilmente sottintesa anche nell'approccio di Legates, 1991) sembra, pertanto, sostanzialmente avvalorata da quanto esposto.

*Tabella 4. statistiche calcolate su 12 serie generate, al variare di  $P(0)$ . I parametri medi "regionali" degli afflussi netti sono: valor medio di  $P(0)=0.396$ ;  $\mu_1=40mm$ ,  $\sigma_1=41mm$ ,  $cv=1.17$  (quest'ultimo dato non tiene ovviamente conto dei mesi con media zero).*

$P(0)$	$(1-\delta)$	$\gamma(\sqrt{x})$	$cv_x$
0	0.4997	-0.0292	0.3709
0.001	0.5038	-0.2409	0.3726
0.05	0.6405	-1.7315	0.4490
0.1	0.7154	-1.4697	0.5208
0.15	0.7627	-1.1917	0.5892
0.20	0.7963	-0.9417	0.6580
0.25	0.8211	-0.7211	0.7274
0.30	0.8405	-0.5194	0.7992
0.35	0.8560	-0.3297	0.8750
0.40	0.8687	-0.1483	0.9556
0.45	0.8794	0.0309	1.0431
0.5	0.8884	0.2097	1.1386

#### UN TEST SUL MODELLO: DEFLUSSI AT-SITE DA INPUT REGIONALE.

Tutto quanto esposto finora è finalizzato all'applicazione del modello stocastico in assenza di dati idrometrici. A titolo di finale verifica sul significato fisico del processo afflusso netto così come viene ottenuto dal modello si è provato a generare una serie di deflussi in un bacino praticamente impermeabile (il n.4) a partire da un input calcolato dal modello probabilistico "regionale". Usando come dati del problema il deflusso medio annuo, parametri concettuali del modello stimati in sito (caratterizzati da bassa variabilità: v. tabella 2, stazioni 1, 2, 4 e 5), medie adimensionali regionali e la relazione  $\sigma=1.63 \mu^{0.89}$  (fig. 4) si sono ottenuti i risultati riportati in fig.5.

Dalle figure si può evincere che, a fronte di una non brillante riproduzione delle medie, che hanno, comunque, statisticamente elevata variabilità spaziale, si è ottenuta una convincente riproduzione dello scarto mensile ed anche della funzione di autocorrelazione, scontata, per quest'ultima, soltanto ai primi lag.

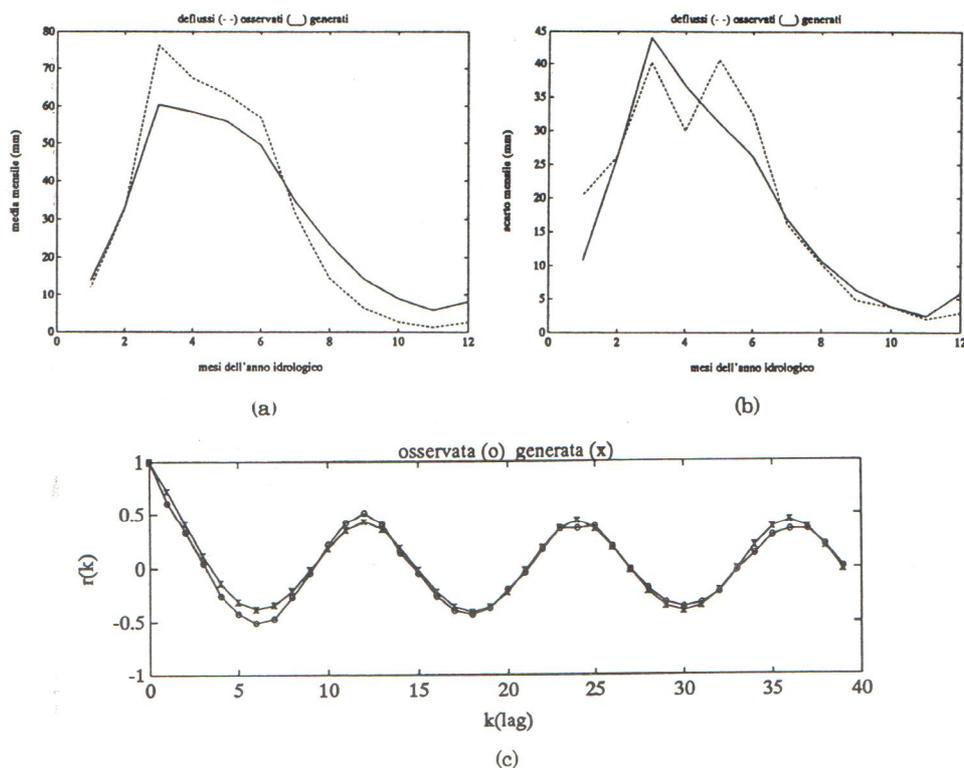


Fig.5. Scarti quadratici medi (a), medie (b), e funzione di autocorrelazione (c) osservati e generati con afflussi netti generati dal modello probabilistico regionale.

## CONCLUSIONI

Si è affrontato il problema del rafforzamento della base concettuale di un modello stocastico dei deflussi, nella direzione del superamento del criterio secondo cui la bontà di adattamento dei risultati del modello ai dati sui quali è stato stimato sia il punto conclusivo di una analisi idrologica. Il percorso verso questo obiettivo si presenta lungo e complesso, per di più accompagnato da un lavoro di base tedioso e non dei più gratificanti.

La necessità di modelli di simulazione affidabili, a supporto di necessità operative in condizioni di assenza di dati o di fenomeni ad elevata variabilità (ad esempio in zone aride) indirizza verso modelli con finalità *interpretative* del fenomeno anziché semplicemente *descrittive*, in particolare modelli a base concettuale. Con riferimento ad un modello di questo tipo si sono mostrati alcuni risultati ottenuti nel tentativo di dare un riscontro alle ipotesi di significato fisico dei parametri e del residuo del modello. Pur a fronte di un numero non elevato di serie analizzate si può ritenere che tale riscontro sia stato in gran parte positivo in particolare riguardo al significato di afflusso netto attribuito al residuo del modello. Si sono infatti mostrate forti analogie con il processo delle precipitazioni mensili riguardo sia alla distribuzione di probabilità che alle caratteristiche di variabilità spaziale, fondamentali ai fini dell'uso del modello in assenza di dati. Nella consapevolezza dell'impegno che ancora richiedono la valutazione dei legami tra i parametri del modello e le caratteristiche geologiche dei bacini, o dei processi di trasformazione afflussi-afflussi netti, questi primi risultati possono dirsi incoraggianti.

Ringraziamenti:

Numerose discussioni con il Professor Fabio Rossi hanno accompagnato la preparazione di questo lavoro.

BIBLIOGRAFIA

- Bako, M.D. e D.N. Hunt (1988) Derivation of baseflow recession constant using computer and numerical analysis, *Hydrol. Sci. Journal*, **33**(4), 357-367.
- Beran M.A. and J.A. Rodier (1985). *Hydrological Aspects of Droughts*, studies and reports in Hydrology, 39. Unesco, Paris, 149 pp.
- Box, G.E. e G. Jenkins (1970) *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, Revised Edition, Holden-Day, San Francisco, (Reprint 1976).
- Box, G.E. e D.R. Cox (1964) An analysis of transformations, *J. R. Stat. Soc.*, Ser. B, 26: 211-243.
- Claps P. e F. Rossi (1991). Metodi per la generazione sintetica dei deflussi, *Corso di Aggiornamento in Modelli Idrologici Superficiali nella Pianificazione di Bacino*, Politecnico di Milano, 10-14 Giugno 1991 (in stampa).
- Claps, P., F. Rossi e C. Vitale (1992). Conceptual-stochastic modeling of monthly runoff using different scales of aggregation, in revisione.
- Feller, W. (1971). *An Introduction To Probability Theory And Its Applications*, Vol II., 2nd ed., J. Wiley, New York, 669 pp.
- Franchini, M e M. Pacciani (1991). Comparative analysis of several conceptual rainfall-runoff models, *Journal of Hydrology*, **122**, 161-219.
- Institute of Hydrology (1980). *Low Flow Studies*, Research Report, Wallingford, Oxon, U.K..
- Klemeš, V. (1978) Physically based stochastic hydrologic analysis, *Adv. in Hydrosci.*, **11**, 285-352.
- Klemeš, V. (1983) Conceptualization and scale in hydrology, *Journal of Hydrology*, **65**, 1-23.
- Klemeš, V. (1986). Dilettantism in hydrology: transition or destiny?, *Water Resour. Res.*, **22**(9), 177S-188S.
- Legates (1991). An evaluation of procedures to estimate monthly precipitation probabilities, *Journal of Hydrology*, **122**, 129-140.
- Murrone, F., F. Rossi e P. Claps (1992). Un modello stocastico a base concettuale dei deflussi fluviali giornalieri, *questo Convegno*.
- Nathan, R.J. e T.A. McMahon (1990). Evaluation of automated techniques for base flow and recession analyses, *Water Resour. Res.*, **26**(7), 1465-1473.
- Rossi, F. e G. Silvagni (1980) Analysis of annual runoff series, *Proc. Third Symposium on Stochastic Hydraulics*, Tokio, A-18(1-12).
- Salas, J.D., J.W. Delleur, V. Yevjevich e W.L. Lane (1980). *Applied Modeling of Hydrologic Time Series*, Water Resources Publications, Littleton, Colorado.
- Salas, J.D. and R.A. Smith (1981). Physical basis of stochastic models of annual flows, *Water Resour. Res.*, **17**(2), 428-430.
- Sorooshian, S. e V.K. Gupta (1985). The analysis of structural identifiability: Theory and application to conceptual rainfall-runoff models, *Water Resour. Res.*, **21**(4), 487-495.
- Vanderwiele, G.L. and A. Dom (1989). A non-Gaussian multicomponent model for river flow, *Water Resour. Res.*, **25**(3), 397-404.
- Yevjevich V. (1991). Hydrology research and the 21st century, *Wat. Resour. Management*, **5** 1-23.
- WMO (1975). *Intercomparison of conceptual models used in operational hydrological forecasting*. Oper. Hydrol. Rep. 7, WMO 429, Ginevra.

Ringraziamenti:

Numerose discussioni con il Professor Fabio Rossi hanno accompagnato la preparazione di questo lavoro.

BIBLIOGRAFIA

- Bako, M.D. e D.N. Hunt (1988) Derivation of baseflow recession constant using computer and numerical analysis, *Hydrol. Sci. Journal*, **33**(4), 357-367.
- Beran M.A. and J.A. Rodier (1985). *Hydrological Aspects of Droughts*, studies and reports in Hydrology, 39. Unesco, Paris, 149 pp.
- Box, G.E. e G. Jenkins (1970) *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, Revised Edition, Holden-Day, San Francisco, (Reprint 1976).
- Box, G.E. e D.R. Cox (1964) An analysis of transformations, *J. R. Stat. Soc.*, Ser. B, 26: 211-243.
- Claps P. e F. Rossi (1991). Metodi per la generazione sintetica dei deflussi, *Corso di Aggiornamento in Modelli Idrologici Superficiali nella Pianificazione di Bacino*, Politecnico di Milano, 10-14 Giugno 1991 (in stampa).
- Claps, P., F. Rossi e C. Vitale (1992). Conceptual-stochastic modeling of monthly runoff using different scales of aggregation, in revisione.
- Feller, W. (1971). *An Introduction To Probability Theory And Its Applications*, Vol II., 2nd ed., J. Wiley, New York, 669 pp.
- Franchini, M e M. Pacciani (1991). Comparative analysis of several conceptual rainfall-runoff models, *Journal of Hydrology*, **122**, 161-219.
- Institute of Hydrology (1980). *Low Flow Studies*, Research Report, Wallingford, Oxon, U.K..
- Klemeš, V. (1978) Physically based stochastic hydrologic analysis, *Adv. in Hydrosci.*, **11**, 285-352.
- Klemeš, V. (1983) Conceptualization and scale in hydrology, *Journal of Hydrology*, **65**, 1-23.
- Klemeš, V. (1986). Dilettantism in hydrology: transition or destiny?, *Water Resour. Res.*, **22**(9), 177S-188S.
- Legates (1991). An evaluation of procedures to estimate monthly precipitation probabilities, *Journal of Hydrology*, **122**, 129-140.
- Murrone, F., F. Rossi e P. Claps (1992). Un modello stocastico a base concettuale dei deflussi fluviali giornalieri, *questo Convegno*.
- Nathan, R.J. e T.A. McMahon (1990). Evaluation of automated techniques for base flow and recession analyses, *Water Resour. Res.*, **26**(7), 1465-1473.
- Rossi, F. e G. Silvagni (1980) Analysis of annual runoff series, *Proc. Third Symposium on Stochastic Hydraulics*, Tokio, A-18(1-12).
- Salas, J.D., J.W. Delleur, V. Yevjevich e W.L. Lane (1980). *Applied Modeling of Hydrologic Time Series*, Water Resources Publications, Littleton, Colorado.
- Salas, J.D. and R.A. Smith (1981). Physical basis of stochastic models of annual flows, *Water Resour. Res.*, **17**(2), 428-430.
- Sorooshian, S. e V.K. Gupta (1985). The analysis of structural identifiability: Theory and application to conceptual rainfall-runoff models, *Water Resour. Res.*, **21**(4), 487-495.
- Vanderwiele, G.L. and A. Dom (1989). A non-Gaussian multicomponent model for river flow, *Water Resour. Res.*, **25**(3), 397-404.
- Yevjevich V. (1991). Hydrology research and the 21st century, *Wat. Resour. Management*, **5** 1-23.
- WMO (1975). *Intercomparison of conceptual models used in operational hydrological forecasting*. Oper. Hydrol. Rep. 7, WMO 429, Ginevra.

---

Lavoro realizzato con il contributo del Gruppo Nazionale per la Difesa dalle Catastrofi Idrogeologiche, Unità Operativa 1.21.