MODULO DI APPROFONDIMENTO A: LE OPERE DI DIFESA DALLE INONDAZIONI

UNITA' DIDATTICA N.10

[Codice: 01.05.210.2]

Titolo:Titolo: ***DISPOSITIVI PER LA LAMINAZIONE DELLE PIENE***

Sub-Unità n.1 (= Parte II) – Learning Object n.2

Prof. Ing. Domenico Pianese
Università degli Studi di Napoli Federico II

Rielaborazione dell'equazione di conservazione dell'energia:

ESEMPIO N.2: Luci a stramazzo non rigurgitate da valle

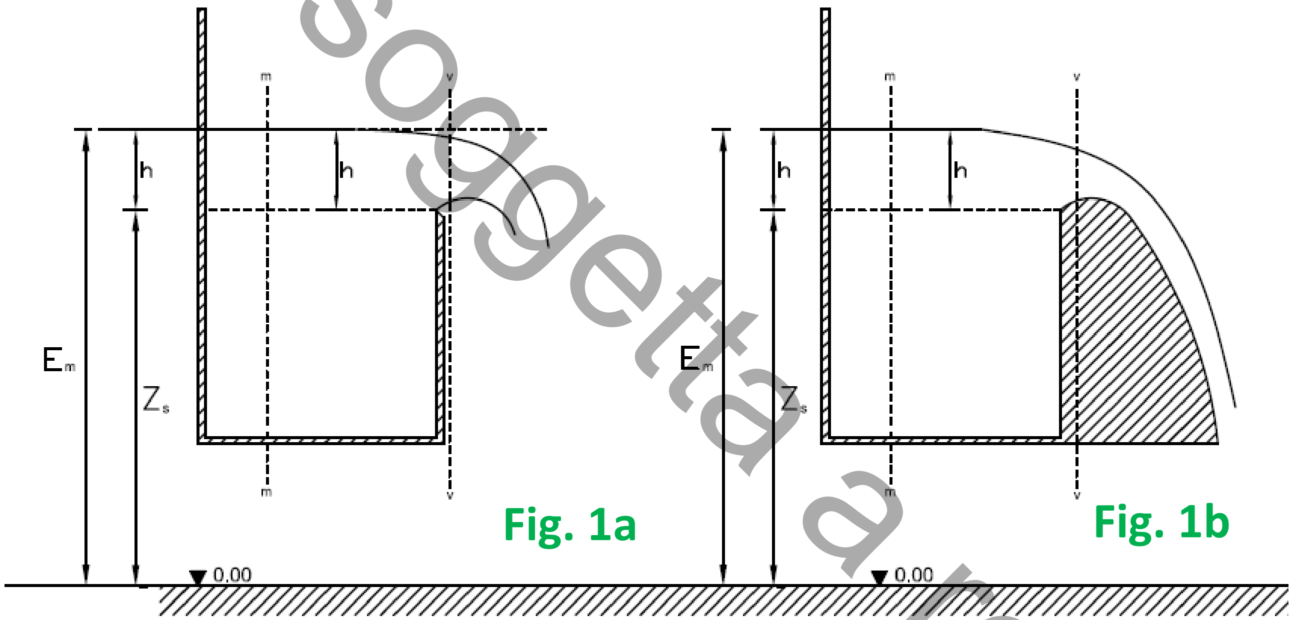


Fig. 1a

Fig. 1b

Con riferimento allo schema di Fig. 1a e di Fig. 1b e alle due sezioni poste, rispettivamente:

- La prima (quella «a monte»), sufficientemente a monte della luce di efflusso;
- La seconda (quella «a valle»), in corrispondenza della sezione contratta della vena liquida;

Considerando un piano di riferimento passante per il baricentro della sezione contratta (per cui può porsi $z_v = z_m$)

Rielaborazione dell'equazione di conservazione dell'energia:

………. ESEMPIO N.2: Luci a stramazzo non rigurgitate da valle

In questo caso:

- Non è possibile individuare una sezione contratta in cui i filetti fluidi siano sensibilmente rettilinei e paralleli.
- Come sezione contratta si assume, convenzionalmente, quella in corrispondenza della quale si osserva il massimo sovralzo della superficie inferiore della vena liquida;
- La pressione all'interno della convenzionale sezione contratta, nulla in corrispondenza sia della superficie inferiore che in quella superiore della vena liquida, assume valori massimi diversi da zero, dell'ordine

$$p_v \cong (0.18 \div 0.20) \cdot \gamma \cdot h$$

Di conseguenza, la strategia per individuare la scala di deflusso attraverso lo stramazzo si modifica leggermente, affidandosi, in definitiva, a risultati sperimentali

Rielaborazione dell'equazione di conservazione dell'energia:

……… ESEMPIO N.2: Luci a stramazzo non rigurgitate da valle

In particolare:

- **Se si considera la luce a stramazzo come una successione verticale di luci a battente, ciascuna delle quali caratterizzata da una propria velocità di efflusso torricelliana, il cui valore massimo è pari a**

$$V_{v,\max} = k \cdot \sqrt{2gh_m}$$

la velocità media di efflusso attraverso la «sezione contratta» diventa dell'ordine di

$$V_{v,media} = \zeta \cdot V_{v,\max}$$

con ζ coefficiente minore di uno che, nel caso dello stramazzo Bazin, assume valori dell'ordine di 0,64.

Rielaborazione dell'equazione di conservazione dell'energia:

……… ESEMPIO N.2: Luci a stramazzo non rigurgitate da valle

Poiché , sperimentalmente, si è osservato che la «sezione contratta» presenta una altezza $c = \varepsilon \cdot h_m$ (con ε che, nel caso dello stramazzo Bazin, assume valori all'incirca pari a 0.65),

la portata Q_u transitante attraverso uno stramazzo di lunghezza l sarà data dall'espressione:

$$Q = \sigma_c \cdot V_{v,media} = k\sigma_c \cdot \sqrt{2gh_m} = k \cdot c \cdot h_m \cdot \lambda \cdot l \cdot \sqrt{2gh_m}$$

Posto

$$\mu_s = k \cdot c \cdot \lambda$$

la formula precedente diviene:

$$Q_u = \mu_s \cdot l \cdot h_m \cdot \sqrt{2gh_m}$$

nota come formula per gli stramazzi

Rielaborazione dell'equazione di conservazione dell'energia:

………. ESEMPIO N.2: Luci a stramazzo non rigurgitate da valle

Se si pone $h_m = Y - z_s$

con Y quota di pelo libero nella vasca a monte della luce di efflusso e z_s quota del ciglio di sfioro (entrambe misurate rispetto a uno stesso piano orizzontale di riferimento), la relazione tra la quota di pelo libero nella vasca a monte della luce a stramazzo e la portata effluente attraverso la stessa (scala di deflusso) sarà data da

$$Q_u = \mu_s \cdot l \cdot (Y - z_s) \cdot \sqrt{2g(Y - z_s)}$$

Tale espressione è ovviamente utilizzabile solo per valori di $Y \geq z_s$

Rielaborazione dell'equazione di conservazione dell'energia:

ESEMPIO N.3: Scala di deflusso relativa a deflusso in stato critico

In un alveo a debole pendenza, sia nel caso di un brusco restringimento della sezione trasversale che di un notevole salto di fondo, si realizzano condizioni di stato critico.

Tali condizioni sono definite tali in quanto, quando esse si realizzano, la corrente defluisce in tale sezione col minimo contenuto possibile di energia specifica.

Pertanto, nella sezione dove tali condizioni si realizzano, per ogni assegnato valore portata della portata defluente, le velocità e i tiranti idrici devono essere tali da rispettare la relazione

$$E = z + h + \frac{V^2}{2g} = \min$$

o, equivalentemente:

$$\frac{dE}{dh} = \frac{d}{dh}\left(z + h + \frac{V^2}{2g} \right) = 0$$

Rielaborazione dell'equazione di conservazione dell'energia:

……… ESEMPIO N.3: Scala di deflusso relativa a deflusso in stato critico

Si consideri una assegnata sezione di un alveo o di un corso d'acqua:

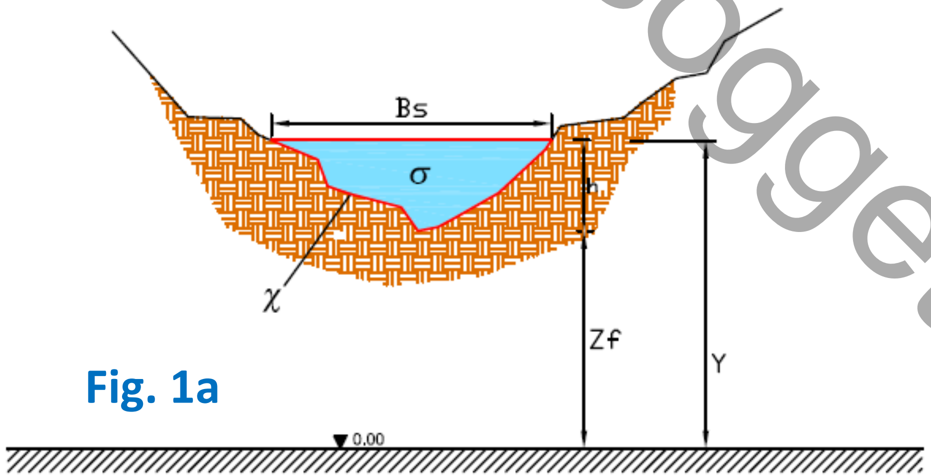


Fig. 1a

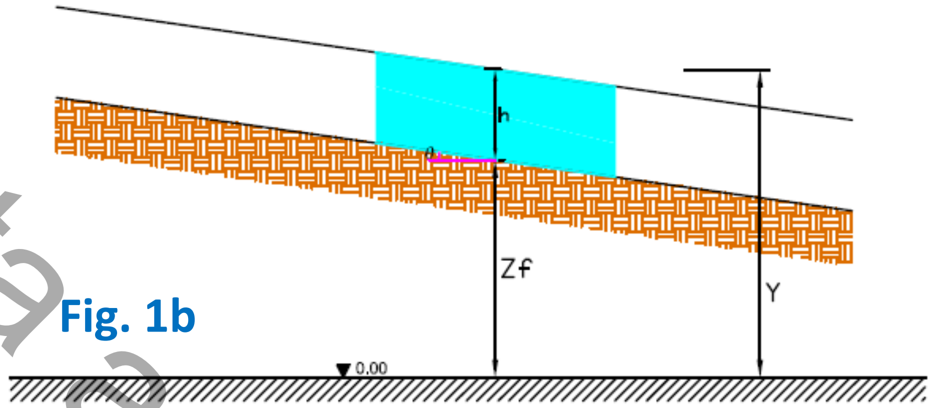


Fig. 1b

Si indichino, rispettivamente:

- Con Q la portata defluente in alveo;
- Con σ l'area della sezione idrica (definita come l'area della parte della sezione trasversale effettivamente interessata dalla presenza di acqua);
- Con B_s la larghezza in superficie (definita come la larghezza raggiunta dalla corrente in corrispondenza della superficie di pelo libero);
- Con g l'accelerazione di gravità (pari a 9,80665 m/s²).

Rielaborazione dell'equazione di conservazione dell'energia:

………. ESEMPIO N.3: Scala di deflusso relativa a deflusso in stato critico

In condizioni critiche, la corrente si muove col minimo contenuto di energia.

Per assegnata portata, tale condizione diviene:

$$\frac{dE}{dh} = \frac{d}{dh}\left(z + h + \frac{Q^2}{2g\sigma^2} \right) = 0$$

e, quindi:

$$\frac{dE}{dh} = 1 - \frac{Q^2}{2g\sigma^3}\frac{d\sigma}{dh} = 0$$

Osservando che

$$\frac{d\sigma}{dh} = B_s$$

si ottiene la scala di deflusso in condizioni di stato critico, definita come

$$1 - \frac{Q^2 B_s}{2g\sigma^3} = 0$$

Rielaborazione dell'equazione di conservazione delle quantità di moto totali (II principio della Dinamica):

ESEMPIO N.4: Scala di deflusso relativa a moto permanente e uniforme

Si consideri una corrente in moto uniforme (invariante nello spazio) e permanente (invariante nel tempo).

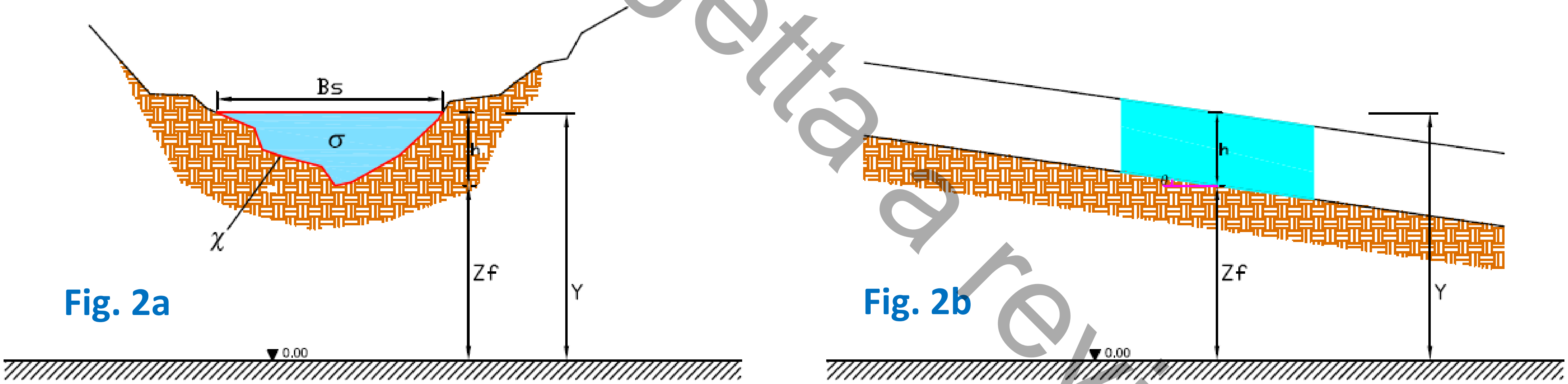


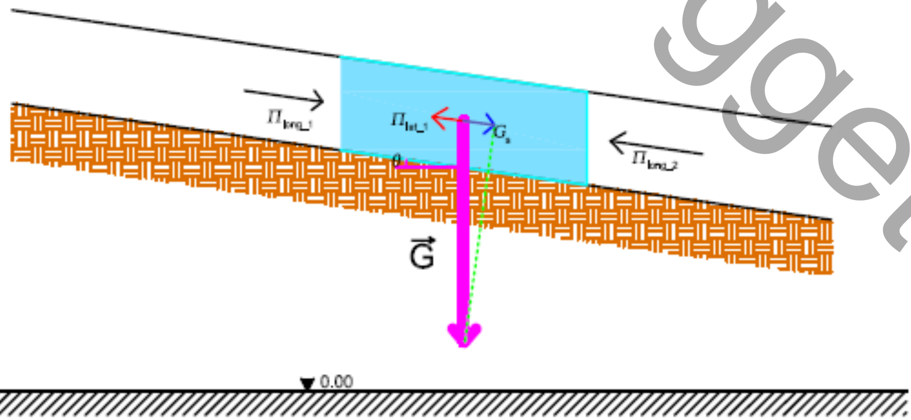
Fig. 2a   Fig. 2b

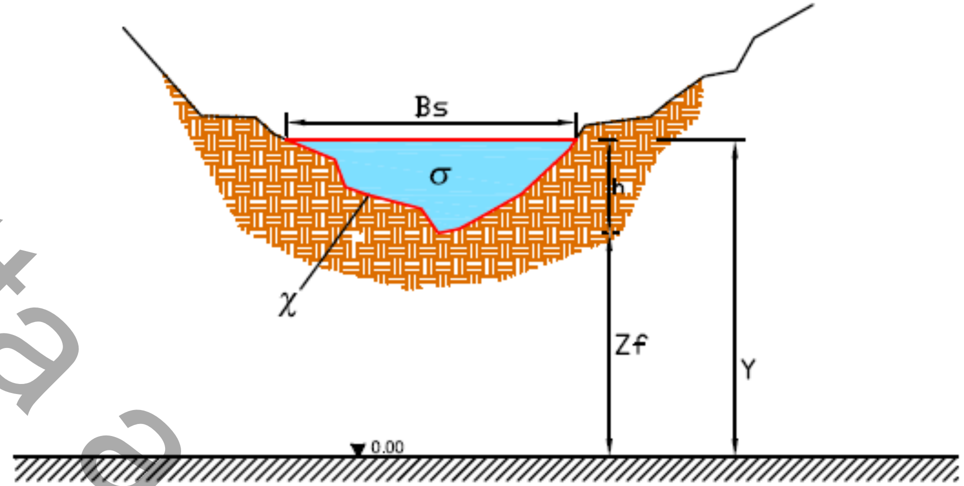
In tali condizioni, l'equazione globale dell'equilibrio dinamico, applicata con riferimento al volume di controllo evidenziato nelle Figg. 2a e 2b, può essere scritta nella forma:

$$\vec{G} + \vec{\Pi} = 0$$

Rielaborazione dell'equazione di conservazione delle quantità di moto totali (II principio della Dinamica):

ESEMPIO N.4: Scala di deflusso relativa a moto permanente e uniforme





Proiettando tale equazione vettoriale lungo l'asse costituito dalla linea di fondo del canale, tenendo presente che:

a) **le pressioni agenti sulle due facce del volume di controllo disposte ortogonalmente alla corrente sono, per l'ipotesi di uniformità del moto, uguali e contrarie, per cui si elidono;**

b) **le pressioni agenti sulle pareti laterali del volume di controllo sono perpendicolari alla direzione di proiezione delle forze, per cui non forniscono alcun contributo;**

Le uniche forze in gioco rimangono le seguenti:

Rielaborazione dell'equazione di conservazione delle quantità di moto totali (II principio della Dinamica):

………. ESEMPIO N.4: Scala di deflusso relativa a moto permanente e uniforme

a) Componente longitudinale della forza peso

$$G_s = \gamma \cdot \sigma \cdot l \cdot \sin\theta$$

b) proiezione, lungo l'asse del canale, delle forze di attrito complessivamente agenti sul contorno (agente in direzione opposta alla forza peso)

$$\Pi_{lat.} = \int_{\Sigma_{lat}} \tau(\Sigma) d\Sigma = \tau_0 \cdot \Sigma = \tau_0 \cdot \chi \cdot l$$

Uguagliando le due forze, si ottiene

$$\tau_0 = \gamma \frac{\sigma}{\chi} \cdot sen\theta$$

Rielaborazione dell'equazione di conservazione delle quantità di moto totali (II principio della Dinamica):

………. ESEMPIO N.4: Scala di deflusso relativa a moto permanente e uniforme

Da cui, introdotto il raggio idraulico

$$R = \frac{\sigma}{\chi}$$

e posto

$$i = sen\theta$$

si ottiene, in definitiva:

$$\tau_0 = \gamma \cdot R \cdot i$$

Poiché, in base ad analisi sperimentali, si è avuto modo di riscontrare che, nel caso di moto turbolento, risulta

$$\tau_0 = c \cdot V^2$$

Uguagliando le due forze, si ottiene

Rielaborazione dell'equazione di conservazione delle quantità di moto totali (II principio della Dinamica):

………. ESEMPIO N.4: Scala di deflusso relativa a moto permanente e uniforme

uguagliando le due espressioni (quella teorica e quella sperimentale), si ottiene

$$cV^2 = \gamma \cdot R \cdot i$$

per cui

$$V^2 = \frac{\gamma}{c} \cdot R \cdot i$$

Posto

$$K_c = \sqrt{\frac{\gamma}{c}}$$

Si ottiene, in definitiva, la ben nota espressione di Chezy

$$V = K_c \cdot \sqrt{Ri}$$

Rielaborazione dell'equazione di conservazione delle quantità di moto totali (II principio della Dinamica):

………. ESEMPIO N.4: Scala di deflusso relativa a moto permanente e uniforme

In base a questa espressione, dalla definizione di velocità media della corrente

$$V = \frac{Q}{\sigma}$$

si ottiene, in definitiva, l'espressione

$$Q = V \cdot \sigma = K_c \cdot \sigma \cdot \sqrt{R \cdot i}$$

Tale espressione viene definita formula del moto uniforme.

Poiché sia σ che χ, e quindi R, sono funzione del tirante idrico h o della quota di pelo libero $Y = z_f + h$, e K_c è a sua volta funzione di R, la relazione grafica che da essa si ricava al variare del tirante idrico o della quota di pelo libero viene definita scala di deflusso di moto uniforme