

Politecnico di Torino

**Esercitazioni di
Protezione idraulica del territorio**

a.a. 2012-2013

ESERCITAZIONE 1

VALUTAZIONE DELLA RARITÀ

DI UN EVENTO

PLUVIOMETRICO ECCEZIONALE

1. Determinazione del periodo di ritorno

L'obiettivo dell'esercitazione è il calcolo del tempo di ritorno di un evento considerato eccezionale, con valori di 554mm/8h, che ha colpito la zona circostante alla cittadina di Molare (AL) il 13 Agosto 1935.

La stazione di riferimento con i vari dati è quella di Lavagnina.

Metodo PAI

Il primo metodo di analisi utilizzato è quello del PAI (Piano stralcio per l'Assetto Idrogeologico), nel quale la previsione quantitativa delle piogge intense in un determinato punto è effettuata attraverso la determinazione della curva di probabilità pluviometrica, con la seguente legge:

$$h(d) = a_T d^{n_T}$$

Individuata la coordinata della stazione di riferimento il metodo assegna determinati valori dei parametri a e n per diversi tempi di ritorno.

T 20		T 100		T 200		T 500	
a	n	a	n	a	n	a	n
58,51	0,481	74,27	0,491	80,93	0,494	89,79	0,497

Da questi dati applicando l'equazione vista in precedenza si ottiene il severity diagram, dove è stato riportato anche il valore estremo per durata 8 h.

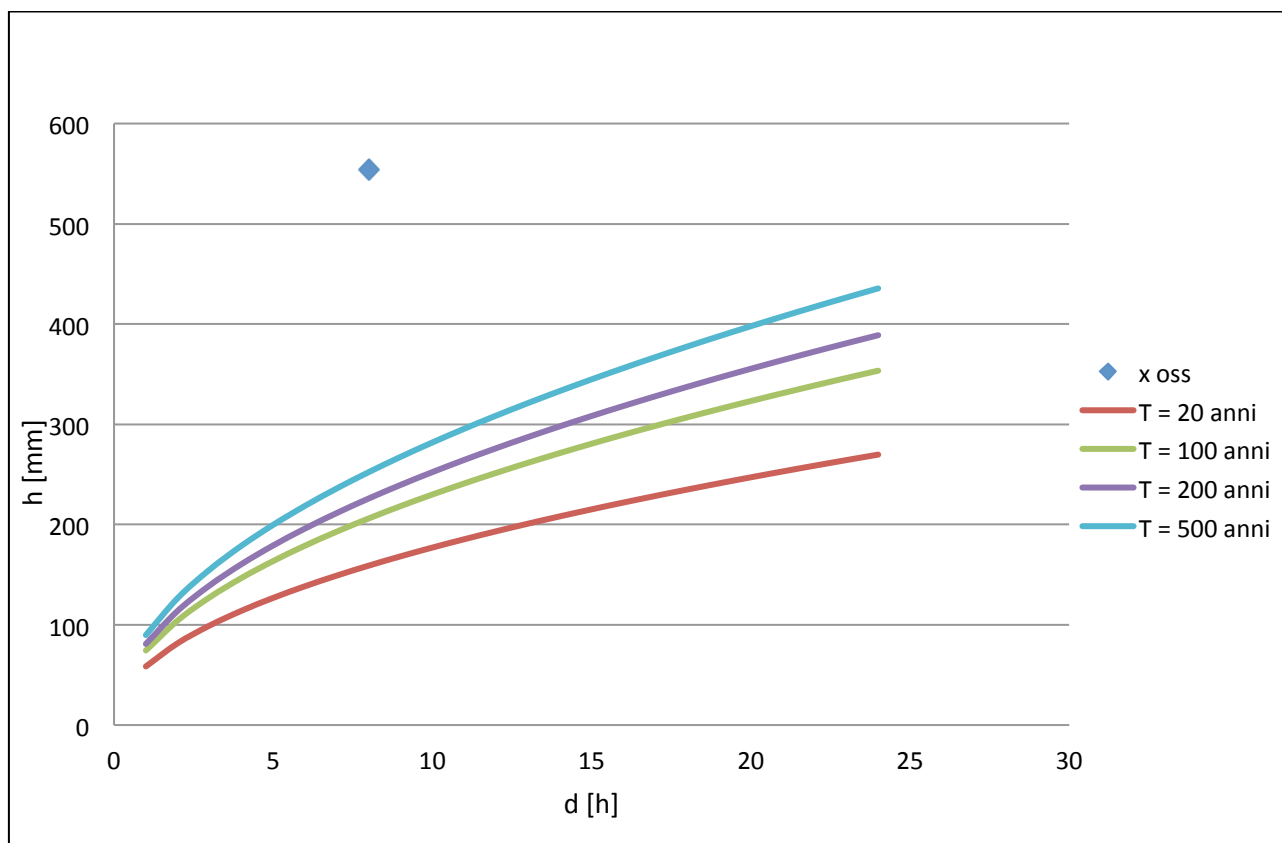


Figura 1.1. Severity diagram

Passando poi ad una rappresentazione logaritmica il grafico risulta essere il seguente.

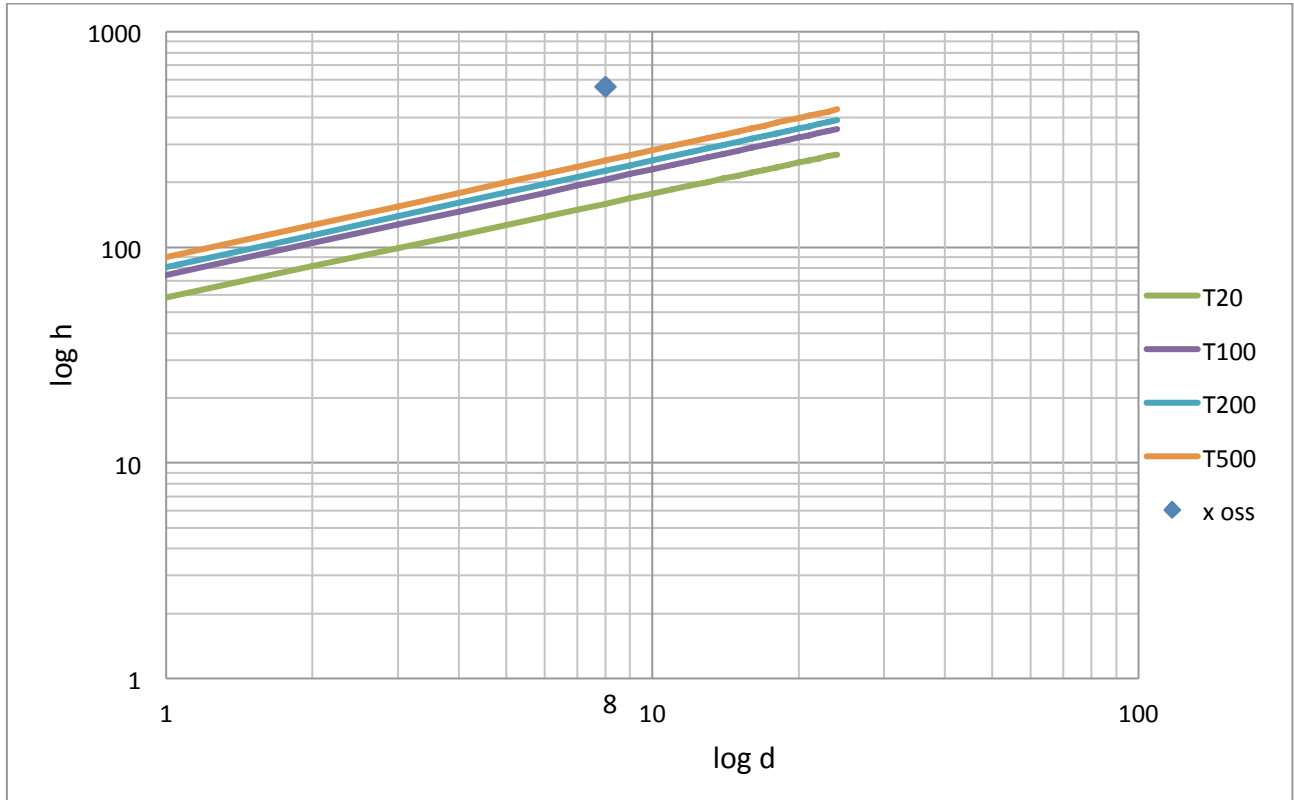


Figura 1.2. Severity diagram in forma bi-logaritmica.

Analizzando questo primo grafico, si può vedere come il dato eccezionale delle 8 h si colloca in una situazione con tempo di ritorno T maggiore di 500 anni.

Nello specifico, per il calcolo del tempo di ritorno del valore osservato si è proceduto utilizzando la seguente legge:

$$h_{d,T} = ad^n K(T)$$

Dove il valore di n è stato ricavato facendo la media dei valori per diversi tempi di ritorno, mentre il parametro a è stato ricavato mediante il calcolo dei parametri θ_1 θ_2 , ipotizzando che il metodo PAI utilizzi una distribuzione Gumbel.

Nello specifico si è risolto il seguente sistema:

$$\begin{aligned} y_{1,500} &= \frac{1}{\theta_2} (x_{1,500} - \theta_1) \\ y_{1,20} &= \frac{1}{\theta_2} (x_{1,20} - \theta_1) \end{aligned}$$

Dove $y_{1,500}$ e $y_{1,20}$ sono le variabili ridotte per diversi tempi di ritorno e $x_{1,500}$ e $x_{1,20}$ sono i dati osservati. I dati sono tutti riferiti alla durata 1 h e attraverso questi si riesce a determinare, come detto in precedenza il coefficiente a_m e n_m della curva di possibilità pluviometrica media.

Nello specifico:

$$a_m = 35.43$$

$$n_m = 0.49$$

Noti questi valori, si può passare quindi alla costruzione della una curva media e quindi al calcolo del valore medio di precipitazione per durata di 8h.

$$\bar{x}_d = a_m d^{n_m} = 98,31 \text{ mm}$$

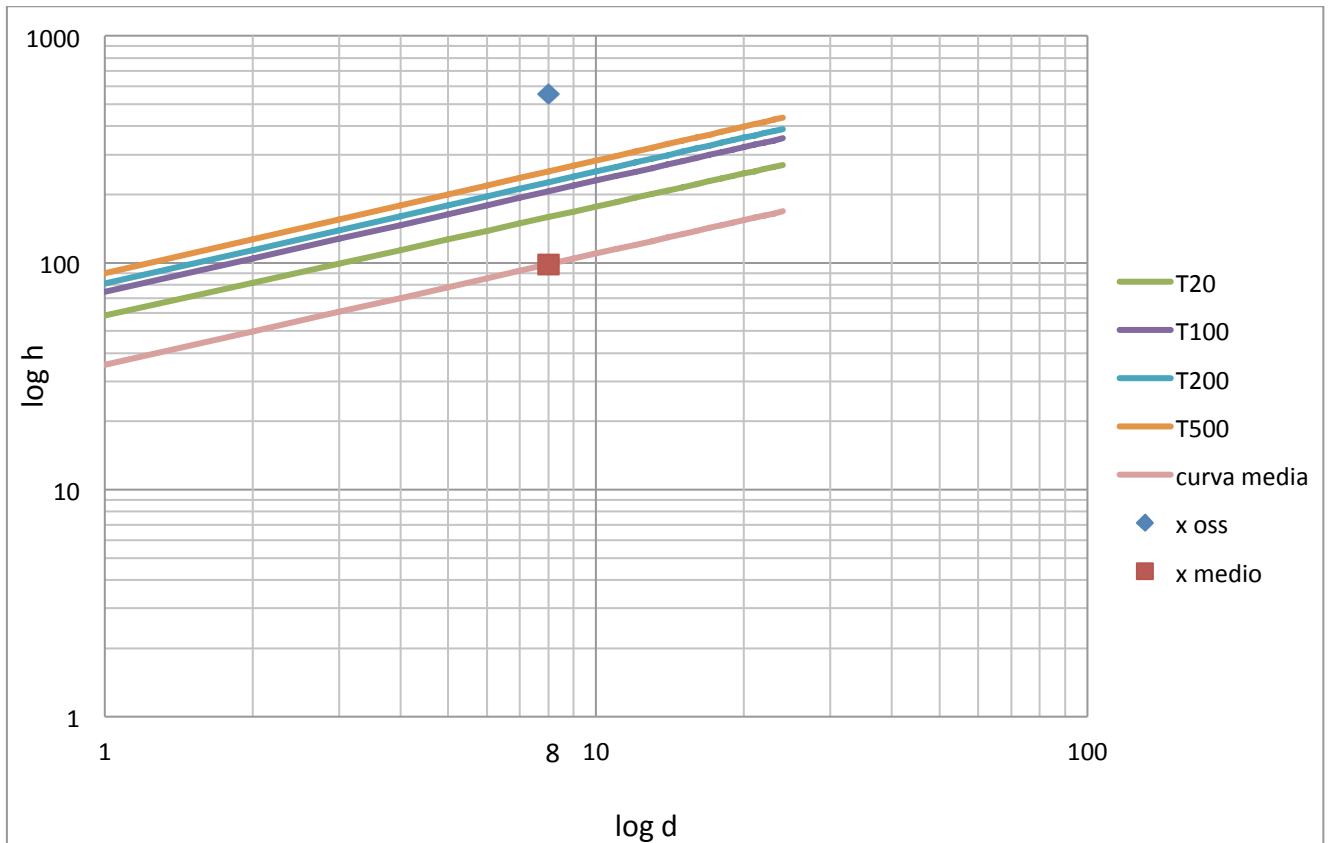


Figura 1.3.

Successivamente si calcola il valore del fattore di crescita della precipitazione osservata ($K_{T,oss}$) attraverso l'equazione:

$$h_{oss} = \bar{x}_d K_{T,oss}$$

Da cui risulta $K_{T,oss} = 5.64$

Quindi noto il valore di CV , pari a 0.34, ottenuto dal metodo dei momenti in base ai valori dei parametri, si riesce a determinare il tempo di ritorno per l'evento pluviometrico eccezionale di durata 8 h.

$$K_T = \left[1 - CV \left(0.45 + \frac{\sqrt{6}}{\pi} \ln \left[\ln \left(\frac{T}{T-1} \right) \right] \right) \right]$$

$T(d=8 \text{ h}) = 44.480.000$ anni.

Infine si procede al calcolo del test del massimo valore al fine di verificare l'appartenenza degli estremi pluviometrici ad una distribuzione di Gumbel, in modo da verificare l'attendibilità del tempo di ritorno calcolato precedentemente.

Nel caso in esame si è scelto di applicare il test alla serie con durata delle 12 h in quanto se non passa, risulta non passare anche quello per durata 8 h.

Per questo test si sfrutta un'importante proprietà, infatti se $F_{x(N)}(x)$ è una Gumbel, allora anche la distribuzione del massimo di un campione di N dati estratti da una Gumbel è ancora una Gumbel:

$$F_{X(N)} = [F_X(x)]^N$$

La distribuzione dei massimi avrà lo stesso θ_2 della distribuzione originaria, ma un θ_1 diverso dato dalla formula:

$$\theta_1^* = \theta_1 + \theta_2 \ln(N)$$

Scelto un livello di significatività del 5%, si è ottenuto il seguente grafico.

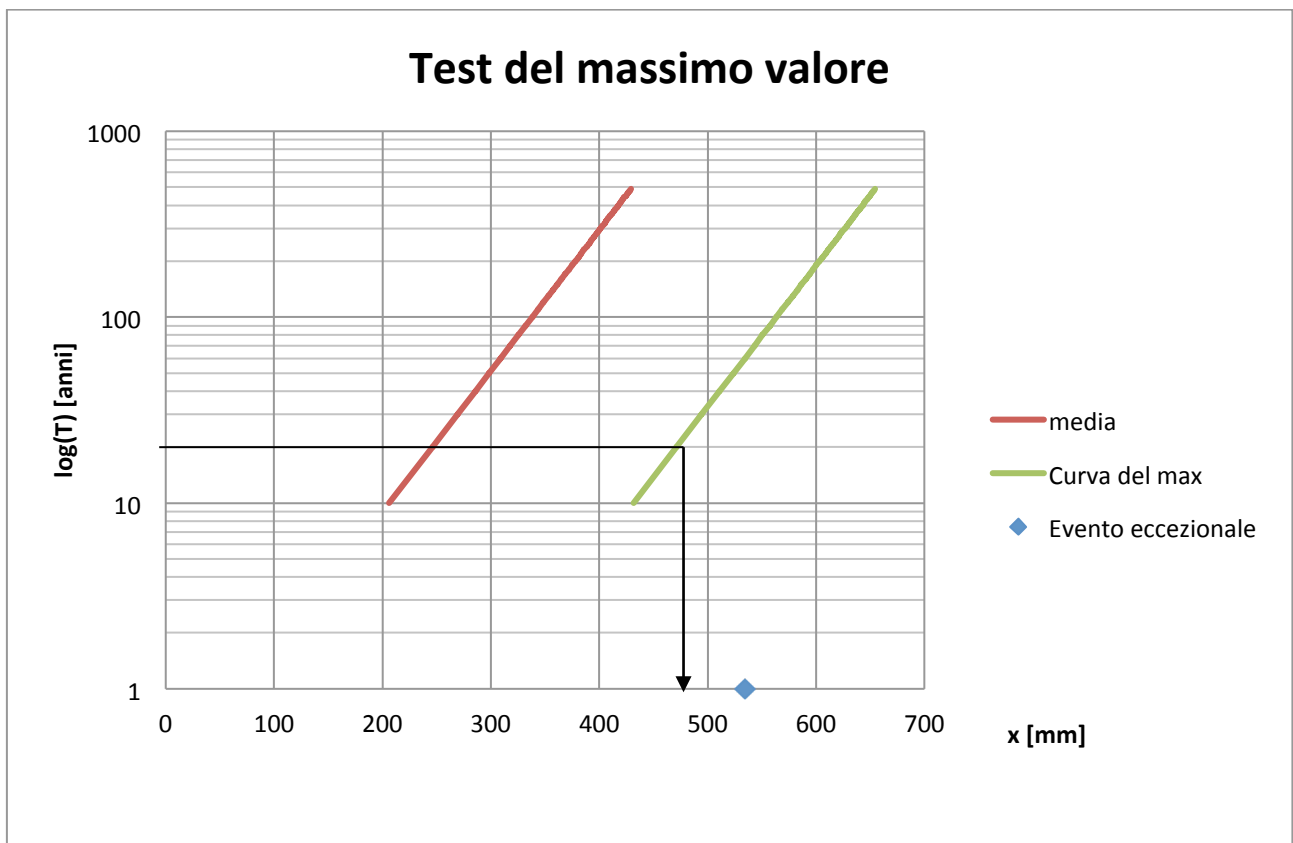


Figura 1.4. Test del massimo valore, considerando il valore massimo.

In cui risulta che il valore $x_{LIM}(471) < x_{OSS}(534)$, quindi il test non passa.

Successivamente si è ripetuto lo stesso procedimento, però non considerando nella serie il valore massimo, assumendo sempre un livello di significatività del 5% il grafico che si ricava è il seguente.

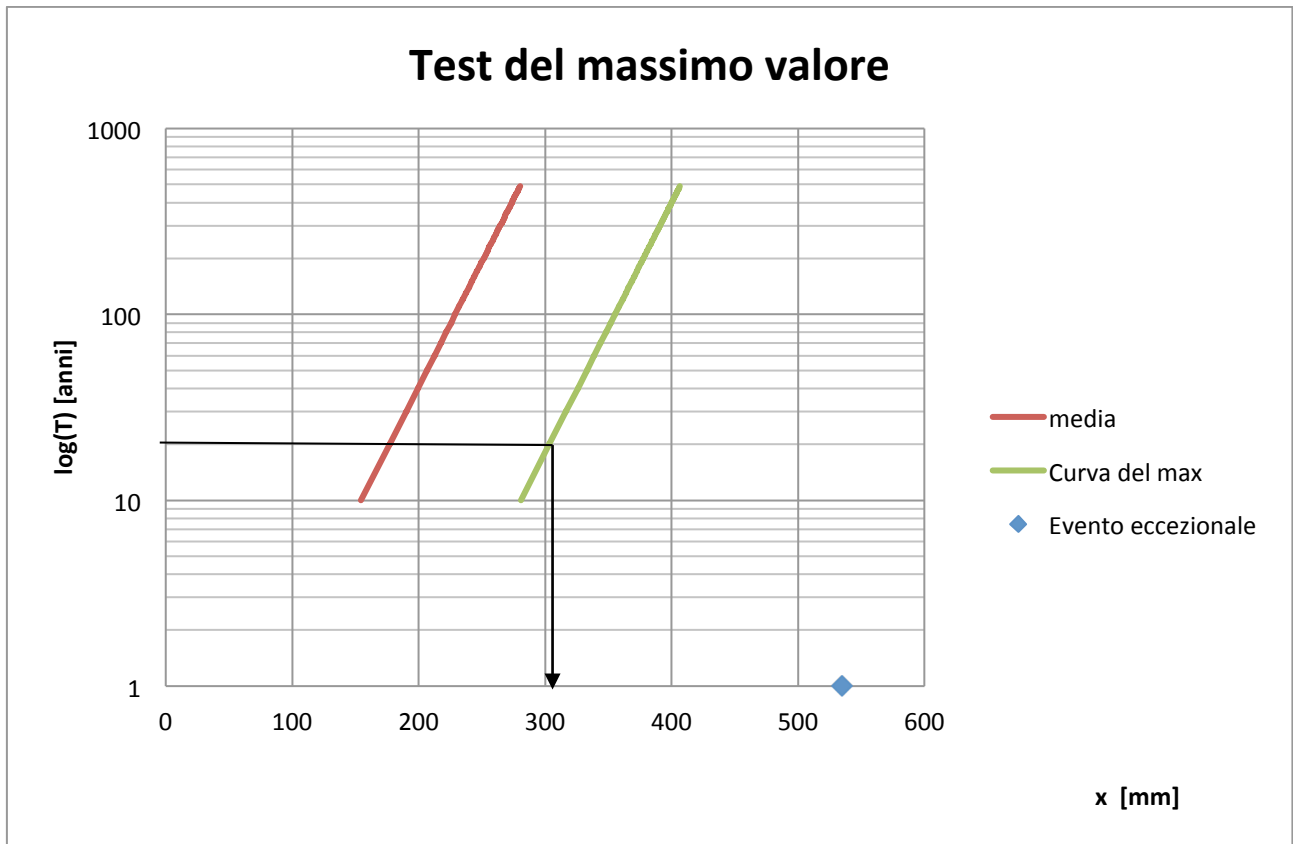


Figura 1.5. *Test del massimo valore escludendo il valore massimo.*

In cui risulta che il valore $x_{LIM}(303) < x_{OSS}(534)$, quindi anche in questo caso il test non passa.

Metodo VAPI

Il metodo VAPI (Valutazione delle Piene), a differenza del PAI, utilizza una distribuzione GEV e fornisce direttamente i dati di tale distribuzione permettendo un calcolo veloce del relativo valore del tempo di ritorno.

Considerando sempre l'evento eccezionale di 554 mm/8h, il metodo VAPI fornisce i seguenti parametri per la stazione di Lavagnina.

n°anni	ϵ	α	K	a_1 [mm/h ⁿ]	n
51	0,745	0,288	-0,241	35,3	0,429

Da cui si ricava il valore atteso dell'altezza di pioggia massima annuale caduta in d ore consecutive ($d=8,12$ h):

$$m[d] = ad^n$$

Quindi si calcola il fattore di crescita della precipitazione osservata ($K_{T,oss}$) attraverso l'equazione:

$$h_{T,oss} = m[d]K_{T,oss}$$

Infine si ottiene il valore del tempo di ritorno.

T(d=8 h) = 1428.73 anni.

T(d=12 h) = 635 anni.

Successivamente per identificare meglio il fenomeno, si sono calcolati i parametri della distribuzione GEV con il metodo degli L- momenti considerando la sola durata delle 12 h.

θ_3	-0,31
θ_2	30,34
θ_1	76,87

Da cui si calcola il tempo di ritorno:

$$T(d=12 \text{ h}) = 281,72 \text{ anni.}$$

Infine si è calcolato il tempo di ritorno nel caso in cui si escluda il valore massimo nella serie di durata di 12h, i parametri della distribuzione GEV assumono quindi i seguenti valori:

θ_3	-0,0033
θ_2	26,17
θ_1	83,62

Da cui si calcola il tempo di ritorno:

$$T(d=12 \text{ h}) = 37310,87 \text{ anni.}$$

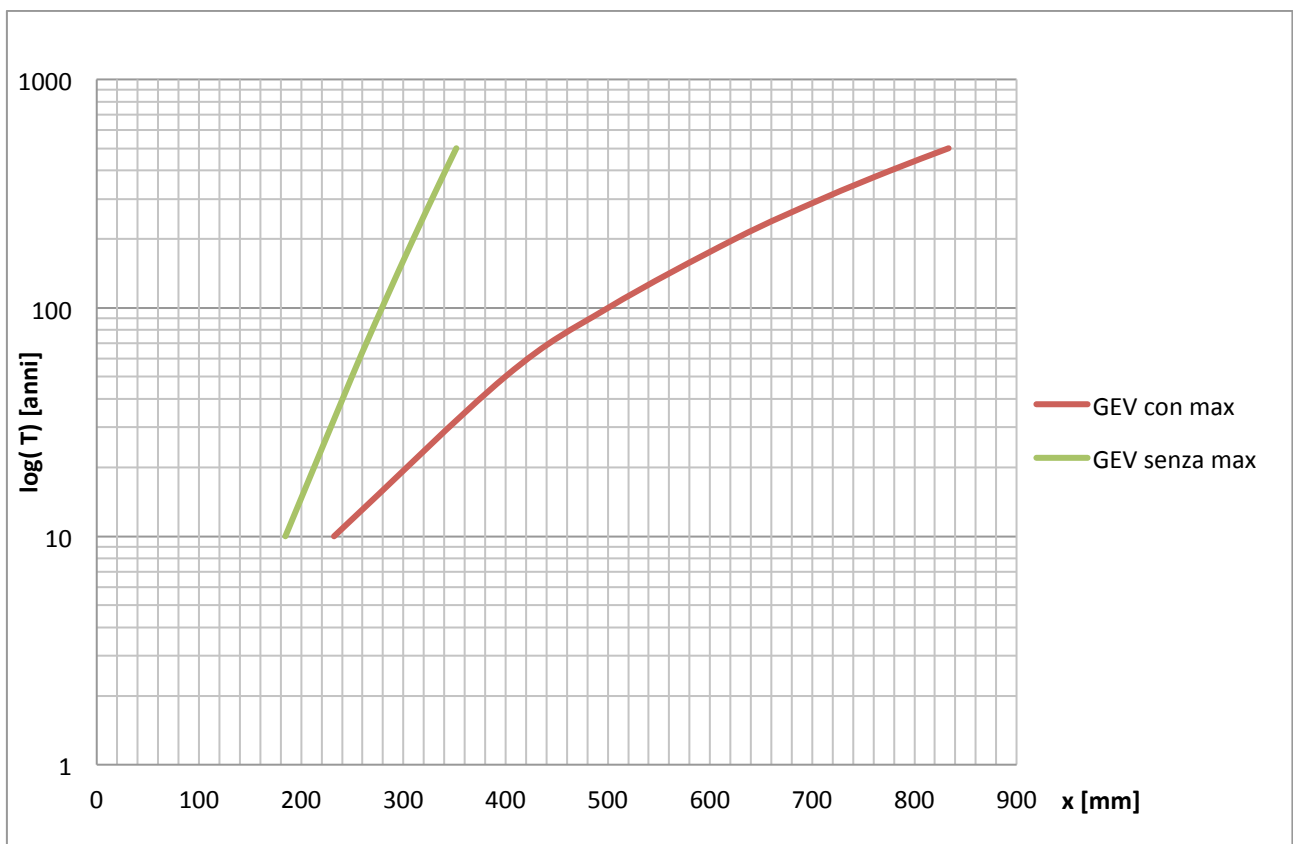


Figura 1.6. Distribuzione GEV

Quindi, come per la distribuzione Gumbel, si è svolto il test del massimo valore in questo caso però applicato alla distribuzione GEV.

Nel caso di una distribuzione generica il test del massimo valore risulta essere passato se:

$$[F(x_n)]^n < 1 - \alpha$$

Dove α è il livello di significatività e nel caso in esame si assume pari a 5%.

Quindi si è passati al calcolo del valore limite x_{Lim} tale che se $h_{max} < x_{Lim}$ allora il test risulta essere verificato.

$$x_{Lim} = [F_{x_n}]^{-1} \sqrt[n]{1 - \alpha}$$

Iniziando con il caso in cui si è tenuto conto del valore massimo di precipitazione per la durata di 12 h, si ottiene il seguente grafico.

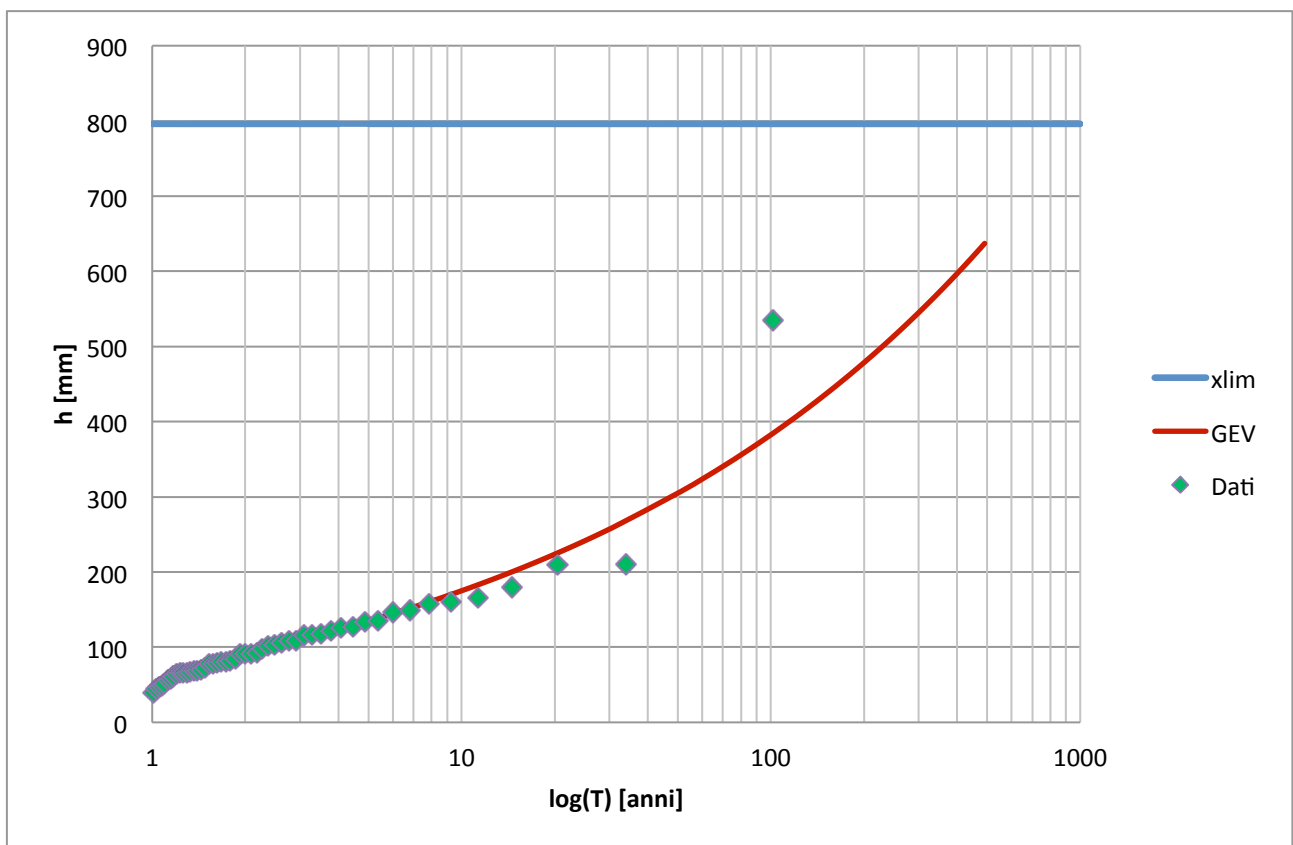


Figura 1.7. Test del massimo valore per GEV, tenendo conto del valore massimo di precipitazione per le 12 h.

In cui $x_{Lim} = 796,16$ mm quindi confrontandolo con $h_{max} = 534$ mm, il test risulta essere passato.

Passando, poi al caso in cui non si è considerato il valore massimo della serie delle 12 h il grafico ottenuto è il seguente.

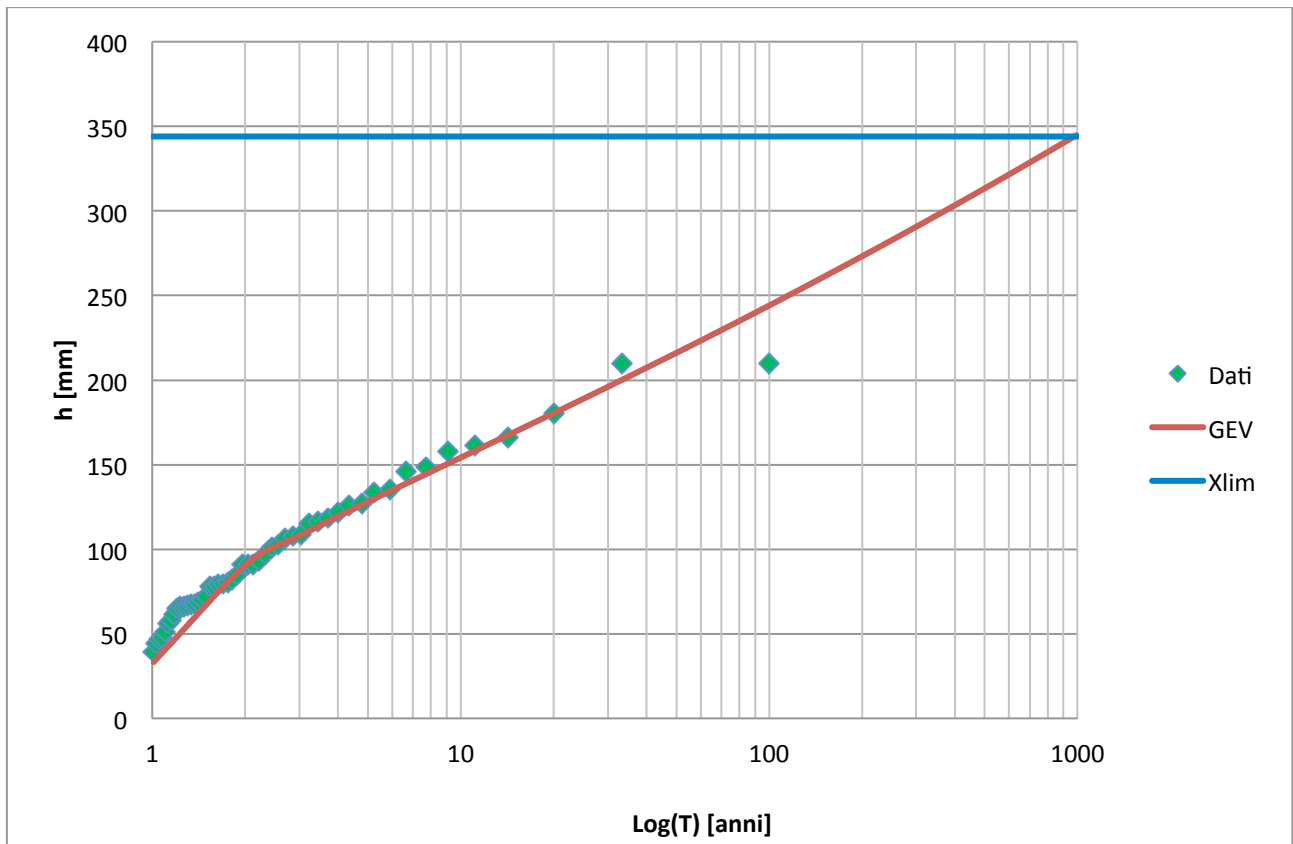


Figura 1.8. . Test del massimo valore per GEV, escluso il valore massimo di precipitazione per le 12 h.

In cui $x_{Lim} = 344 \text{ mm}$ quindi confrontandolo con $h_{max} = 534 \text{ mm}$, il test risulta non essere passato.

2. Conclusioni

Riassumendo:

- 1) Dall'analisi del severity diagram del metodo PAI si osserva che il tempo di ritorno dell'evento eccezionale con durata 8 h è maggiore di 500 anni.
- 2) Andando a calcolare la curva media per il metodo PAI, utilizzando una distribuzione di tipo Gumbel si ottengono i seguenti valori:

$$T(d=8h) = 44480000 \text{ anni}$$

$$T(d=12h) = 566300 \text{ anni}$$

- 3) Con il metodo VAPI, utilizzando i valori tabulati della distribuzione GEV i periodi di ritorno sono:

$$T(d=8h) = 1428 \text{ anni}$$

$$T(d=12h) = 635 \text{ anni}$$

- 4) Calcolando i parametri della distribuzione GEV per la sola serie di 12 h, il periodo di ritorno è:

$$\text{per la serie con il massimo } T(d=12h) = 281,71 \text{ anni}$$

$$\text{per la serie senza il massimo } T(d=12h) = 37310 \text{ anni}$$

Passando invece all'analisi dei test:

- 5) Il test del massimo valore fatto sulla Gumbel non risulta essere superato in nessuno dei casi analizzati.
- 6) I test sulla GEV risultano essere passati solo per il caso in cui si considera il massimo, mentre per il caso in cui si esclude il massimo valore il test non passa.

Poiché per la distribuzione Gumbel il test del massimo valore non risulta essere superato in nessuno dei due casi, questa distribuzione non descrive nel modo corretto la situazione in esame e quindi si escludono i valori del tempo di ritorno calcolati con essa, i quali risultavano essere troppo elevati già ad una prima analisi.

Invece, dato che per la GEV il test del massimo valore risulta passare si può affermare che questa distribuzione ben si adatta al caso in esame. Quindi per la stima dei tempi di ritorno si utilizzano quelli trovati con la distribuzione GEV, nello specifico si considerano i valori:

- $T(d=12h) = 635$ [anni] calcolato con il metodo VAPI,
- $T(d=12h) = 281,71$ [anni] calcolato stimando i parametri della GEV.

Con una successiva analisi, si può ritenere che il tempo di ritorno più affidabile sia quello calcolato stimando i parametri della GEV, con il metodo degli L-momenti nello specifico $T(d=12h) = 281,71$ [anni]. Da cui si deduce una non così alta eccezionalità, come preventivato ad inizio esercitazione.