

## UN MODELLO ANALITICO PER LA VALUTAZIONE DEL RISCHIO DI PIENA IN BACINI MONTANI

P. Allamano<sup>1</sup>

(1) Dipartimento di Idraulica, Trasporti ed Infrastrutture Civili, Politecnico di Torino - e-mail:  
paola.allamano@polito.it

### SOMMARIO

*Nei bacini montani, dove le tradizionali tecniche di monitoraggio idrologico spesso producono risultati inattendibili e i punti di misura sono scarsi, la valorizzazione di informazioni sulla morfologia del bacino può avere ricadute importanti sullo studio dei processi di formazione dei deflussi. In questo lavoro vengono esaminati i legami concettuali, in modo semplice e quantitativo, tra la quota del bacino e le modalità di formazione delle piene nelle regioni montane. Il modello proposto ricostruisce gli effetti della variazione dell'area contribuyente (soggetta a precipitazione in forma liquida) sulla base di descrizioni analitiche semplificate della curva ipsografica del bacino e della variazione stagionale dello zero termico. Con opportune ipotesi sulla forzante pluviometrica si perviene ad una formulazione analitica in forma chiusa della curva di frequenza delle piene. La capacità del modello di interpretare la variabilità delle piene con la quota è dimostrata dai risultati di un'applicazione ad un campione di 57 bacini piemontesi e valdostani.*

### 1 INTRODUZIONE

Lo studio dei meccanismi di formazione del deflusso nelle regioni montane, dove la precipitazione può presentarsi allo stato nevoso per buona parte dell'anno, suscita da anni l'interesse degli idrologi. Tutti questi studi hanno prodotto un enorme bagaglio di conoscenze sulla fisica dei processi in base alle quali sono stati proposti diversi schemi modellistici (p. es., *Blöschl et al.*, 1991, *Durand et al.*, 1999, *Zanotti et al.*, 2004). Il loro impiego, tuttavia, è spesso impraticabile poiché nelle zone di alta quota è particolarmente difficile disporre delle informazioni richieste dai modelli a base fisica.

Un modo alternativo per affrontare il problema è quello di rinunciare a descrivere il dettaglio fisico dei processi e ricercare piuttosto dei legami tra le caratteristiche del bacino ed il modo in cui i processi vi si manifestano (p.es., *Franchini & Galeati*, 1996; *Dingman & Palaia*, 1999; *Surian & Andrews*, 1999). In questo secondo filone si colloca il presente studio, il cui contributo consiste nella formulazione di una relazione concettuale esplicita (cioè non calibrata con tecniche multiregressive) tra la piena media e le caratteristiche altimetriche di bacino.

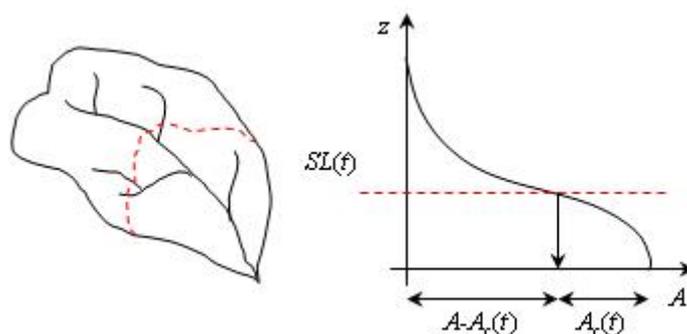
L'obiettivo è quello di quantificare la variazione della curva di frequenza delle piene 'indisturbata' quando vi si integrano gli effetti di parzializzazione del bacino dovuti alla variazione della quota di zero termico, qui considerata stagionale. Dai risultati ottenuti con questa formulazione ci si attende un contributo alla comprensione del modo di

variare nello spazio della curva di frequenza adimensionale delle piene. In montagna i dati indicano che tale variabilità risulta essere dominata dalle variazioni di quota dei bacini.

## 2 SCHEMATIZZAZIONE DEI PROCESSI

Nei bacini montani, a seconda delle condizioni di temperatura esistenti al momento dell'evento, la precipitazione può avvenire in forma liquida su parte del bacino ed essere nevosa sulla restante parte. Questo fenomeno, in prima approssimazione, è governato dalle condizioni di temperatura esistenti al momento della precipitazione, ed in particolare dalla quota di zero termico. Tale quota, definita istante per istante come il luogo dei punti appartenenti al bacino che si trovano alla temperatura di congelamento ( $0^{\circ}\text{C}$ ), costituisce un confine ideale al di sopra del quale la precipitazione avviene allo stato solido. La porzione di bacino che giace sotto la quota di zero termico e che riceve la precipitazione in forma liquida è detta "area contribuyente", poiché il suo contributo alla formazione del deflusso diretto è immediato (p.es., *Dingman*, 1981; *Bacchi & Ranzi*, 2003; *Ambroise*, 2004).

In questo studio la variazione dell'area attiva nella formazione del deflusso di piena è posta in relazione alle caratteristiche morfologiche e climatiche del bacino, allo scopo di quantificare l'effetto derivante da una riduzione dell'area contribuyente sulla curva di frequenza delle piene.



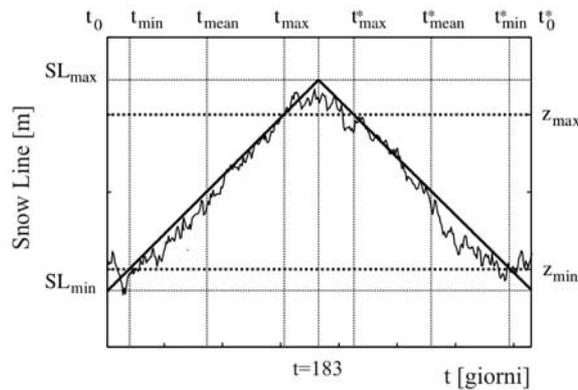
**Figura 1.** Schematizzazione del bacino all'istante di tempo  $t$  e visualizzazione dell'effetto della quota di zero termico  $SL(t)$  (indicata dalle linee tratteggiate) sulla curva ipsografica del bacino. La posizione altimetrica di  $SL(t)$  stacca sulla curva la porzione di bacino contribuyente ( $A_c$ ) e, per differenza con l'area totale ( $A$ ), quella non contribuyente alla formazione del deflusso.

Le variabili considerate nello schema idrologico sono la quota di zero termico  $SL(t)$  (anche detta *snowline*) e l'area contribuyente  $A_c(t)$ , entrambe definite all'istante  $t$ . L'area contribuyente alla formazione del deflusso viene identificata sulla curva ipsografica in corrispondenza della quota di zero termico, secondo lo schema riportato in figura 1. Per descrivere l'andamento di questa curva esistono varie formulazioni analitiche, alcune riferite alla forma adimensionale (o ipsometrica), fra le quali si è qui adottata quella proposta da *Strahler* (1952)

$$\frac{z - z_{\min}}{z_{\max} - z_{\min}} = \frac{f_c(t)}{1 + \zeta(1 - f_c(t))} \quad (1)$$

dove la variabile  $z$  rappresenta una generica quota compresa nel range altimetrico del bacino,  $z_{\min}$  è la quota minima del bacino,  $z_{\max}$  la quota massima,  $\zeta$  è il parametro di curvatura (che può assumere tutti i valori maggiori di -1) e  $f_c(t) = A_c / A$  la porzione di area di bacino giacente sotto lo zero termico (e quindi contribuente).

Poiché la posizione dello zero termico varia istante per istante in funzione della temperatura, anche il valore di  $f_c$  varia nel tempo. Tralasciando le piccole oscillazioni, il regime stagionale della temperatura, e quindi dello zero termico, subisce una transizione verso le quote più elevate tra febbraio e luglio e in seguito un abbassamento con l'avanzare della stagione invernale. In figura 2 è riportata una schematizzazione di questi concetti in cui la quota di zero termico è descritta come una funzione triangolare simmetrica che varia da un valore minimo ( $SL_{\min}$ ), che per semplicità è attribuito al 1 febbraio, ad un massimo ( $SL_{\max}$ ) che per ipotesi coincide con il 1 agosto. Le quote caratteristiche di bacino ( $z_{\min}$  e  $z_{\max}$ ), interagendo con la curva stagionale dello zero termico, definiscono sul ramo ascendente della curva altrettanti punti di intersezione in corrispondenza degli istanti  $t_{\min}$  e  $t_{\max}$ . Con l'asterisco sono contrassegnati gli istanti simmetrici rispetto alla data mediana  $\tilde{t} = 183$ , in cui il ramo discendente della  $SL(t)$  interseca le medesime quote.



**Figura 2.** Schematizzazione della variazione stagionale dello zero termico  $SL(t)$ , in funzione del regime termometrico medio. Il legame tra le due variabili è dato da un *lapse rate* di temperatura espresso in °C/km. La curva sullo in secondo piano rappresenta il regime termometrico medio annuo per la stazione del Lago Gabet (2340 m a.s.l.).

Nell'arco di un anno la migrazione della quota di zero termico all'interno del bacino scandisce dunque al più tre fasi:

I) una fase di accumulo (per  $t_0 < t < t_{\min}$  oppure  $t_{\min}^* < t < t_0^*$ ) durante la quale il bacino è tutto al di sopra dello zero termico ( $SL(t) < z_{\min}$ ) e la precipitazione può avvenire solo in forma solida;

II) una fase intermedia (per  $t_{\min} < t < t_{\max}$  oppure  $t_{\max}^* < t < t_{\min}^*$ ) nella quale lo zero termico è compreso tra le quote massima e minima del bacino ( $z_{\min} < SL(t) < z_{\max}$ ), che dunque sarà soggetto ad accumulo sulla porzione alta e a scioglimento su quella bassa;

III) una fase di svuotamento ( $t_{\max} < t < t_{\max}^*$ ) in cui tutto il bacino giace al di sotto della snow line ( $SL(t) > z_{\max}$ ).

La durata di ciascuna fase è legata alle caratteristiche altimetriche del bacino considerato, per cui i periodi I e III possono non avere luogo rispettivamente in bacini molto bassi o molto elevati. A questo proposito, nel seguito dell'articolo si farà riferimento solo a due casi, che rappresentano le tipologie di bacino più frequenti per regioni poste alle latitudini medie:

(a) un bacino "confinato" avente  $z_{\min} > SL_{\min}$  e  $z_{\max} < SL_{\max}$  in cui quindi tutte e tre le fasi si manifestano;

(b) un bacino "alto" con  $z_{\min} > SL_{\min}$  e  $z_{\max} > SL_{\max}$  che presenta solo le fasi I e II.

La variazione stagionale del fattore  $f_c(t)$  in entrambi i casi è una funzione definita a tratti, dove ciascun tratto è riferito ad una fase. Nel caso di bacino confinato, sostituendo nella (1) la forma lineare ipotizzata per  $SL(t)$ , si ha

$$f_c(t) = \begin{cases} 0 & [I] \\ \frac{(1 + \zeta) \cdot (SL(t) - z_{\min})}{\zeta (SL(t) - z_{\min}) + z_{\max} - z_{\min}} & [II] \\ 1 & [III] \end{cases} \quad (2)$$

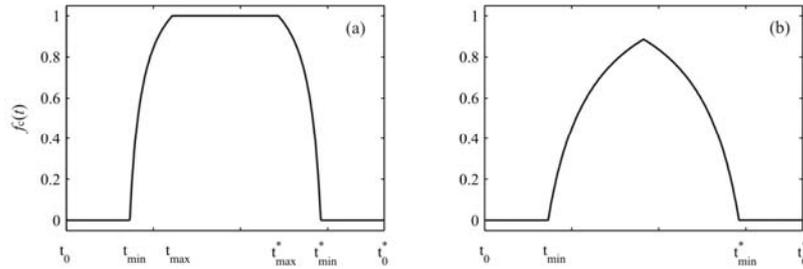
dove le equazioni sono riferite al dominio  $t_0 < t < \tilde{t}$ .

Analoga è la forma di  $f_c(t)$  per il bacino (b) salvo che, per quanto detto prima, esso non raggiunge mai il valore di  $f_c(t)$  unitario (vedi figura 3).

L'altro meccanismo che interviene nella formazione dei deflussi nei bacini a regime nivale è lo scioglimento, che nel seguito è identificato con  $SM(t)$ .  $SM(t)$  dipende a sua volta dal regime di temperatura a cui il bacino è soggetto ed, in prima approssimazione, ha un andamento stagionale simile a quello assunto per  $f_c(t)$ . Nell'ambito di questo lavoro  $SM(t)$  viene assunto per semplicità proporzionale al fattore di riduzione dell'area contribuyente, secondo un coefficiente  $SM^*$  derivabile dall'equivalenza tra il volume totale annuo di neve accumulata e il volume totale sciolto:

$$\frac{R}{365} \int_0^{\tilde{t}} (1 - f_c(t)) dt = SM^* \int_0^{\tilde{t}} f_c(t) dt \quad (3)$$

dove la variabile  $R$  definisce la precipitazione totale annua.



**Figura 3.** Curva di variazione del fattore di riduzione dell'area contribuyente per il caso (a) bacino confinato e (b) bacino alto. Parametri:  $\zeta=3.3$ ;  $SL_{\min}=0$  m s.l.m.;  $SL_{\max}=3000$  m s.l.m.;  $z_{\min}=1200$  m s.l.m.,  $z_{\max,(a)}=2000$  m s.l.m. e  $z_{\max,(b)}=4000$  m s.l.m.

### 3 STRUTTURA DEL MODELLO

Sulla base di queste premesse, l'ipotesi concettuale alla base del modello considera il deflusso diretto come combinazione di due componenti, una legata alla struttura della precipitazione e l'altra al fenomeno dello scioglimento. La relazione è

$$q = C \cdot f_c(t) \cdot h + SM(t), \quad (4)$$

dove  $q$  è la portata specifica (cioè riferita all'unità di area),  $C$  il coefficiente di deflusso,  $f_c(t)=A_c/A$  il fattore di riduzione dell'area contribuyente (che può valere al più 1 quando il bacino è tutto al di sotto della *snowline*),  $h$  l'altezza di precipitazione e  $SM(t)$  la componente di scioglimento.

Si assume inoltre che la precipitazione possa essere rappresentata come un processo le cui occorrenze seguano un distribuzione di Poisson, con parametro  $\lambda$ , e le intensità siano esponenzialmente distribuite con media  $\alpha$ . Sotto tale ipotesi la funzione di probabilità cumulata del deflusso diretto, condizionata al tempo, ossia alla data di occorrenza dell'evento di precipitazione, diventa in base alla (4)

$$P_{Q|T}(q|t) = 1 - \exp\left(-\frac{q - SM(t)}{C\alpha \cdot f_c(t)}\right). \quad (5)$$

da cui la distribuzione marginale del deflusso è ottenuta applicando il teorema di Bayes

$$P_Q(q) = \int_t P_{Q|T}(q|t) \cdot p(t) dt \quad (6)$$

dove  $P_{Q|T}(q|t)$  è la probabilità condizionata in (5) e  $p_T(t)$  è la densità di probabilità delle occorrenze degli eventi di pioggia, che è uniforme trattandosi di un processo poissoniano omogeneo (Ross, 1996).

Un'ulteriore conseguenza dell'ipotesi di poissonianità della precipitazione è che la distribuzione di probabilità degli estremi assume la forma (Coles, 2001)

$$P_{Q_{AM}}(q) = \exp(-\lambda \cdot (1 - P_Q(q))) \quad (7)$$

dove  $Q_{AM}$  sono i massimi annui di portata al colmo e  $P_Q(q)$  è come nella (3). Una misura della rilevanza degli effetti indotti dai processi di accumulo e scioglimento nivale è data dallo scostamento della (7) dalla distribuzione di frequenza indisturbata

$$P_{Q_{base}}(q) = \exp\left(-\lambda \cdot \exp\left(-\frac{q}{C\alpha}\right)\right) \quad (8)$$

che vale per un bacino dove il fattore di riduzione dell'area contribuyente è sempre pari a 1 e il contributo di scioglimento nullo.

Per pervenire ad una formulazione esplicita della (7) occorre introdurre le equazioni (2) e (3), che descrivono le curve stagionali rispettivamente del fattore di riduzione dell'area contribuyente e della componente di scioglimento, nella (5) e risolvere l'integrale (6). Grazie alla semplicità delle formulazioni proposte al paragrafo precedente tutti i passaggi possono essere sviluppati analiticamente, arrivando ad una formulazione esatta della curva di frequenza delle piene (Allamano, 2008).

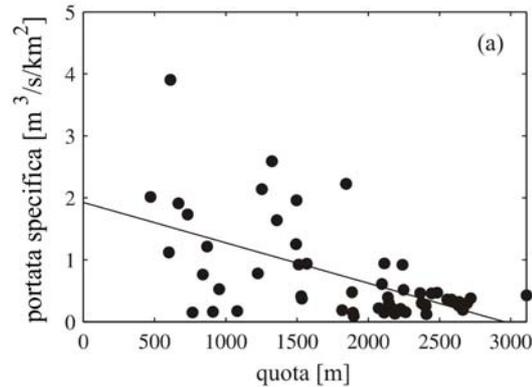
#### 4 APPLICAZIONE

Per valutare la capacità del modello di spiegare la relazione tra le portate di piena al colmo e la quota dei bacini in cui esse sono state misurate si fa riferimento ad un campione di 57 stazioni idrometriche situate nel settore alpino italiano nord-occidentale (si veda <http://www.idrologia.polito.it/allamano/lavori/dataset.txt> per ulteriori dettagli). I bacini considerati presentano un ampio spettro di caratteristiche, con quote medie variabili da 470 a 3100 m s.l.m. e superfici da 22 a 7650 km<sup>2</sup>. Per ciascun bacino la serie delle portate al colmo massime annue  $Q_{AM}$  è descritta attraverso il suo valor medio per unità di area [m<sup>3</sup>/s km<sup>2</sup>].

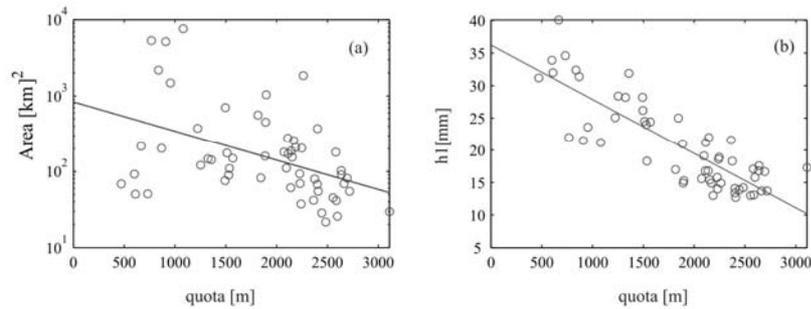
In figura 4 il valor medio della portata specifica al colmo di ciascun bacino è posto in relazione alla sua quota media. Adattando ai punti una retta di regressione si ottiene un andamento decrescente (statisticamente significativo, con  $p = 2.65 \times 10^{-6}$ ) delle portate al crescere della quota media, in accordo con le ipotesi alla base del modello. Per lo stesso campione di bacini si ottengono pure andamenti decrescenti con la quota delle aree e delle precipitazioni medie intense di durata un'ora ( $h_1$ ) (vedi figura 5). In base a ciò si potrebbe ipotizzare che il fattore dominante nella diminuzione delle portate di piena con la quota non sia la quota media ma bensì l'area (come peraltro suggerito da Blöschl & Sivapalan, 1997). D'altra parte, in genere la portata specifica dei bacini piccoli è maggiore che nei bacini grandi (a causa della maggiore probabilità di avere nuclei di precipitazione insistenti sull'intero bacino) il che produrrebbe una legge crescente tra portata specifica e quota, in contrasto con quanto osservato.

Al contrario, la relazione tra la precipitazione media annua di durata 1 ora e la quota è concorde con il trend osservato sulle portate specifiche. Tuttavia la pendenza della retta è molto minore di quella mostrata per le portate, il che significa che la precipitazione pur essendo un fattore concorrente alla diminuzione delle portate di piena con la quota, non è il solo. Nel modello si tiene conto di tale effetto imponendo al parametro  $\alpha$  della precipitazione una diminuzione con la quota secondo una relazione del tipo

$$\alpha^* = \alpha(1 - (z/3800)).$$

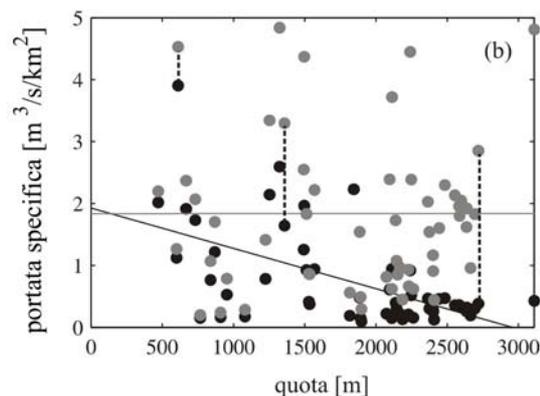


**Figura 4.** Relazione tra medie delle portate specifiche al colmo massime e quota media per i 57 bacini analizzati.



**Figura 5.** (a) Relazione tra aree e quote medie di bacino; (b) Relazione tra medie delle precipitazioni massime annue di durata un'ora e quote.

La valutazione della capacità del modello proposto di interpretare la variabilità delle piene medie con la quota in bacini alpini è data dalla figura 6. Nel grafico ciascun bacino è rappresentato da una coppia di punti: uno in corrispondenza del valore di portata specifica osservata (come nella figura 4) e l'altro relativo alla portata che sarebbe osservata nello stesso bacino riportata al livello del mare. Per riposizionare i punti in figura 6 i parametri  $\alpha$  e  $\lambda$  del modello (eq. (7)) vengono stimati con il metodo dei momenti, essendo noti i valori campionari di media e scarto, e poi sostituiti nell'espressione della media della distribuzione di Gumbel (eq. (8)). La capacità del modello di spiegare la dipendenza delle portate specifiche massime annue dalla quota è dimostrata dalla non significatività della pendenza della retta risultante dalla regressione effettuata sui punti riposizionati.



**Figura 6.** Relazione tra portate specifiche medie al colmo osservate (cerchietti neri) e “riposizionate” (cerchietti grigi) e quote medie dei bacini. La retta di regressione più scura si riferisce alle portate osservate, quella in grigio ai valori depurati dagli effetti della quota.

## 5 COMMENTO DEI RISULTATI

Questo studio rappresenta un contributo alla valutazione quantitativa degli effetti della parzializzazione dell'area contribuyente nella formazione delle piene in bacini alpini. Dopo aver individuato e schematizzato i principali processi idrologici che sono governati dal regime di temperature, essi sono integrati fornendo una rappresentazione analitica della distribuzione di frequenza delle piene. L'applicazione del modello ad un esteso campione di bacini piemontesi e valdostani rivela la capacità di tale formulazione di riprodurre la dipendenza dei valori medi di piena dalla quota. Grazie alla sua semplicità e parsimonia, il modello si presta ad essere utilizzato per studiare la variabilità delle curve di crescita nello spazio e, in ultima analisi, la vulnerabilità dei bacini montani (anche non strumentati) agli eventi di piena. I limiti dell'approccio sono legati alla semplicità delle ipotesi su cui esso si basa. Il modello, infatti, nella sua formulazione completamente analitica non tiene conto né delle stagionalità del processo di precipitazione né dei fenomeni di pioggia su neve che pure giocano un ruolo importante in molti eventi di piena registrati in bacini a regime pluvio-nivale.

**Ringraziamenti.** Si ringraziano Pierluigi Claps e Francesco Laio per la preziosa collaborazione nello svolgimento di questo studio.

## BIBLIOGRAFIA

- Allamano, P., *Precipitation-Runoff Mechanisms in Mountainous River Basins*, Tesi di Dottorato, Politecnico di Torino, 2008
- Ambrose, A., Variable 'active' versus 'contributing' areas periods: a necessary distinction, *Hydrological Processes*, 2004, 18, 1149-1155

- Bacchi, B. & Ranzi, R. Hydrological and meteorological aspects of floods in the Alps: an overview, *Hydrology and Earth System Sciences*, 2003, 7(6), 785-798
- Blöschl, G. & Kirnbauer, R. & Gutnecht, D. Distributed snowmelt simulations in an alpine catchment I, *Water Resources Research*, 1991, 27, 3171-3179
- Blöschl, G. & Sivapalan, M. Process controls on regional flood frequency: coefficient of variation and basin scale, *Water Resources Research*, 1997, 33(12), 2967-2980
- Coles, S. An introduction to statistical modelling of extreme values, Springer Series in Statistics, London, 2001
- Dalrymple, T. Flood Frequency Analyses, *Water Supply Paper* 1543-A, U.S. Geological Survey, Reston Va., 1960
- Dingman, S.L. Elevation: a major influence on the hydrology on New Hampshire and Vermont, USA, *Hydrological Sciences Bulletin*, 1981, 26(4), 399-413
- Dingman, S.L. & Palaia, K.J. Comparison of models for estimating flood quantiles in New Hampshire and Vermont, *Journal of the American Water Resources*, 1999, 35(5), 1233-1243
- Durand, Y. & Giraud, G. & Brun, E. & Merindol, L. & Martin, E. A computer based system simulating snowpack structures as a tool for regional avalanche forecasting, *Journal of Glaciology*, 1999, 45(151), 1065-1084.
- Franchini, M. & Galeati, G. Analisi regionale dei massimi annuali delle portate al colmo per la regione Romagna-Marche, *L'Energia Elettrica*, 1996, 73(3), 200-212.
- Ross, S. Stochastic processes, Wiley 1996
- Surian, N. & Andrews, E.D. Estimation of geomorphically significant flows in alpine streams of the Rocky Mountains, Colorado (USA), *Regulated Rivers Research & Management*, 1999, 15(4), 273-288
- Strahler, A. Hypsometric (area-altitude) analysis of erosional topography, *Bulletin of the Geological Society of America*, 1952, 63, 1117-1142
- Zanotti, F. & Endrizzi, S. & Bertoldi, G. & Rigon, R. The GEOTOP snow module, *Hydrological Processes*, 2004, 18, 3667-3679.