

VALUTAZIONE PROBABILISTICA DEI MASSIMI DEFLUSSI DI PIENA DI ASSEGNATA DURATA

La determinazione dei volumi idrici di piena per assegnata frequenza è richiesta in relazione sia alla valutazione della pericolosità idraulica di un sito che alla definizione di eventuali interventi di mitigazione con invaso temporaneo dei volumi stessi. In particolare, un corretto approccio alla delimitazione delle aree potenzialmente esondabili in conseguenza del raggiungimento del picco di portata, richiede la conoscenza dei volumi transitanti con l'onda di piena. Opere finalizzate alla laminazione delle piene possono essere progettate e verificate correttamente solo esaminandone gli effetti con riferimento ai volumi transitanti durante eventi di pari frequenza, associati a diverse possibili forme dell'onda di piena.

Per ricostruire un intero idrogramma di piena, con picco e volume coerenti con il periodo di ritorno dell'evento considerato, si può procedere mediante analisi probabilistica, laddove le condizioni di disponibilità di dati lo consentano, o per simulazione, utilizzando il concetto di evento critico (v. es. Rosso, 2002, p. 1.22). Ci si soffermerà qui solo sul primo approccio, riferendo l'analisi alla variabile casuale W_D , corrispondente al *massimo volume annualmente transitato in una durata D* in una sezione di corso d'acqua (anche *massimo deflusso annuale in D ore consecutive*):

$$W_D = \max \left(\int_{t-D/2}^{t+D/2} q(\tau) d\tau \right) \quad (1)$$

Detta Q la variabile *massimo annuale della portata istantanea*, al fine di ricavare un idrogramma di piena di progetto ha senso ricercare la distribuzione di probabilità congiunta delle variabili Q e W_D (v.es. De Michele et al , 2005). Ai fini pratici, tuttavia, e considerando anche quanto espresso da Bacchi et al. (2000) è accettabile assumere che le variabili

adimensionali $K_T = \frac{Q_T}{\mu(Q)}$ e $\frac{W_{D,T}}{\mu(W_D)}$ siano identicamente distribuite. A denominatore

vengono indicati i valori medi ma, nello spirito del metodo indice, le stesse considerazioni si applicherebbero se venisse invece considerata la mediana o il valore modale, come talvolta suggerito. Potendosi riferire il volume W_D al prodotto tra la portata media verificatasi nell'intervallo di riferimento D e la durata stessa: $W_D = D Q_D$, (v. Fig. 1) il problema in esame può sintetizzarsi nella stima del quantile della variabile Q_D :

$$Q_{DT} = \mu(Q_D) K_T \quad (2)$$

dalla quale poter ricavare poi, sequenze cronologiche di portate (idrogrammi di piena) consistenti con i valori dei quantili dei volumi stimati per diverse durate D .

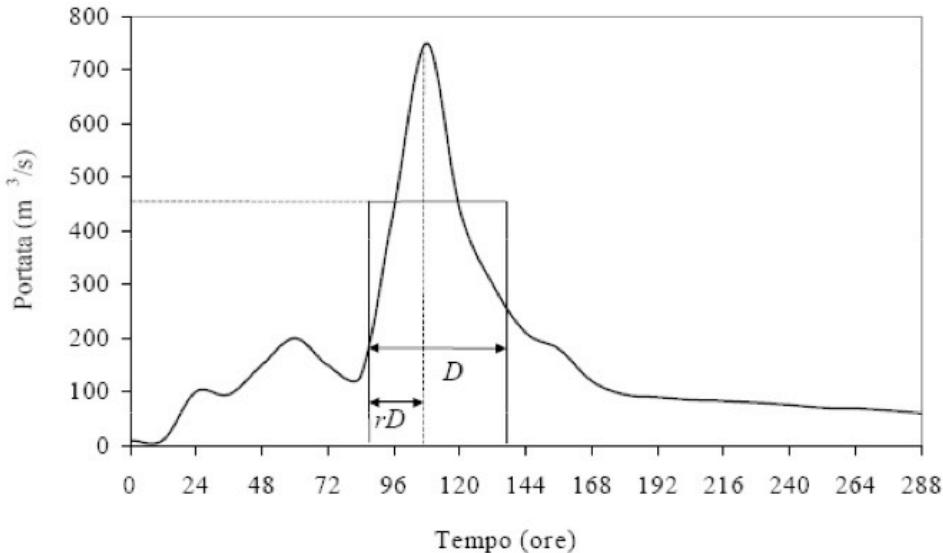


Figura 1. Schema di definizione per la determinazione di W_D e Q_D

Questo obiettivo può essere perseguito schematizzando ulteriormente la rappresentazione simbolica mediante l'uso di una curva che descriva l'andamento del volume di piena W_D (e quindi del suo analogo Q_D) al variare della durata D . Tale relazione risulta essere monotona decrescente ed è definita *curva di riduzione dei colmi di piena* con la durata:

$$\varepsilon_D = \frac{\mu(Q_D)}{\mu(Q)} = \varepsilon_{D,T} = \frac{Q_{D,T}}{Q_T} \quad (3)$$

L'uguaglianza tra ε_D e $\varepsilon_{D,T}$ vale per il fatto che volumi e portata al picco, una volta resi adimensionali, risultano identicamente distribuiti. Data l'uguaglianza espressa nella (3), nel seguito verrà usato unicamente il simbolo ε_D . Come si può osservare in Fig 2, per durate che tendono a zero ε_D tende all'unità.

La forma (2) richiama l'ipotesi di *separabilità* assunta per le curve di probabilità pluviometrica, nelle quali la funzione di crescita $K(T)$ viene considerata invariante con la durata, mentre la media dell'estremo pluviometrico per assegnata durata viene usualmente legata all'intervallo considerato attraverso la legge di potenza $\mu(h_D) = a \cdot D^n$.

Molto meno usuale che nel caso delle Curve di Probabilità Pluviometrica è la possibilità che le Curve di Riduzione dei Colmi vengano ricavate direttamente a partire dai dati osservati. Ciò risulta possibile in corrispondenza di sezioni di misura mantenute in vita per un numero sufficiente di anni, ma unicamente nel caso in cui per queste sezioni siano disponibili gli idrogrammi di piena in forma digitalizzata.

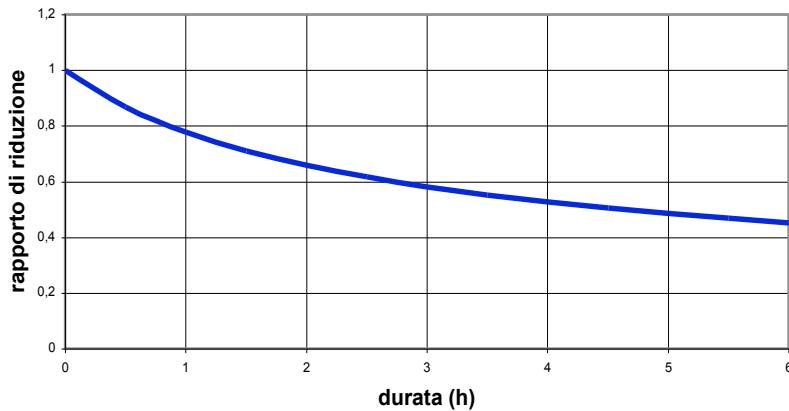


Figura 2 Andamento qualitativo di una curva di riduzione dei colmi.

Come è noto, solo occasionalmente e nella sezione F degli Annali idrologici, il Servizio Idrografico Italiano ha pubblicato idrogrammi di piena (v. Fig.3). Quando si hanno a disposizione, per la disponibilità dei tecnici del SIMN, le strisce idrometrografiche originali (v. Fig. 4), per determinare gli estremi annuo dei volumi orari è richiesta la sistematica applicazione delle relazioni livello-portata (scale di deflusso). Per tale impiego, l'uso delle scale di deflusso è particolarmente delicato, in quanto si tratta di utilizzarle in un campo di valori usualmente molto lontano dalle portate in base alle quali esse sono state tarate.

Specifici progetti hanno consentito in un discreto numero di sezioni idrometriche italiane la ricostruzione dei più importanti idrogrammi ($Q(t)$) di piena in diversi anni di osservazione. Va considerato che – analogamente a quanto accade per le piogge brevi – non è sufficiente considerare il solo evento contenente il massimo istantaneo, ma prudenzialmente dovrebbero essere analizzati almeno i 3-4 più significativi eventi dell'anno, onde accertarsi se estremi di durate differenti non appartengano ad eventi di piena distinti.

Determinazione della CRCP da dati osservati

In presenza di dati, la curva di riduzione dei colmi si costruisce come segue: all'interno di un generico anno di osservazioni idrometriche continue (ma, in pratica, con riferimento ai 3-4 idrogrammi più importanti) si fa scorrere una finestra temporale di lunghezza prefissata D e si sceglie la posizione temporale t che fornisce la massima portata media all'interno di tale finestra. Si ripete questa operazione per tutti gli anni per cui si hanno le misure e per diversi valori della durata D ; in questo modo è possibile determinare una tabella simile a quella mostrata in Tab. 1. Per ciascuna durata può essere anche calcolata la posizione r del picco, definita come la frazione r della finestra temporale che precede il picco (rD) e l'intera durata considerata (D) (v. es. Maione et al, 2006).

La curva di riduzione empirica così calcolata (Fig. 5) può essere utilizzata per validare la stima del tempo critico (tempo di ritardo) del bacino (v. es. Miotto et al, 2006).

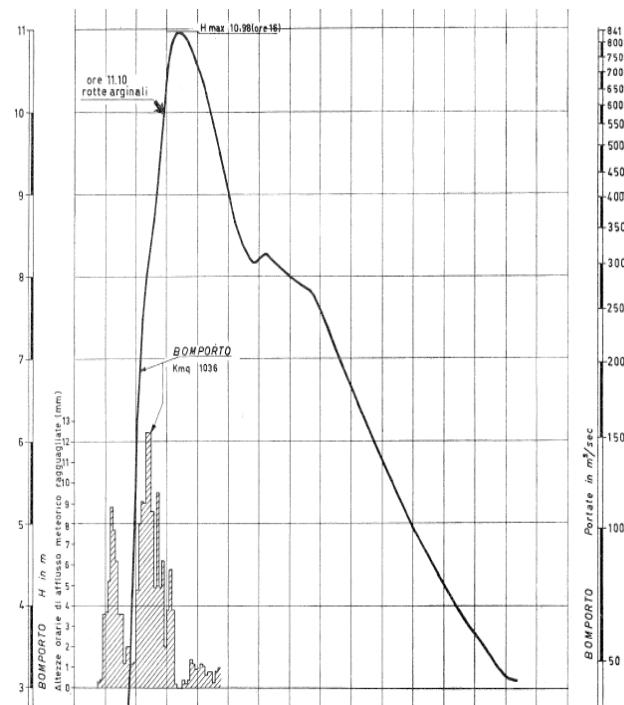


Figura 3. Idrogramma pubblicato su Sezione F annali Idrologici (Panaro a Bomporto).

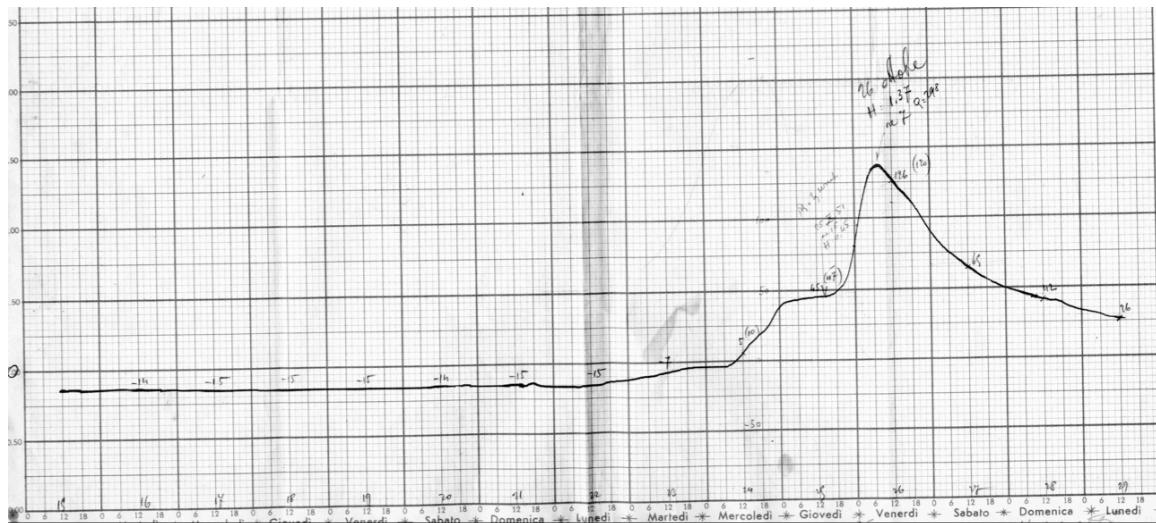


Figura 4. Striscia idrometrografica originale (Po Meirano). Fonte: ARPA Piemonte

Tabella B.1 – Curva di riduzione empirica per il bacino della Stura di Lanzo chiuso a Lanzo (Villani, 2001).

| Anno | Qc | Q(1) | Q(2) | Q(3) | Q(4) | Q(5) | Q(6) | Q(9) | Q(12) | Q(18) | Q(24) | Q(48) |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1947 | 1598.3 | 1564.2 | 1440.9 | 1395.7 | 1305.0 | 1235.4 | 1155.3 | 963.5 | 818.4 | 635.2 | 521.2 | 305.9 |
| 1949 | 702.2 | 701.4 | 694.3 | 690.9 | 686.0 | 682.0 | 677.5 | 664.8 | 652.6 | 622.4 | 588.0 | 470.8 |
| 1950 | 125.8 | 123.5 | 117.6 | 111.8 | 106.0 | 101.5 | 97.5 | 85.3 | 76.3 | 63.8 | 56.0 | 40.7 |
| 1951 | 567.1 | 522.7 | 480.2 | 449.5 | 416.7 | 393.0 | 368.1 | 314.7 | 279.1 | 290.1 | 272.5 | 198.1 |
| 1952 | 145.1 | 143.5 | 136.7 | 135.4 | 135.2 | 133.5 | 131.9 | 123.7 | 114.9 | 98.4 | 86.4 | 72.6 |
| 1953 | 559.3 | 518.5 | 466.3 | 461.6 | 451.3 | 443.8 | 431.3 | 434.2 | 400.4 | 332.4 | 283.8 | 186.0 |
| 1954 | 188.7 | 168.4 | 162.2 | 148.7 | 137.3 | 131.0 | 129.4 | 120.5 | 109.3 | 90.0 | 76.4 | 44.9 |
| 1955 | 194.5 | 179.9 | 174.6 | 163.3 | 152.8 | 146.2 | 139.5 | 121.6 | 108.2 | 91.4 | 84.6 | 70.5 |
| 1956 | 574.9 | 509.9 | 486.7 | 456.0 | 436.8 | 413.7 | 390.6 | 336.7 | 310.6 | 271.8 | 233.4 | 150.1 |
| 1957 | 860.6 | 724.2 | 699.0 | 686.6 | 668.4 | 643.5 | 622.6 | 553.0 | 499.1 | 421.8 | 372.7 | 330.6 |
| 1958 | 194.5 | 188.7 | 174.0 | 167.8 | 162.5 | 157.1 | 152.6 | 141.7 | 131.9 | 116.1 | 101.3 | 64.0 |
| 1959 | 327.5 | 309.1 | 289.1 | 286.6 | 282.2 | 269.3 | 260.6 | 229.2 | 199.3 | 160.1 | 158.4 | 141.3 |
| 1960 | 520.4 | 503.1 | 462.6 | 440.7 | 414.5 | 387.7 | 367.7 | 319.5 | 293.7 | 253.8 | 226.7 | 209.5 |
| 1961 | 416.4 | 392.7 | 367.5 | 337.1 | 320.9 | 304.8 | 288.9 | 258.0 | 249.6 | 214.8 | 190.3 | 136.7 |
| 1962 | 1371.0 | 1273.2 | 1197.5 | 1088.4 | 982.8 | 906.6 | 848.4 | 723.0 | 630.1 | 510.4 | 444.8 | 305.3 |
| 1963 | 296.9 | 247.6 | 222.5 | 206.0 | 192.0 | 180.8 | 172.2 | 153.9 | 141.8 | 131.7 | 128.8 | 118.6 |
| 1964 | 497.3 | 406.9 | 374.0 | 350.1 | 330.5 | 315.5 | 302.3 | 268.1 | 244.3 | 212.0 | 190.6 | 147.6 |
| 1965 | 574.9 | 512.1 | 430.9 | 365.0 | 318.1 | 287.0 | 263.1 | 232.5 | 220.9 | 192.9 | 170.0 | 126.3 |
| 1966 | 437.4 | 426.8 | 421.4 | 410.5 | 403.9 | 396.7 | 380.0 | 351.9 | 322.2 | 278.3 | 245.5 | 233.0 |
| 1967 | 296.9 | 196.6 | 185.7 | 170.5 | 157.7 | 146.5 | 137.2 | 116.8 | 103.4 | 86.1 | 74.8 | 54.8 |
| 1968 | 516.5 | 460.0 | 428.3 | 397.6 | 379.7 | 369.1 | 367.4 | 363.1 | 359.8 | 340.1 | 323.9 | 242.2 |
| 1969 | 507.5 | 469.4 | 421.8 | 391.0 | 374.5 | 356.4 | 338.0 | 301.1 | 272.9 | 235.3 | 210.9 | 164.3 |
| 1970 | 346.0 | 294.0 | 285.5 | 274.0 | 259.8 | 250.2 | 239.5 | 209.7 | 190.3 | 166.4 | 142.9 | 89.5 |
| 1971 | 370.2 | 358.4 | 332.7 | 311.3 | 291.1 | 273.0 | 253.6 | 217.8 | 195.2 | 157.5 | 132.8 | 83.8 |
| 1972 | 467.0 | 450.2 | 401.7 | 366.4 | 343.9 | 326.2 | 308.0 | 267.3 | 259.4 | 232.7 | 213.7 | 152.1 |
| 1973 | 572.2 | 467.4 | 446.4 | 396.5 | 364.5 | 333.9 | 309.7 | 261.2 | 221.4 | 175.6 | 144.0 | 89.6 |
| 1974 | 159.9 | 153.5 | 145.5 | 137.0 | 131.4 | 125.3 | 119.0 | 115.7 | 110.6 | 103.2 | 96.3 | 74.9 |
| 1975 | 289.5 | 273.1 | 241.6 | 207.8 | 189.9 | 172.2 | 157.2 | 125.5 | 106.1 | 85.3 | 75.5 | 48.8 |
| 1976 | 596.5 | 509.2 | 471.1 | 442.2 | 415.1 | 393.6 | 387.6 | 378.1 | 357.6 | 327.3 | 302.6 | 270.8 |
| 1977 | 928.3 | 751.2 | 736.2 | 691.3 | 656.3 | 632.6 | 601.9 | 531.1 | 470.0 | 404.1 | 362.2 | 320.0 |

Tabella 1. Valori dei massimi annui relativi a volumi translati in durate comprese tra 1 e 48 h. determinati a partire dalle osservazioni originali

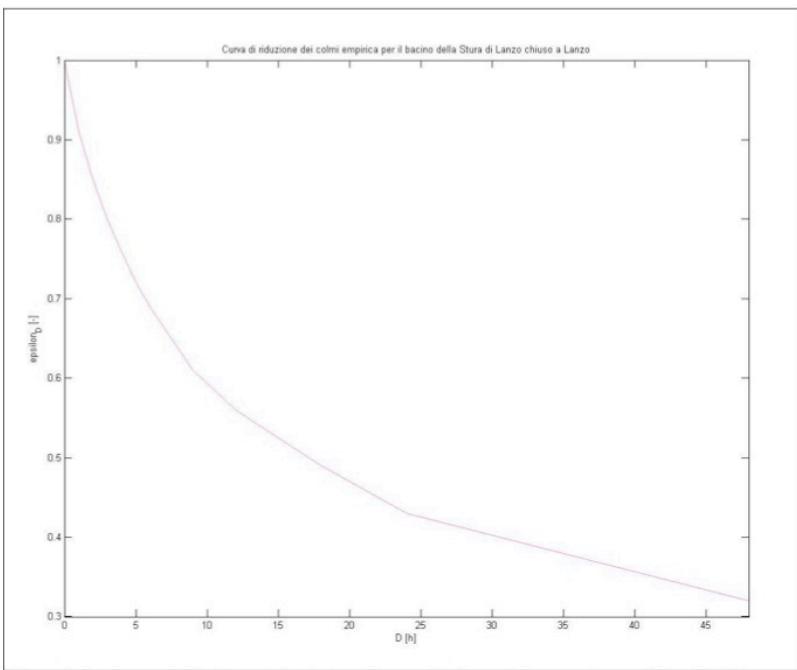


Figura B.1 – Curve di riduzione dei colmi empirica per la Stura di Lanzo a Lanzo (Villani, 2001).

Figura 5. Curva empirica di riduzione dei colmi di piena

Determinazione della CRCP con metodi concettuali

Per consentire un'applicazione in bacini non strumentati, alcuni autori hanno proposto formule in cui i vari parametri della curva di riduzione sono correlati direttamente alle caratteristiche geomorfoclimatiche del bacino, tipicamente il tempo di ritardo t_R e l'esponente delle curve di probabilità pluviometrica espresse con legge di potenza. La limitazione connessa a tale approccio deriva dalla scarsa disponibilità di studi che confermano le ipotesi inizialmente fatte. Nelle poche applicazioni disponibili si sono effettuate tarature specifiche per le regioni di interesse, rendendo incerto l'uso di queste relazioni in aree diverse. Ad esempio, applicare in bacini alpini relazioni ottenute in bacini appenninici comporta la necessità di appositi riscontri, data la diversa incidenza della componente di accumulo e scioglimento della neve.

Approcci apprezzabili sono quelli basati su un semplice modello, a base fisica, di trasformazione afflussi-deflussi, attraverso i quali, ove siano disponibili le curve

sperimentali, la rappresentazione delle curve di riduzione in funzione di t_R e di n costituisce uno strumento ulteriore per la valutazione diretta del tempo di ritardo.

Relazione NERC (1975)

La prima tra le relazioni qui considerate è quella proposta in NERC (1975),

$$\varepsilon_D = (1 + b \cdot D)^{-c}. \quad (4)$$

che nasce su base empirica, ma che può anche essere derivata concettualmente, come mostrato da Fiorentino (1985).

E' sufficiente infatti assumere che la portata Q_D e la portata istantanea massima al colmo Q vengano entrambe derivate dall'applicazione della formula razionale, secondo la quale:

$$\mu(Q) = \psi A I(t_c) / 3.6$$

con ψ = coefficiente di afflusso (adimensionale e compreso tra 0 ed 1), A = area del bacino in km^2 e $I(t_c)$ = valore indice del massimo annuo (in mm/h) dell'intensità media nell'intervallo t_c = tempo di corrievazione (ore). Più precisamente t_c corrisponde al tempo critico del bacino. Q_D può essere ragionevolmente determinata dall'applicazione della formula razionale ad una precipitazione di durata $t_c + D$. Ne risulta che, ricordando la relazione monomia $I(t_c + D) = a(t_c + D)^{n-1}$, la curva di riduzione del colmo di piena sarà pari a:

$$\begin{aligned} \varepsilon_D &= \frac{\mu(Q_D)}{\mu(Q)} = \frac{\psi A I(t_c + D) 3.6}{\psi A I(t_c) 3.6} = \frac{I(t_c + D)}{I(t_c)} \\ \varepsilon_D &= \frac{I(t_c + D)}{I(t_c)} = \frac{a(t_c + D)^{n-1}}{a(t_c)^{n-1}} = \left(\frac{t_c + D}{t_c} \right)^{n-1} = \left(1 + \frac{D}{t_c} \right)^{n-1} \end{aligned}$$

I due parametri b e c possono pertanto essere espressi in funzione di t_R ed n tramite le relazioni:

$$b = \frac{1}{2t_R} \quad c = 1 - n. \quad (5)$$

dove si assume t_c pari a due volte il tempo di ritardo (Silvagni, 1984).

Applicata su piccoli bacini, tipici di zone urbane, la formula del NERC mantiene la stessa formulazione, ma è utile riferirne i parametri a curve di possibilità pluviometriche di tipo iperbolico:

$$I_D = \frac{I_0}{(1+B \cdot D)^C} \quad (6)$$

Utilizzando queste relazioni Fiorentino (1985) ottiene pertanto [*da verificare*]:

$$c = C \quad b = \frac{0.5 \cdot B}{(1 + B \cdot t_R)} \quad (7)$$

con t_R tempo di ritardo.

Relazione FIORENTINO(1985)

Una seconda formulazione della curva di riduzione è

$$\varepsilon_D = \left(\frac{k}{D} \right) \left[1 - e^{-\frac{D}{k}} \right], \quad (8)$$

proposta ancora da Fiorentino (1985) ed ottenuta in base all'ipotesi che la forma dell'onda di piena sia invariabilmente di tipo esponenziale decrescente. Essa presenta il vantaggio di essere monoparametrica, garantendo una più semplice gestione sia nella fase di taratura nei siti in cui sono disponibili dati, che nella fase di regionalizzazione. Anche in questo caso, il parametro k risulta legato all'esponente n della curva di possibilità pluviometrica ed al tempo di ritardo t_R . E' suggerito di usare l'espressione:

$$k = 1.027 \cdot t_R \cdot e^{2.277 \cdot n} \quad (9)$$

ottenuta minimizzando la somma dei quadrati degli scarti tra la curva (4), presa come riferimento, e la (8), così come richiamato da Fiorentino e Margiotta (1997).

Per la stima di ε_D in assenza di dati, ci si può pertanto riferire all'ampia letteratura relativa alla stima di t_R e di n , in funzione anche di parametri geomorfoclimatici, con relazioni già eventualmente ottimizzate per tener conto delle peculiarità di ogni macroregione. Ad esempio, in ambito italiano ci si può basare sugli studi di regionalizzazione delle precipitazioni per ottenere una stima di n , (v. es. AdBPO, PAI, 2000) mentre per la valutazione di t_R ci si può riferire a Bocchiola e al. (2003) per una recente rassegna. In particolare, gli autori appena citati suggeriscono la relazione:

$$t_R = 0.26 \cdot L^{0.82} \cdot i_v^{0.82} \cdot (1 + S)^{0.13}$$

con: L =lunghezza dell'asta principale (km), i_v = pendenza media dei versanti [%], e

S = massima capacità di ritenzione idrica media del bacino, valutata tramite l'espressione
 $S = 254$ (100/CN-1).

Taratura dei parametri in base ai valori degli estremi giornalieri

La valutazione di ε_D si ottiene mediante una rappresentazione analitica della curva di riduzione in funzione di uno o più parametri, da tarare in base ai dati misurati.

In assenza di idrogrammi di piena, ci si può utilizzare l'informazione contenuta nel valore pubblicato del massimo annuo della portata media giornaliera (Tabella 5 degli Annali Idrologici Parte II). In base a questa informazione, considerando la forma (2) della CRCP, se ne possono stimare i parametri in base a due semplici assunzioni. La prima è che sia noto il valore dell'esponente c in base alla conoscenza del coefficiente n della curva di probabilità pluviometrica areale del bacino. La seconda consiste nel considerare simili i valori di Q_g (calcolata come media dei valori misurati sempre entro le 12 del dato giorno) e di Q_{24} (misurati in una generica finestra di 24 ore).

Utilizzando la relazione (4) con riferimento alla durata di 24 ore, si avrà:

$$\varepsilon_{24} = (1 + b \cdot 24)^{-c} = \frac{\mu(Q_g)}{\mu(Q)}$$

Essendo ε_{24} un valore noto, si potrà ottenere il parametro b dalla relazione:

$$b = \frac{(\varepsilon_{24})^{n-1} - 1}{24}$$

Relazione Bacchi – Brath (1990)

Basandosi sulle proprietà degli attraversamenti di un valore soglia da parte del processo stocastico stazionario delle portate, Bacchi e Brath (1990) hanno dimostrato che la curva di riduzione dei colmi può essere ricondotta alla radice quadrata della funzione $\Gamma(D)$ di varianza dei deflussi dove si pone:

$$\Gamma(D) = \frac{\sigma_D^2}{\sigma^2} \quad (10)$$

data dal rapporto fra la varianza delle portate medie di durata D e quella delle portate istantanee L'espressione di $\Gamma(D)$ è poi sviluppata con l'uso di una funzione di autocorrelazione di tipo markoviano. determinano ε_D come

$$\varepsilon_D = \sqrt{\frac{\theta}{2D} \cdot \left[2 + e^{\frac{-4D}{\theta}} - \frac{3\theta}{4D} \cdot \left(1 - e^{\frac{-4D}{\theta}} \right) \right]} \quad (11)$$

che ha θ come unico parametro. Esso ha dimensione di un tempo ed è a sua volta legato al tempo di ritardo del bacino, ad esempio con la relazione:

$$\theta = 0.985 \cdot t_R, \quad (12)$$

proposta da Brath et al. (1994) per bacini dell'Italia meridionale.

Successivamente, è stata proposta la relazione:

$$\theta = \frac{\alpha L_m^\beta}{\sqrt{\Delta H}} \quad (13)$$

dove θ è espressa in ore, la lunghezza L_m dell'asta principale in chilometri ed il dislivello medio del bacino rispetto alla sezione di chiusura, ΔH , in metri. I valori dei coefficienti sono: $\alpha=0,283$ $\beta=1,66$

Il pregio di questa relazione è che contempla in sé la possibilità di esprimere la relazione (3) con una curva dotata di flesso.

COSTRUZIONE DI IDROGRAMMI DI PIENA “DI PROGETTO”

Metodo indiretto

La ricostruzione dell'idrogramma mediante un procedimento indiretto è quella di gran lunga più utilizzata, quando risulta impossibile identificare affidabilmente la curva di riduzione dei colmi di piena. È basata sull'applicazione di metodi di trasformazione afflussi-deflussi rispetto ai quali particolare attenzione viene posta sul tipo di ietogramma da utilizzare (si veda Alfieri et al., 2008)

Metodo diretto

La ricostruzione dell'idrogramma mediante un procedimento diretto si basa sull'identificazione della curva di riduzione dei colmi di piena per il bacino in esame. Il

procedimento consiste nella costruzione di una sequenza di portate che rispetti la relazione fra volumi di piena e intervallo di durata, imposta con la curva di riduzione.

A partire da questa curva si possono ricavare idrogrammi di forma qualsiasi, consistenti con la distribuzione dei volumi, imponendo che il massimo volume sotteso dall'idrogramma per ogni intervallo di durata D sia pari a quello individuato dalla curva di riduzione, moltiplicata per la portata al colmo istantanea. La forma dell'onda non è ininfluente rispetto alla distribuzione dei volumi sottesi. E' possibile definire un andamento dell'idrogramma in forma analitica prefigurando la posizione del picco in relazione alla durata dell'evento. Le soluzioni di seguito proposte partono dalla configurazione con picco iniziale, direttamente ricavabili dalle curve di riduzione (4) ed (8).

Idrogramma asimmetrico (monotono decrescente)

L'espressione che definisce la portata media massima Q_{DT} di durata D riferita ad un idrogramma qualsiasi $Q_e(t)$, per come sono definite le curve di riduzione dei colmi di piena, è data da:

$$Q_{DT} = \max_{0 \leq t \leq \tau-D} \left(\frac{1}{D} \int_t^{t+D} Q_e(\tau) d\tau \right) = Q_T \cdot \varepsilon_D \quad (14)$$

Per un idrogramma monotono decrescente, con picco all'istante iniziale $t=0$ e durata complessiva D , si ha

$$Q_{DT} = \frac{1}{D} \int_0^D Q_e(\tau) d\tau = Q_T \cdot \varepsilon_D , \quad (15)$$

che individua un volume pari a

$$V_{DT} = \int_0^D Q_e(\tau) d\tau = D \cdot Q_T \cdot \varepsilon_D . \quad (16)$$

Equiparando il generico tempo t alla durata D , se ne ha un vincolo sulla forma di Q_e e si ricava l'espressione dell'idrogramma entrante $Q_e(t)$ derivando la relazione che descrive il volume. Si ha così

$$Q_{e,T}(t) = \frac{d}{dt} (t \cdot Q_T \cdot \varepsilon_t) \quad (17)$$

da cui si ottiene

$$Q_{e,T}(t) = Q_T \cdot \varepsilon_t + t \cdot Q_T \cdot \frac{d\varepsilon_t}{dt} \quad (18)$$

Idrogramma a due rami

Per costruire l'idrogramma simmetrico a cui si è accennato in precedenza si impone che lo stesso volume sotteso dall'idrogramma monotono decrescente per durata D venga ora distribuito su due rami simmetrici attorno all'origine ponendo

$$\int_0^D Q_e(\tau) d\tau = \int_{-\frac{D}{2}}^{+\frac{D}{2}} Q_e(\tau) d\tau. \quad (19)$$

Si ottiene quindi

$$\int_{-\frac{D}{2}}^{+\frac{D}{2}} Q_{e,T}(\tau) d\tau = D \cdot Q_T \cdot \varepsilon_D, \quad (20)$$

da cui si ha, per le proprietà di simmetria dell'idrogramma atteso $Q_{e,T}(t)$,

$$2 \cdot \int_0^{\frac{D}{2}} Q_{e,T}(\tau) d\tau = D \cdot Q_T \cdot \varepsilon_D. \quad (21)$$

Infine si ottiene

$$\int_0^{\frac{D}{2}} Q_{e,T}(\tau) d\tau = \frac{D}{2} \cdot Q_T \cdot \varepsilon_D. \quad (22)$$

Ponendo quindi $\frac{D}{2} = t$ e tenendo conto del differenziale $dD = 2dt$ si ricava

l'espressione generale dell'idrogramma

$$Q_e(t) = Q_T \cdot \varepsilon_{2t} + 2t \cdot Q_T \cdot \frac{d\varepsilon_{2t}}{2 \cdot dt}, \quad (23)$$

all'interno della quale è valutata la relazione esprimente il rapporto di riduzione.

L'idrogramma NERC

Considerato il caso particolare della curva di riduzione posta nella forma NERC (1975), indicata con l'equazione (4), ci si propone di ricavare l'espressione degli idrogrammi monotono decrescente e simmetrico in forma analitica e di rappresentarne l'andamento.

L'espressione dell'idrogramma monotono è quindi, ricordando la relazione (18) ricavata in precedenza ed adimensionalizzata rispetto alla portata al colmo,

$$\frac{Q_{e,T}(t)}{Q_T} = \varepsilon_t + t \cdot \frac{d\varepsilon_t}{dt}. \quad (24)$$

Poiché il termine derivato rispetto al tempo vale

$$\frac{d\varepsilon_t}{dt} = -c \cdot b \cdot (1 + b \cdot t)^{-c-1}, \quad (25)$$

si ottiene l'idrogramma adimensionale come

$$\frac{Q_{e,T}(t)}{Q_T} = (1 + b \cdot t)^{-c} - c \cdot b \cdot t \cdot (1 + b \cdot t)^{-c-1}. \quad (26)$$

Per il calcolo dell'idrogramma simmetrico a due rami si ha dalla (23)

$$\frac{Q_{e,T}(t)}{Q_T} = \varepsilon_{2t} + 2t \cdot \frac{d\varepsilon_{2t}}{2 \cdot dt}, \quad (27)$$

nella quale il termine derivato è:

$$\frac{d\varepsilon_{2t}}{2 \cdot dt} = -c \cdot 2b \cdot (1 + b \cdot 2t)^{-c-1},$$

e la forma dell'idrogramma, tenuto conto del ramo simmetrico per t negativi mediante l'introduzione del valore assoluto del tempo, è infine

$$\frac{Q_{e,T}(t)}{Q_T} = (1 + b \cdot 2|t|)^{-c} - c \cdot b \cdot 2|t| \cdot (1 + b \cdot 2|t|)^{-c-1}. \quad (28)$$

L'andamento qualitativo degli idrogrammi è riportato in Figura 6. Si evidenzia come le due curve sottendano lo stesso volume per pari intervalli di durata, se (per la simmetrica) centrate nel picco. In altri termini, per assegnata durata D , le curve forniscono lo stesso volume massimo sotteso da un intervallo di D ore.

Idrogramma basato sulla CRCP di Fiorentino (1985)

La procedura indicata è applicata anche alla curva di riduzione proposta da Fiorentino (1985). Partendo dalla relazione (18) adimensionalizzata rispetto alla portata al colmo, e tenendo conto che il rapporto di riduzione, così come proposto da Fiorentino (1985), una volta derivato rispetto al tempo fornisce la relazione

$$\frac{d\varepsilon_t}{dt} = -\frac{k}{t^2} \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{k}\right) \right] + \frac{k}{t} \cdot \left[\frac{1}{k} \cdot \exp\left(-\frac{t}{k}\right) \right], \quad (29)$$

si ottiene l'idrogramma adimensionale in forma monotona come

$$\frac{Q_{e,T}(t)}{Q_T} = \exp\left(-\frac{t}{k}\right). \quad (30)$$

Per il calcolo dell'idrogramma simmetrico a due rami si ha dalla (23)

$$\frac{Q_{e,T}(t)}{Q_T} = \varepsilon_{2t} + 2t \cdot \frac{d\varepsilon_{2t}}{2 \cdot dt}, \quad (31)$$

nella quale il termine derivato è:

$$\frac{d\varepsilon_{2t}}{dt} = -\frac{k}{2 \cdot t^2} \cdot \exp\left(-\frac{2 \cdot t}{k}\right) + \frac{1}{t} \cdot \exp\left(-\frac{2 \cdot t}{k}\right) - \frac{k}{2 \cdot t^2}, \quad (32)$$

che sostituito nella (31) fornisce l'idrogramma a due rami cercato:

$$\frac{Q_{e,T}(t)}{Q_T} = \exp\left(-\frac{2 \cdot |t|}{k}\right), \quad (33)$$

L'andamento qualitativo degli idrogrammi è riportato in Figura 7.

BIBLIOGRAFIA

- Alfieri L., Laio F., Claps P., A simulation experiment for optimal design hyetograph selection, *Hydrological Processes* 22(6): 813-820, 2008, ISSN: 0885-6087. DOI:10.1002/HYP.6646, 2008
[<http://www.idrologia.polito.it/~claps/Papers/AlfieriHP.pdf>]
- Bacchi, B., e A. Brath. Stima delle leggi di attenuazione delle massime portate in assegnata durata. *L'Energia Elettrica*, n.67(4), 157-170, 1990.
- Bacchi, B., M. Franchini, G. Galeati, e R. Ranzi. Parametrizzazione e regionalizzazione della curva di riduzione dei massimi annuali delle portate medie su assegnata durata. In *Atti del XXVII Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche*, vol. 2, 129-136, 2000.
- Bocchiola, D., C. De Michele, S. Pecora, e R. Rosso. Sul tempo di risposta dei bacini idrografici italiani. *L'Acqua*, n.1, 45-55, 2003.
- Brath, A., M. Fiorentino, e P. Villani. Valutazione dei volumi di piena a frequenza assegnata. In V. Copertino e M. Fiorentino, (a cura di), *Valutazione delle piene in Puglia*, GNDI-CNR, 1994.
- De Michele, C., G. Salvadori, M. Canossi, A. Petaccia, R. Rosso, "Bivariate statistical approach to check adequacy of dam spillway", *Journal of Hydrologic Engineering* (2005), 10(1), 50-57.
- Fiorentino M. La valutazione dei volumi di piena nelle reti di drenaggio urbano. *Idrotecnica*, n.3, 141-152, 1985.
- Fiorentino M. e M. R. Margiotta. La valutazione dei volumi di piena e il calcolo semplificato dell'effetto di laminazione di grandi invasi. In G. Frega, (a cura di), *Tecniche per la difesa dall'inquinamento*, Ed. Bios, 203-222, 1997.
- Majone, U., P. Mignosa, M. Tomiotti. Applicazione del metodo dell'idrogramma sintetico ad alcuni casi di studio, XXX° Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche - IDRA 2006.

Majone, U., P. Mignosa, M. Tomirotti, "Synthetic Design Hydrographs for Flood-Control Reservoirs and Flood-Plain Management", Proceedings of the International Conference New Trends in Water and Environmental Engineering for Safety and Life:, Capri, July 3-7 2000, Balkema, Rotterdam, The Netherlands (2000a).

Majone, U., P. Mignosa, M. Tomirotti, "Sul calcolo del volume degli invasi di laminazione", L'Acqua, (5), pp. 19-28. 2000b

Miotto F., Laio F., Claps P., Sulla valutazione indiretta delle curve di riduzione dei colmi di piena, Atti del XXIX Conv. di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Trento, 2004, vol.2, 471-478, BIOS (Cosenza), 2004.

Natural Environmental Research Council (NERC). Estimation of flood volumes over different duration. In *Flood Studies Report*, vol. I, 352-373, London, 1975.

Silvagni, G. *Valutazione dei massimi deflussi di piena*. Pubblicazione n.489 dell'Istituto di Idraulica. Università di Napoli, 1984.

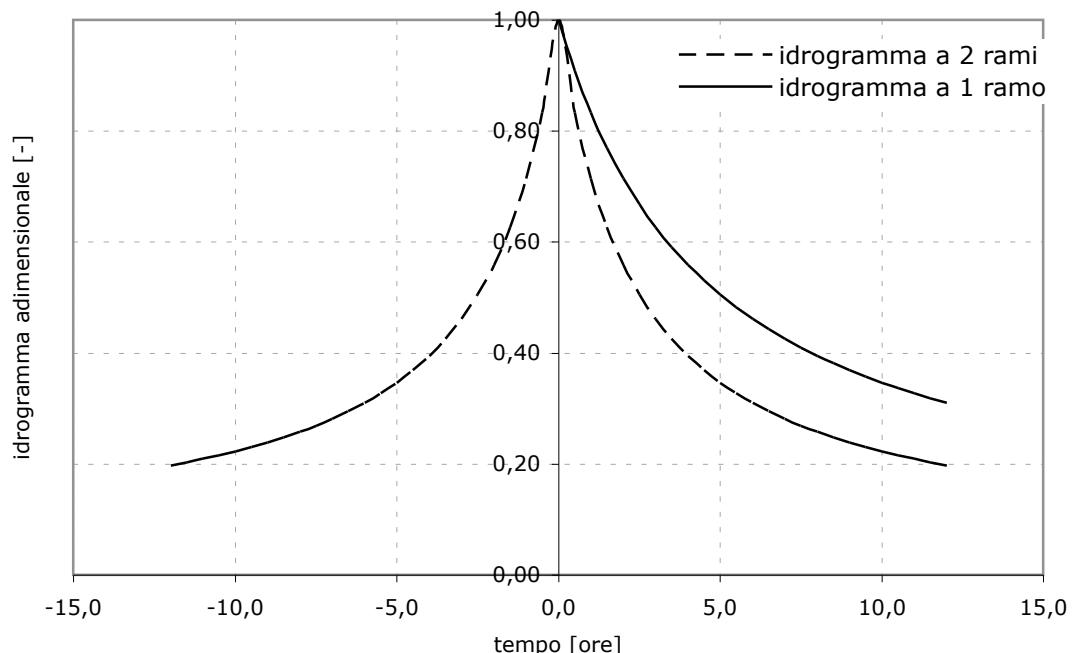


Figura 6. Idrogrammi adimensionali per curva di riduzione di tipo NERC. Con la linea tratteggiata si è rappresentato l'idrogramma simmetrico; con la linea continua il corrispondente idrogramma monotono.

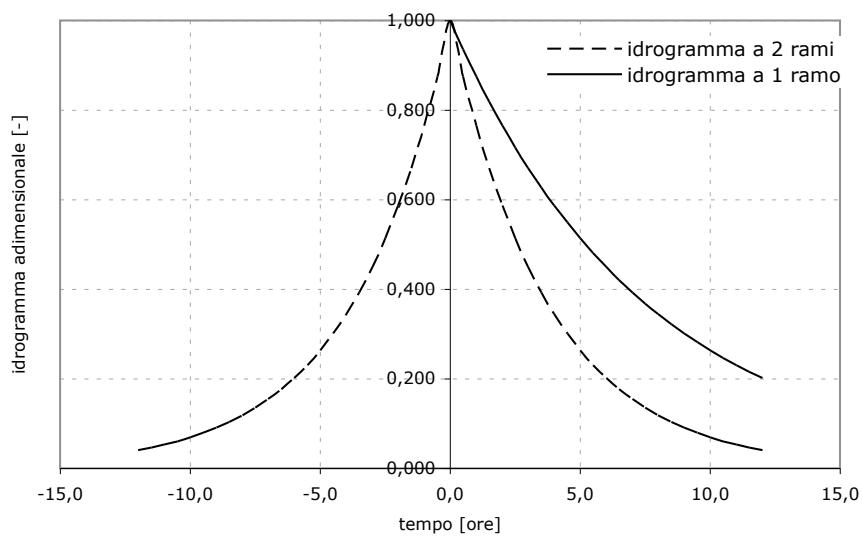


Figura 7. Idrogrammi adimensionali per curva di riduzione di tipo Fiorentino (1985).