



**CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA CIVILE
IDROLOGIA (07BEVMX)
A.A. 2014 - 2015**

ESERCITAZIONI DI IDROLOGIA

Docente: Prof. CLAPS Pierluigi
Esercitatrice: Ing. ALLAMANO Paola

INDICE

1.	Esercitazione 1: Analisi esplorativa di una serie di dati	2
1.1.	Sezione 1: Chisone – San Martino (TO).....	2
1.2.	Sezione 2: Prigelato (TO).....	8
2.	Esercitazione 2: inferenza statistica finalizzata alla stima della grandezza di progetto.....	14
2.1.	Distribuzione Normale	14
2.2.	Distribuzioni con il metodo dei momenti	20
2.2.1.	Distribuzione LogNormale.....	20
2.2.2.	Distribuzione Gumbel.....	22
2.2.3.	Stima delle portate di progetto	23
2.3.	Distribuzioni con il metodo degli L-momenti	24
2.3.1.	Distribuzione LogNormale.....	24
2.3.2.	Distribuzione Gumbel.....	26
2.3.3.	Distribuzione GEV.....	28
2.3.4.	Stima delle portate di progetto	30
2.4.	Verifica e scelta del modello probabilistico	34
2.4.1.	Test Chi Quadro (Pearson).....	34
2.4.2.	Test Anderson Darling	38
3.	Esercitazione 3: stima delle curve di possibilità pluviometrica (IDF)	43
3.1.	Relazione tra <i>hd</i> e durate	43
3.2.	Coefficiente di variazione.....	44
3.2.1.	Distribuzione Gumbel.....	44
3.2.2.	Distribuzione GEV.....	44
3.3.	Curve IDF (distribuzione Gumbel)	45
3.4.	Curve IDF (distribuzione GEV)	46
4.	Esercitazione 4: ricostruzione di un idrogramma di piena con il metodo cinematico.....	49
4.1.	Metodo cinematico.....	49
4.2.	Metodo SCS-CN	58
4.2.1.	CN2 (condizioni di pioggia antecedente normali).....	58
4.2.2.	CN3 (condizioni di pioggia antecedente abbondanti)	62
5.	Esercitazione 5: valutazione dell'infiltrazione con il metodo Green-Ampt	67
5.1.	Limo	68
5.2.	Argilla.....	70
6.	Esercitazione 6: valutazione dell'infiltrazione con modello di Horton	73

1. Esercitazione 1: Analisi esplorativa di una serie di dati

1.1. Sezione 1: Chisone – San Martino (TO)

Si consideri la serie storica di massimi annui portata del torrente Chisone, misurati in località San Martino (TO), durante il corso dei 33 anni presi in esame (v. *Tabella 1.1*).

Anno	Portata [m ³ /s]
1955	55,60
1956	163,00
1957	345,00
1958	79,80
1959	342,00
1960	200,00
1961	124,00
1962	496,00
1963	147,00
1964	83,10
1965	64,90
1966	210,00
1967	18,00
1968	187,00
1969	181,00
1970	43,80
1977	1493,00
1993	230,00
1994	370,00
1997	150,00
1998	170,00
1999	420,00
2000	850,00
2001	220,00
2002	210,00
2003	120,00
2004	80,00
2005	170,00
2006	185,00
2007	160,00
2008	670,00
2009	228,00
2010	365,00

Tabella 1.1

Occorre effettuare le seguenti analisi:

1) Diagramma cronologico della serie:

esso viene costruito diagrammando le portate massime in funzione degli anni in cui sono state effettuate le misurazioni (v. *Figura 1.1*). Si è scelto di utilizzare un istogramma per evidenziare meglio i valori di portata e in quali anni non si hanno misurazioni. Inoltre si può immediatamente individuare la portata massima (pari a 1493 m³/s, verificatasi nel 1977) e quella minima (pari a 18 m³/s, verificatasi nel 1967).

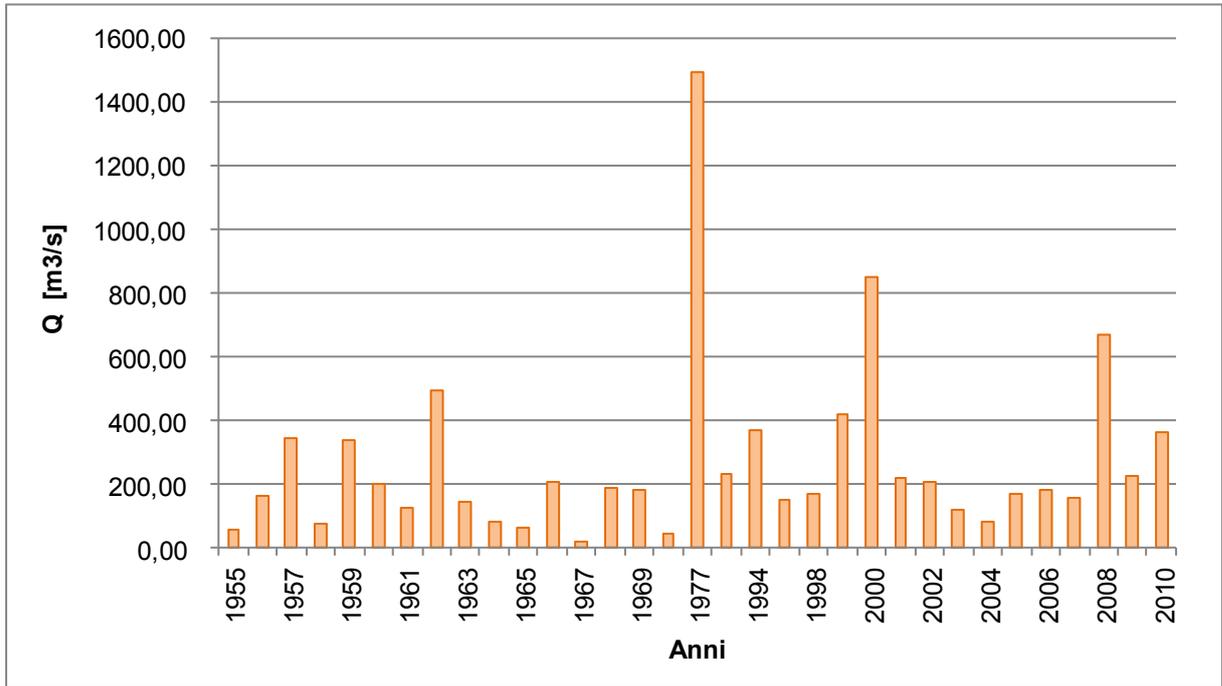


Figura 1.1. Diagramma cronologico della serie

2) Diagramma a punti:

grazie a questo tipo di diagramma si può avere un'idea dell'ampiezza del campione (v. *Figura 1.2*).

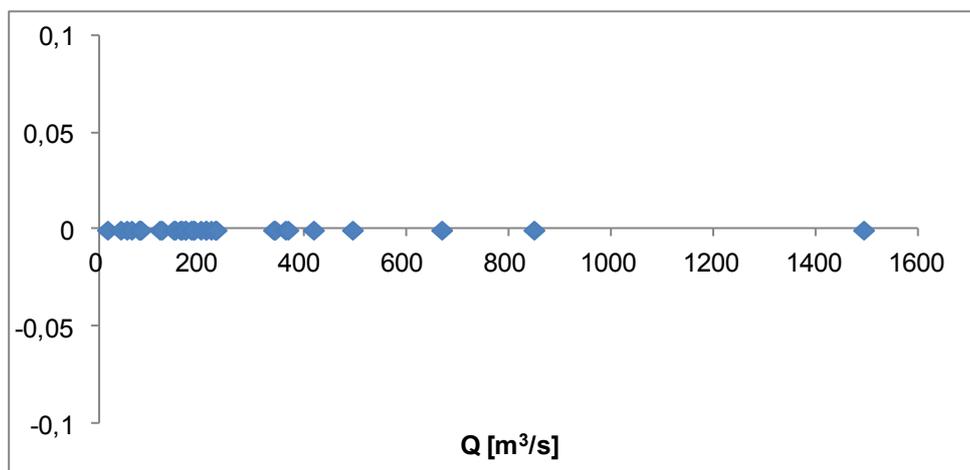


Figura 1.2. Diagramma a punti

3) Diagramma delle frequenze assolute e relative:

Per il tracciamento, occorre:

- ordinare in senso crescente gli elementi del campione (portate), detti x nel seguito;
- individuare con N il numero totale di dati (N = 33);
- dividere in k classi di uguale ampiezza l'intervallo di dati a disposizione tra il massimo e il minimo valore, con $k = INT(1 + 3,3 \text{ Log}_{10}(N)) = INT(6,01) = 6$;

- individuare i valori di portata massima e minima: $Q_{\max} = 1493 \text{ m}^3/\text{s}$ e $Q_{\min} = 18 \text{ m}^3/\text{s}$. Con essi si calcola la differenza di portata fra due classi $dQ = \frac{Q_{\max} - Q_{\min}}{k} = 245,83 \text{ m}^3/\text{s}$
- calcolare le frequenze assolute e relative (v. *Tabella 1.2*) per ogni classe e tracciare i relativi diagrammi (v. *Figure 1.3 e 1.4*).
Si ricordi che la frequenza assoluta si calcola, contando il numero di elementi (in questo caso: portate note) che sono contenuti in quella determinata classe. Mentre la frequenza relativa è data da: (frequenza assoluta)/N

Classe	Intervalli classe		Frequenza assoluta	Frequenza relativa
1	18,00	263,83	24	0,73
2	263,83	509,67	6	0,18
3	509,67	755,50	1	0,03
4	755,50	1001,33	1	0,03
5	1001,33	1247,17	0	0,00
6	1247,17	1493,00	1	0,03

Tabella 1.2. Valori di frequenze assolute e relative

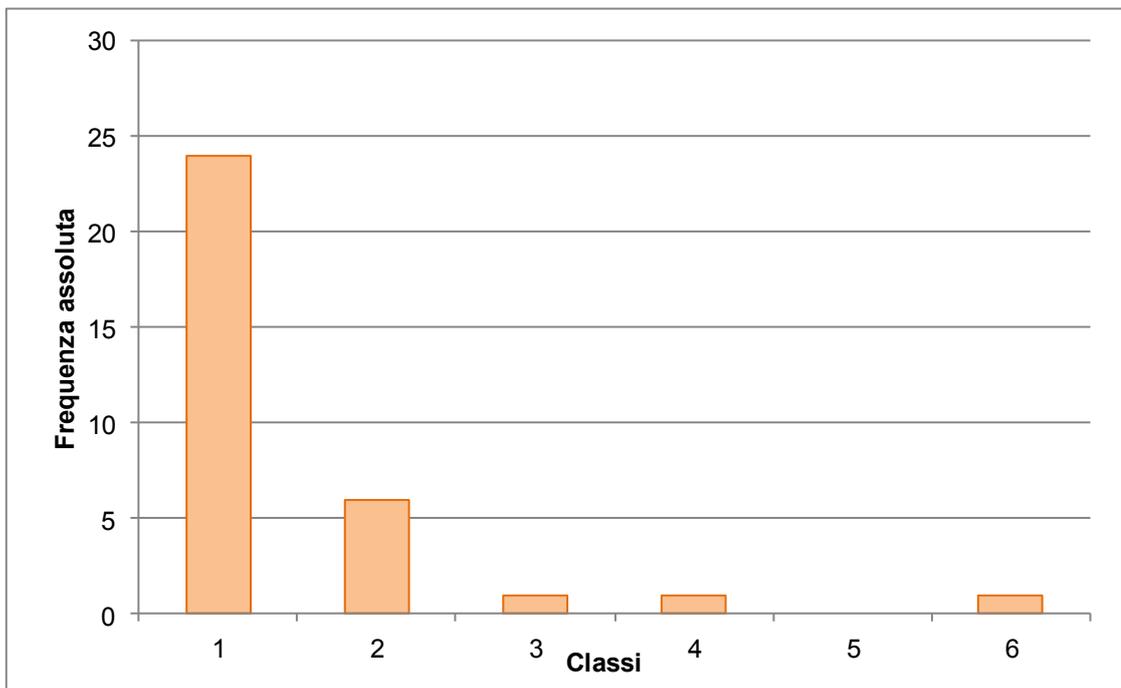


Figura 1.3. Diagramma delle frequenze assolute

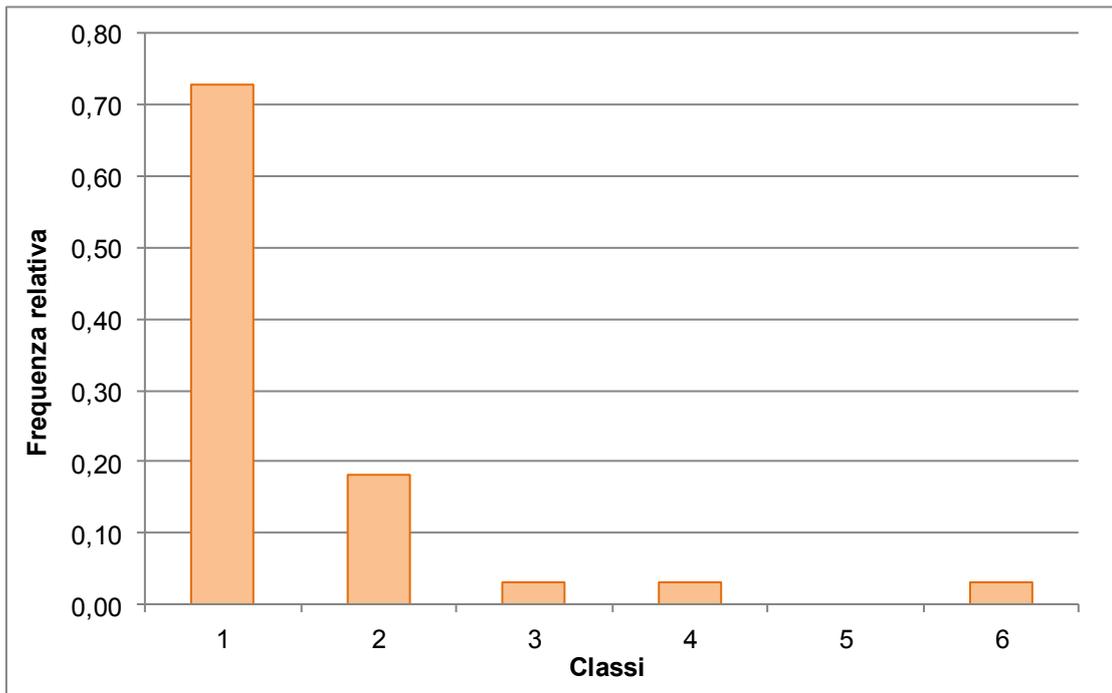


Figura 1.4. Diagramma delle frequenze relative

4) Calcolo dei valori centrali e dei momenti campionari:

- media campionaria: $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = 267,61 \text{ m}^3/\text{s}$

- varianza campionaria: $s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = 77641,07$

- varianza campionaria indistorta: $s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = 80067,35$

- scarto quadratico medio (deviazione standard): $s = \sqrt{s^2} = 282,96$

- coefficiente di asimmetria (skewness): $\gamma = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^3}{s^3} = 2,73$

- coefficiente di asimmetria indistorto: $\gamma = \frac{N}{(N-1)(N-2)} \cdot \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^3}{s^3} = 2,99$

5) Diagramma delle frequenze cumulate:

per costruire tale diagramma occorre:

- ordinare in senso crescente gli elementi del campione;
- associare a ciascun valore il numero d'ordine "i";
- rappresentare la curva relativa alla frequenza di non superamento (frequenza cumulata) usando l'espressione $F(i) = i/N$, con $N =$ numero di elementi del campione (v. *Tabella 1.3*)

Il grafico che otteniamo presenta sull'asse delle ascisse le portate Q e sull'asse delle ordinate le frequenze cumulate (v. *Figura 1.5*)

Q [m³/s]	i	F(i)
18,00	1	0,03
43,80	2	0,06
55,60	3	0,09
64,90	4	0,12
79,80	5	0,15
80,00	6	0,18
83,10	7	0,21
120,00	8	0,24
124,00	9	0,27
147,00	10	0,30
150,00	11	0,33
160,00	12	0,36
163,00	13	0,39
170,00	14	0,42
170,00	15	0,45
181,00	16	0,48
185,00	17	0,52
187,00	18	0,55
200,00	19	0,58
210,00	20	0,61
210,00	21	0,64
220,00	22	0,67
228,00	23	0,70
230,00	24	0,73
342,00	25	0,76
345,00	26	0,79
365,00	27	0,82
370,00	28	0,85
420,00	29	0,88
496,00	30	0,91
670,00	31	0,94
850,00	32	0,97
1493,00	33	1,00

Tabella 1.3. Frequenze cumulate

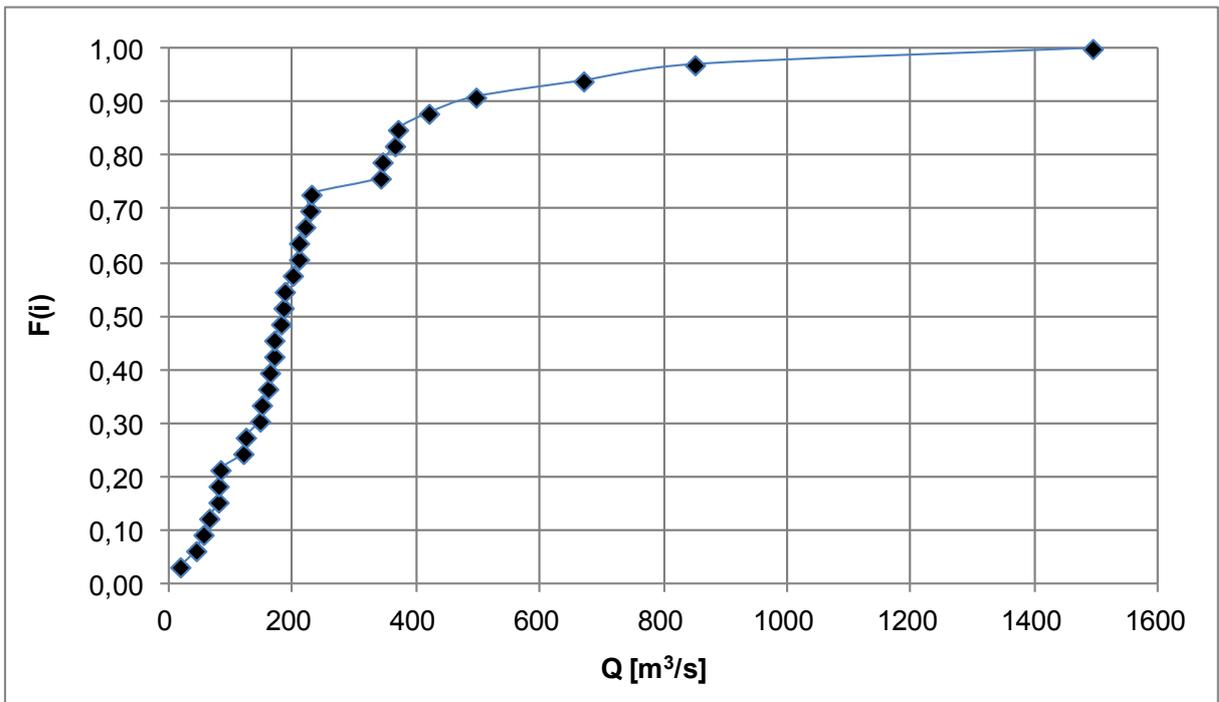


Figura 1.5. Diagramma delle frequenze cumulate

1.2. Sezione 2: Prigelato (TO)

Si consideri la serie storica di massimi di precipitazione di durata 24 ore, misurati nella località di Prigelato (TO), durante il corso dei 26 anni presi in esame (v. *Tabella 1.4*).

Anno	altezza H [mm]
1955	30,00
1956	69,80
1957	114,00
1958	41,80
1959	75,00
1961	27,00
1962	113,00
1963	49,60
1964	58,00
1965	60,60
1966	35,00
1969	41,60
1970	36,00
1971	63,00
1972	79,00
1973	106,80
1974	59,60
1975	57,00
1976	80,60
1979	51,00
1980	38,20
1981	139,00
1982	34,20
1984	30,80
1985	49,40
1986	77,00

Tabella 1.4

Occorre effettuare le seguenti analisi:

1) Diagramma cronologico della serie:

esso viene costruito diagrammando le portate massime in funzione degli anni in cui sono state effettuate le misurazioni (v. *Figura 1.6*). Si è scelto di utilizzare un istogramma per evidenziare meglio i valori di altezza e in quali anni non si hanno misurazioni. Inoltre si può immediatamente individuare l'altezza massima (pari a 139 mm, verificatasi nel 1981) e quella minima (pari a 27 mm, verificatasi nel 1961).

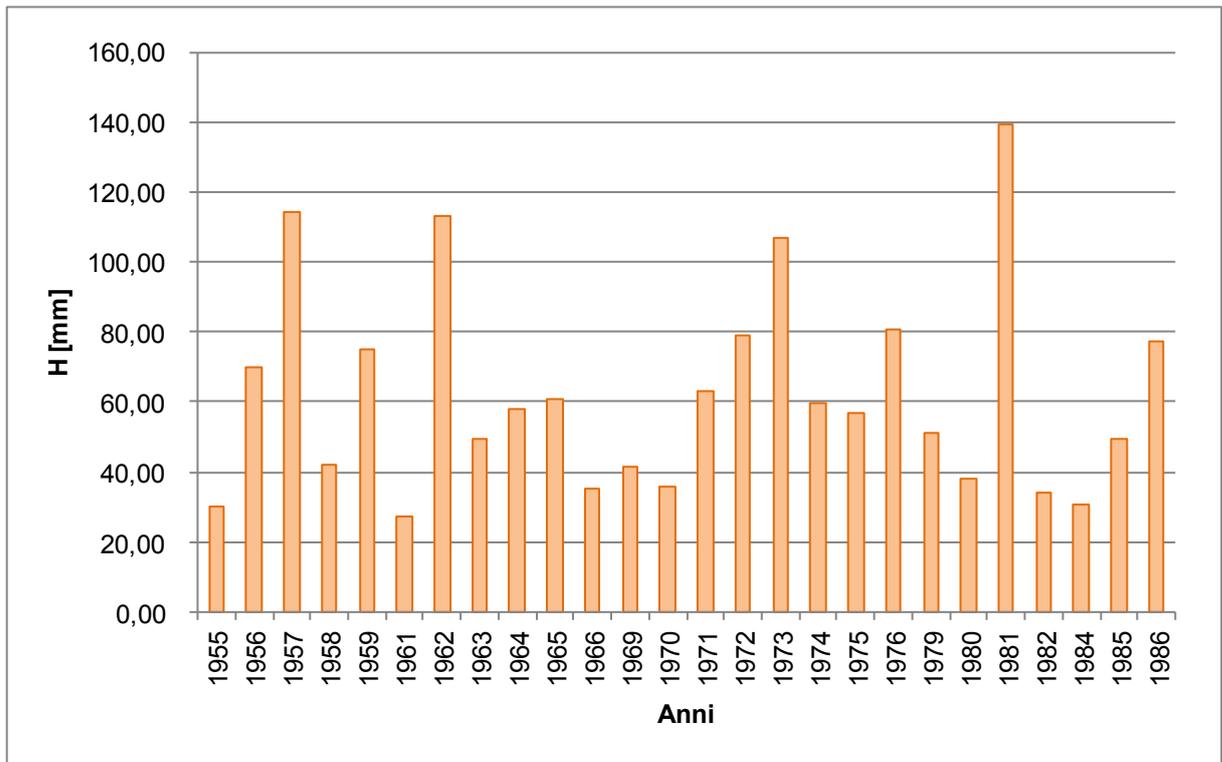


Figura 1.6. Diagramma cronologico della serie

2) Diagramma a punti:

grazie a questo tipo di diagramma si può avere un'idea dell'ampiezza del campione (v. Figura 1.7).

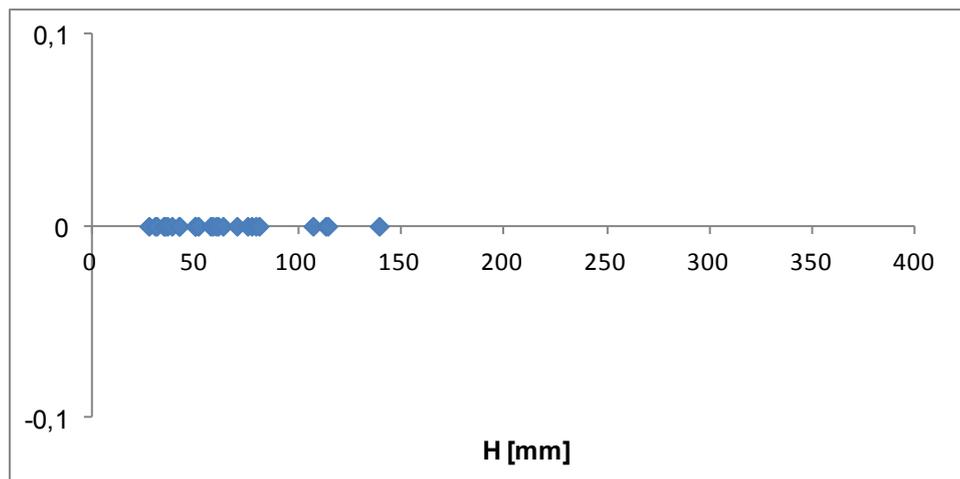


Figura 1.7. Diagramma a punti

3) Diagramma delle frequenze assolute e relative:

Per il tracciamento, occorre:

- ordinare in senso crescente gli elementi del campione (portate), detti x nel seguito;
- individuare con N il numero totale di dati ($N = 26$);
- dividere in k classi di uguale ampiezza l'intervallo di dati a disposizione tra il massimo e il minimo valore, con $k = INT(1 + 3,3 \text{Log}_{10}(N)) = INT(5,67) = 5$;
- individuare i valori di altezza massima e minima: $H_{\max} = 139\text{mm}$ e $H_{\min} = 27\text{mm}$. Con essi si calcola la differenza di altezza fra due classi $dH = \frac{H_{\max} - H_{\min}}{k} = 22,4\text{mm}$

- calcolare le frequenze assolute e relative (v. *Tabella 1.5*) per ogni classe e tracciare i relativi diagrammi (v. *Figure 1.8 e 1.9*).
Si ricordi che la frequenza assoluta si calcola, contando il numero di elementi (in questo caso: portate note) che sono contenuti in quella determinata classe. Mentre la frequenza relativa è data da: $(\text{frequenza assoluta})/N$

Classe	Intervalli classe		Frequenza assoluta	Frequenza relativa
1	27,0	49,4	10	0,38
2	49,4	71,8	8	0,31
3	71,8	94,2	4	0,15
4	94,2	116,6	3	0,12
5	116,6	139,0	1	0,04

Tabella 1.5. Valori di frequenze assolute e relative

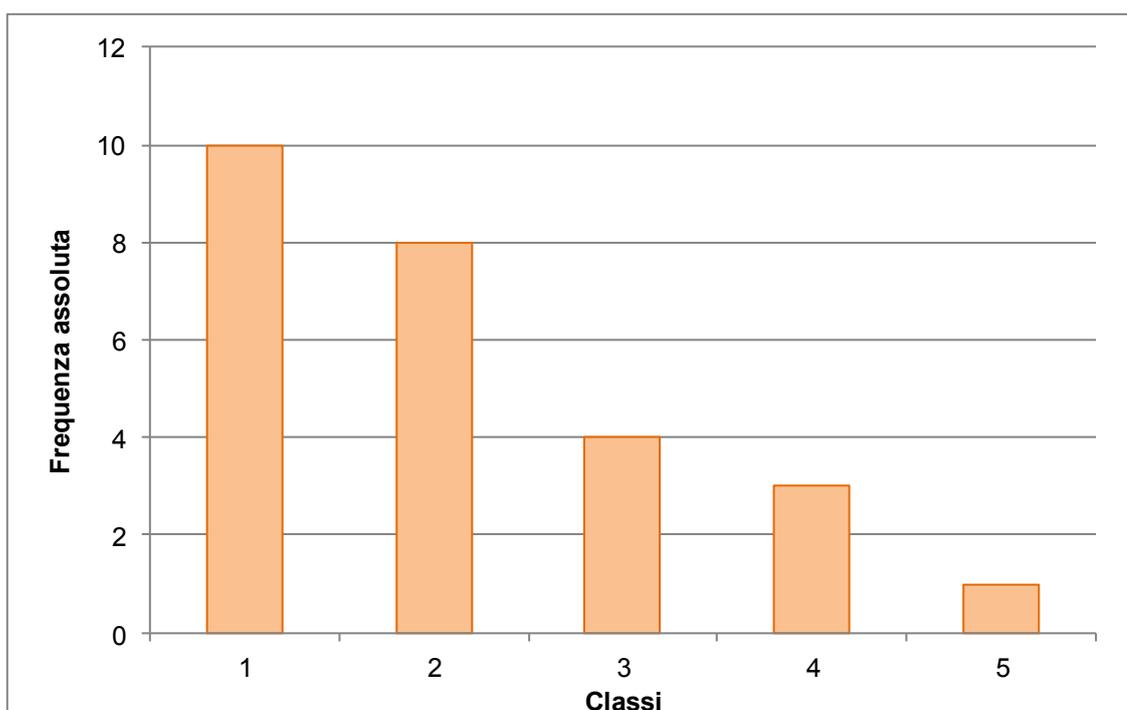


Figura 1.8. Diagramma delle frequenze assolute

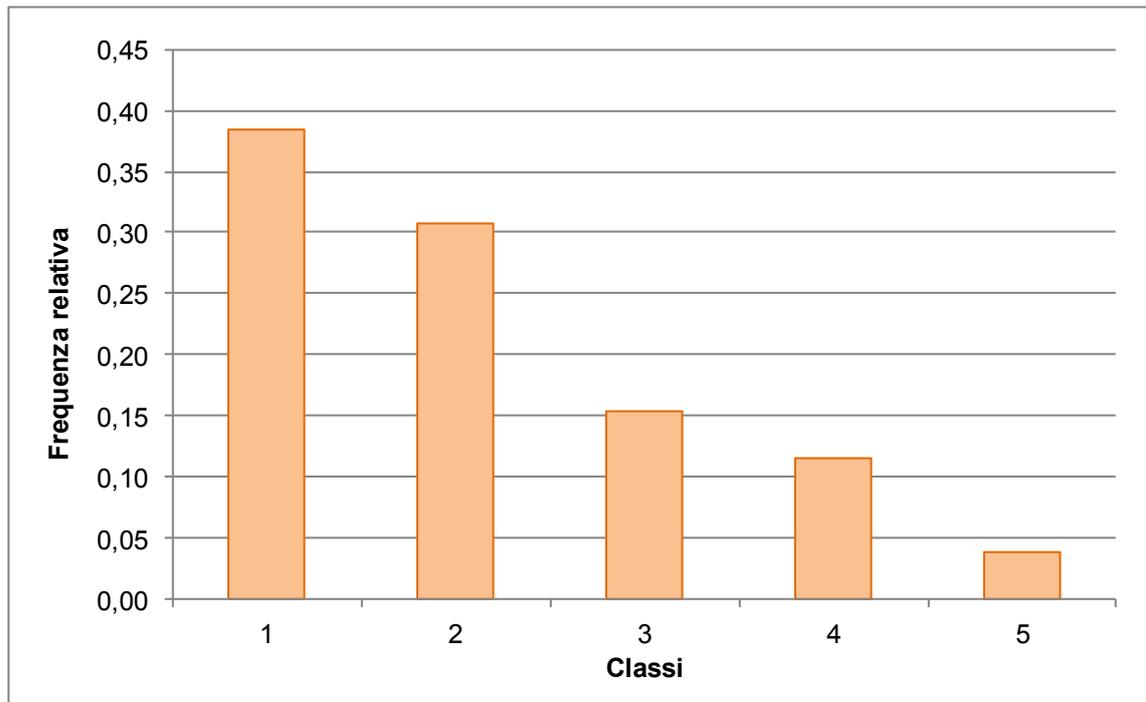


Figura 1.9. Diagramma delle frequenze relative

4) Calcolo dei valori centrali e dei momenti campionari:

- media campionaria:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = 62,19 \text{ mm}$$

- varianza campionaria:

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = 830,92$$

- varianza campionaria indistorta:

$$s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = 820,39$$

- scarto quadratico medio (deviazione standard):

$$s = \sqrt{s^2} = 28,64$$

- coefficiente di asimmetria (skewness):

$$\gamma = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^3}{s^3} = 1,02$$

- coefficiente di asimmetria indistorto:

$$\gamma = \frac{N}{(N-1)(N-2)} \cdot \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^3}{s^3} = 1,15$$

5) Diagramma delle frequenze cumulate:

per costruire tale diagramma occorre:

- ordinare in senso crescente gli elementi del campione;
- associare a ciascun valore il numero d'ordine "i";
- rappresentare la curva relativa alla frequenza di non superamento (frequenza cumulata) usando l'espressione $F(i) = i/N$, con N = numero di elementi del campione (v. *Tabella 1.6*)

Il grafico che otteniamo presenta sull'asse delle ascisse le portate Q e sull'asse delle ordinate le frequenze cumulate (v. *Figura 1.10*)

H [mm]	i	F(i)
27,00	1	0,04
30,00	2	0,08
30,80	3	0,12
34,20	4	0,15
35,00	5	0,19
36,00	6	0,23
38,20	7	0,27
41,60	8	0,31
41,80	9	0,35
49,40	10	0,38
49,60	11	0,42
51,00	12	0,46
57,00	13	0,50
58,00	14	0,54
59,60	15	0,58
60,60	16	0,62
63,00	17	0,65
69,80	18	0,69
75,00	19	0,73
77,00	20	0,77
79,00	21	0,81
80,60	22	0,85
106,80	23	0,88
113,00	24	0,92
114,00	25	0,96
139,00	26	1,00

Tabella 1.6. Frequenze cumulate

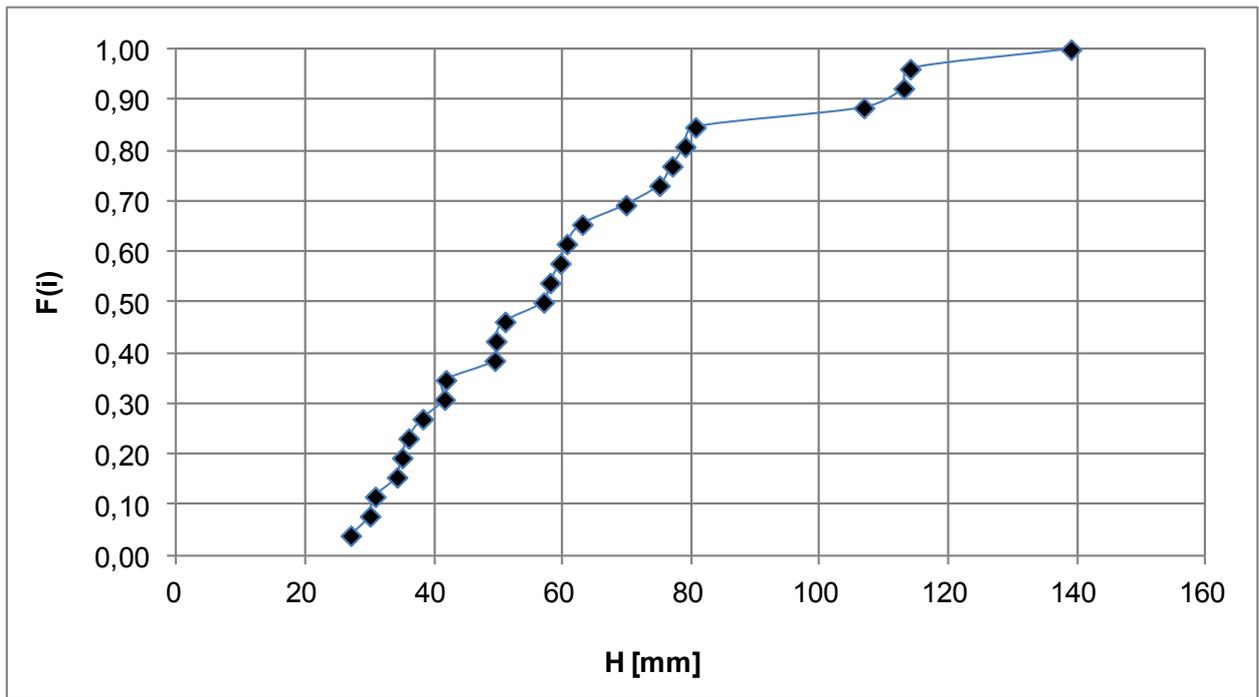


Figura 1.10. Diagramma delle frequenze cumulate

2. Esercitazione 2: inferenza statistica finalizzata alla stima della grandezza di progetto

Il problema da affrontare è legato al rifacimento di un attraversamento stradale sul fiume Chisone, in provincia di Torino. Il tratto di corso d'acqua attraversato da tale viadotto è posto in località San Martino. Il quesito è relativo alla stima della massima portata delle piene fluviali per assegnate probabilità di superamento. Nella fase introduttiva viene proposto l'uso della distribuzione Normale per poter familiarizzare con le rappresentazioni grafiche. La valutazione proseguirà poi con metodi più raffinati.



Figura 2.1. Chisone a San Martino

2.1. Distribuzione Normale

Si consideri la serie storica dei massimi annui dei colmi di piena osservati alla stazione San Martino del fiume Chisone (v. *paragrafo 1.2*).

Per la costruzione del diagramma delle frequenze cumulate e la curva di probabilità cumulata della distribuzione normale (nel piano (X, F)) occorre:

- disporre i valori $x_i = Q$ del campione in ordine crescente e associare a ciascun valore il numero d'ordine "i" (v. *Tabella 2.1*);
- stimare (v. *Tabella 2.1*) e diagrammare (v. *Figura 2.2*) la frequenza empirica cumulata di non superamento con la seguente formula:

$$F(i) = \frac{i}{N+1}$$

- sovrapporre al diagramma delle frequenze cumulate campionarie (empiriche) l'andamento della funzione di probabilità cumulata Normale (v. *Figura 2.2*), dopo aver calcolato i parametri (v. *Tabella 2.2*) con il metodo dei momenti:

$$\text{media: } \mu = \hat{\sigma}_1 = \bar{x} = 267,6121$$

scarto quadratico medio (sqm): $\sigma = \hat{\theta}_2 = s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_i (x_i - \bar{x})^2} = 282,9618$

funzione densità di probabilità per la distribuzione Normale:

$$f(x) = \frac{1}{\theta_2 \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\theta_1}{\theta_2}\right)^2}$$

Funzione cumulativa di probabilità per la distribuzione Normale:

$$F(x) = \frac{1}{\theta_2 \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\theta_1}{\theta_2}\right)^2} dx$$

Q [m³/s]	i	F(i)	X	F_{norm}
18	1	0,029412	0	0,172137
43,8	2	0,058824	10	0,181302
55,6	3	0,088235	20	0,190767
64,9	4	0,117647	30	0,200529
79,8	5	0,147059	40	0,210585
80	6	0,176471	50	0,220931
83,1	7	0,205882	60	0,231562
120	8	0,235294	70	0,242473
124	9	0,264706	80	0,253656
147	10	0,294118	90	0,265104
150	11	0,323529	100	0,276808
160	12	0,352941	200	0,405574
163	13	0,382353	300	0,545564
170	14	0,411765	400	0,680059
170	15	0,441176	500	0,794254
181	16	0,470588	600	0,879937
185	17	0,500000	700	0,936754
187	18	0,529412	800	0,970047
200	19	0,558824	900	0,987288
210	20	0,588235	1000	0,995177
210	21	0,617647	1100	0,998368
220	22	0,647059	1200	0,999508
228	23	0,676471	1300	0,999868
230	24	0,705882	1400	0,999969
342	25	0,735294	1500	0,999993
345	26	0,764706		
365	27	0,794118		
370	28	0,823529		
420	29	0,852941		
496	30	0,882353		
670	31	0,911765		
850	32	0,941176		
1493	33	0,970588		

Tabella 2.1.

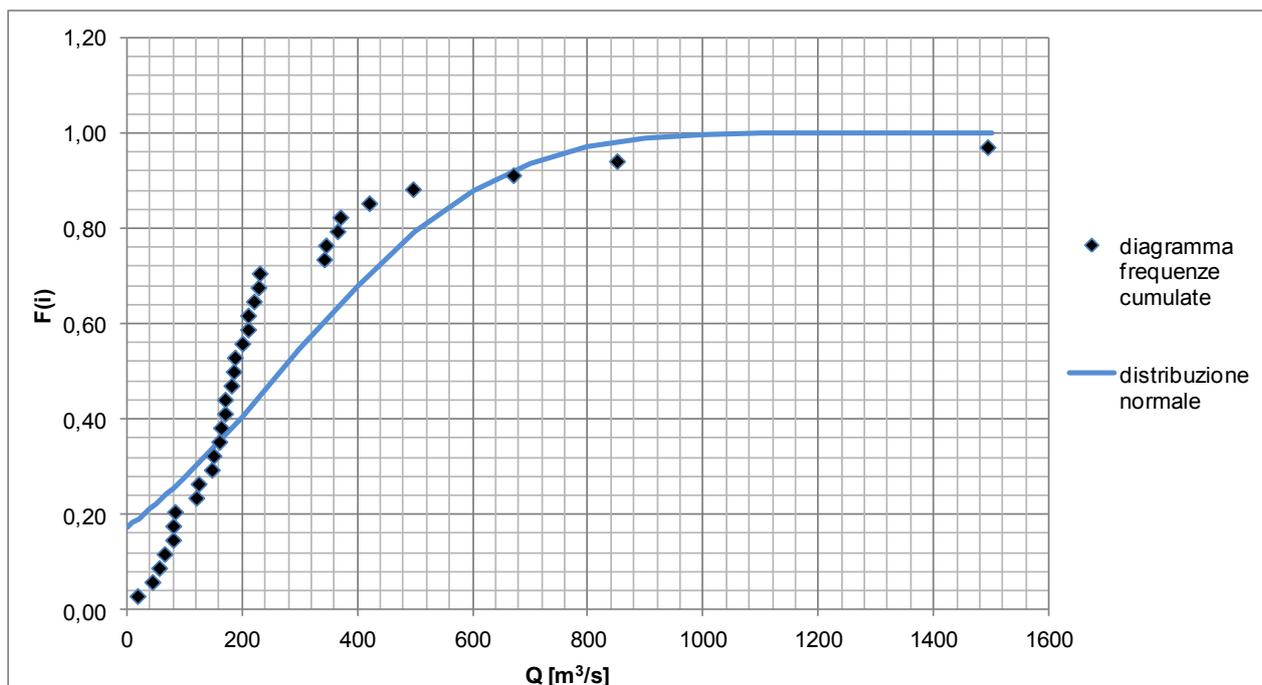


Figura 2.2.

Si rappresenti ora, in grafico, la Distribuzione di Probabilità (pdf) Normale stimata dalla serie e in sovrapposizione al diagramma delle frequenze relative di classe (v. Tabella 2.3). Sull'asse delle ascisse le classi del diagramma delle frequenze relative sono sostituite dal valore del loro baricentro.

Classe	Intervalli classe		Baricentro classe	Elementi nella classe	Frequenze relative
1	18,00	263,83	140,915	24	0,73
2	263,83	509,67	386,75	6	0,18
3	509,67	755,50	632,585	1	0,03
4	755,50	1001,33	878,415	1	0,03
5	1001,33	1247,17	1124,25	0	0,00
6	1247,17	1493,00	1370,085	1	0,03

Per calcolare i valori della pdf Normale si utilizza la funzione di excel:
 DISTRIB.NORM(Q;media;sqm;FALSO)

X	pdf
0	0,0009015
10	0,0009315
20	0,0009614
30	0,000991
40	0,0010202
50	0,0010489
60	0,0010772
70	0,0011048
80	0,0011317
90	0,0011578
100	0,001183
200	0,0013702
300	0,0014007
400	0,0012637
500	0,0010063
600	0,0007072
700	0,0004387
800	0,0002402
900	0,000116
1000	4,948E-05
1100	1,862E-05
1200	6,187E-06
1300	1,814E-06
1400	4,694E-07
1500	1,072E-07

Tabella 2.3.

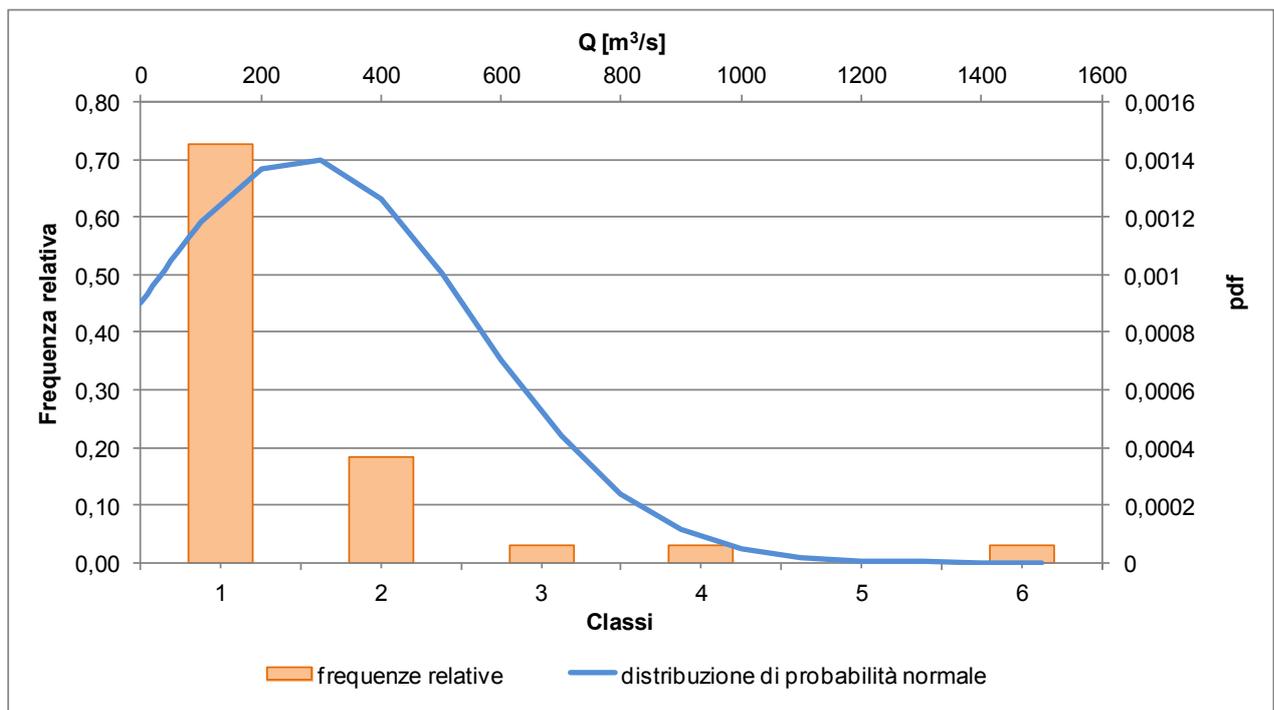


Figura 2.4.

Verifica preliminare:

Si verifichi graficamente l'adattamento della funzione di probabilità cumulata (la distribuzione normale) al campione usando la carta probabilistica normale (v. *Figura 2.5*). Si traccia la retta relativa alla distribuzione normale: in ascissa i valori di X, cioè le portate Q, in ordinata la variabile ridotta standardizzata:

$$u = \frac{X - \theta_1}{\theta_2}$$

Dove : $\theta_1 = 267,6121$

$\theta_2 = 278,6415$

In aggiunta si diagrammano in ascissa i valori di portata campionari X_i e in ordinata il valore delle u_i ottenute per inversione della funzione Normale standardizzata cumulata "F(i)" (v. *Tabella 2.4*).

Per calcolare le $u(i)$ si è usato il seguente comando excel: $u(i) = \text{INV.NORM.ST}(F(i))$

i	xi = Q [m ³ /s]	u	u(i)	F(i)
1	18	-0,882141	-1,889510	0,029412
2	43,8	-0,790962	-1,564726	0,058824
3	55,6	-0,749261	-1,351702	0,088235
4	64,9	-0,716394	-1,186831	0,117647
5	79,8	-0,663737	-1,049131	0,147059
6	80	-0,663030	-0,928899	0,176471
7	83,1	-0,652074	-0,820792	0,205882
8	120	-0,521668	-0,721522	0,235294
9	124	-0,507532	-0,628904	0,264706
10	147	-0,426249	-0,541395	0,294118
11	150	-0,415647	-0,457852	0,323529
12	160	-0,380306	-0,377392	0,352941
13	163	-0,369704	-0,299307	0,382353
14	170	-0,344966	-0,223008	0,411765
15	170	-0,344966	-0,147987	0,441176
16	181	-0,306091	-0,073791	0,470588
17	185	-0,291955	0,000000	0,500000
18	187	-0,284887	0,073791	0,529412
19	200	-0,238944	0,147987	0,558824
20	210	-0,203604	0,223008	0,588235
21	210	-0,203604	0,299307	0,617647
22	220	-0,168263	0,377392	0,647059
23	228	-0,139991	0,457852	0,676471
24	230	-0,132923	0,541395	0,705882
25	342	0,262890	0,628904	0,735294
26	345	0,273492	0,721522	0,764706
27	365	0,344173	0,820792	0,794118
28	370	0,361844	0,928899	0,823529
29	420	0,538546	1,049131	0,852941
30	496	0,807133	1,186831	0,882353
31	670	1,422058	1,351702	0,911765
32	850	2,058186	1,564726	0,941176
33	1493	4,330578	1,889510	0,970588

Tabella 2.4.

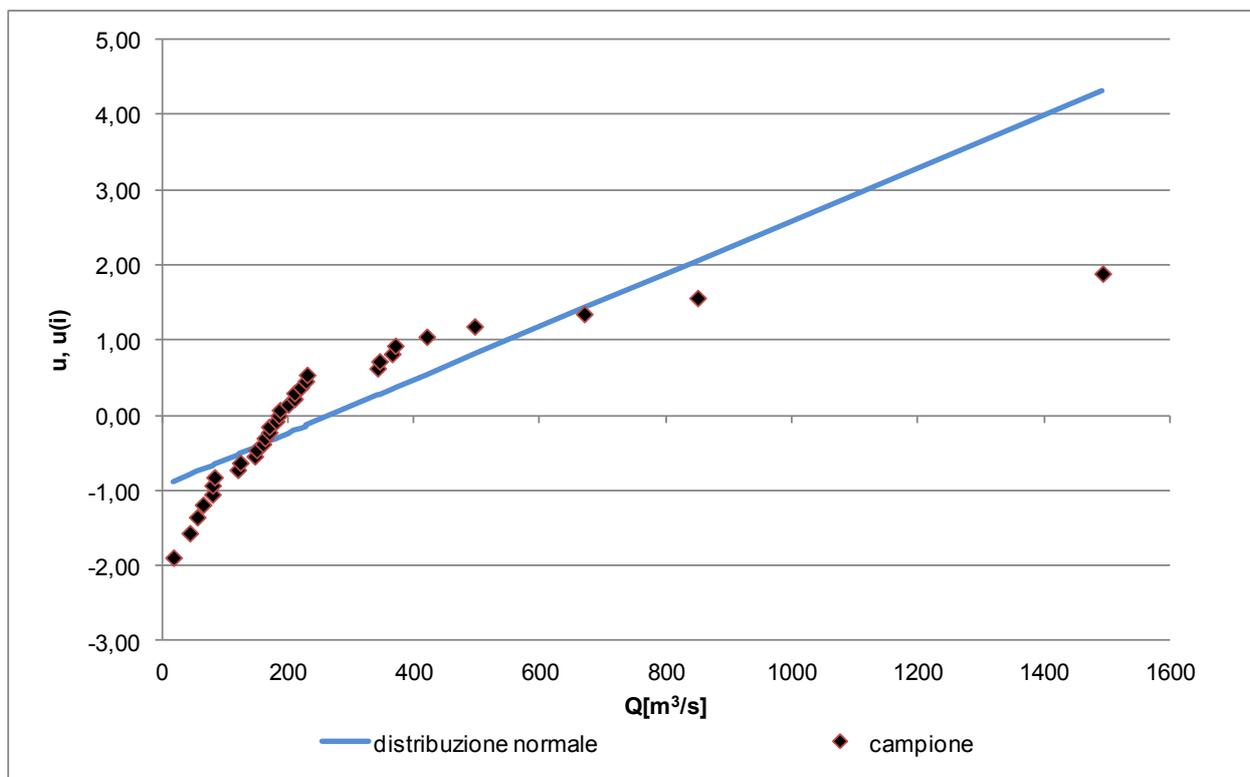


Figura 2.5. Distribuzione normale

Per verificare l'attitudine di un dato di legge probabilistica (ad esempio la distribuzione normale) ad interpretare il campione dato, si possono utilizzare le carte probabilistiche, nelle quali tutte le curve di probabilità di un certo tipo risultano rappresentate da rette. Individuare la legge di distribuzione di probabilità che meglio si adatta ad un certo campione di dati significa individuare, tra le tante leggi teoriche, quella il cui andamento si avvicina maggiormente alla frequenza empirica del campione. Nota la distribuzione empirica e la legge teorica è possibile effettuare un confronto tra le due curve riportandole su uno stesso diagramma.

Come si può osservare in *Figura 2.5*, dal momento che le due curve si discostano parecchio tra loro, allora si deduce che la distribuzione normale non è la più adatta a rappresentare i dati.

Definizione della condizione di progetto e stima del relativo quantile

Si ipotizzi di assegnare a un ponte una vita utile pari $N = 10$ anni. Date le formule:

$$R_N = [1 - (1 - \text{Pr}(s))^N]$$

$$1 - F = \text{Pr}(s) = \frac{1}{T}$$

dove:

R_N = rischio residuale [%]

$\text{Pr}(s)$ = probabilità di superamento in un periodo di N anni consecutivi

F = frequenza di non superamento

T = periodo di ritorno [anni]

- Si calcoli il periodo di ritorno che deriva dall'assegnare $R_N = 5\%$ e la portata di progetto (X_T) ipotizzando valida la legge normale.

$$R_N = [1 - (1 - \text{Pr}(s))^N] = \left[1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^N\right] \rightarrow T = \frac{1}{1 - (1 - R_N)^{1/N}} = 195 \text{ anni}$$

Poi si ricava:

$$1 - F = \frac{1}{T} \rightarrow F = 1 - \frac{1}{T} = 0,9949$$

I valori di portata di progetto (quantili) X_T [m^3/s], ipotizzando valida la legge normale, si ricavano con la funzione di excel $\text{INV.NORM}(F; \text{media}; \text{sqm}) \rightarrow X_T = 994,2$

- Si calcoli il valore di rischio residuo R_N associato ad un periodo di ritorno fissato a $T = 200$ anni e la portata di progetto (X_T) ipotizzando valida la legge normale:

$$\Pr(s) = \frac{1}{T} = \frac{1}{200} = 0,005$$

$$R_N = [1 - (1 - 0.005)^{10}] = 4,9\%$$

I valori di portata di progetto X_T ipotizzando valida la legge normale si ricavano con la funzione di excel INV.NORM(F; media;sqm) $\rightarrow X_T = 996,5$

2.2. Distribuzioni con il metodo dei momenti

Avendo verificato in precedenza la non idoneità della distribuzione Normale a rappresentare il campione osservato, si utilizzino le distribuzioni Lognormale e di Gumbel per rappresentare la serie storica dei massimi annui dei colmi di piena osservati alla stazione San Martino sul fiume Chisone.

2.2.1. Distribuzione LogNormale

La distribuzione LogNormale si utilizza per modellare quantità aleatorie continue che si ritengono avere distribuzione asimmetrica.

Funzione densità di probabilità:

$$f(x) = \frac{1}{x \cdot \theta_2 \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(x) - \theta_1}{\theta_2} \right)^2} \quad x > 0$$

Funzione cumulata di probabilità:

$$F(x) = \int_0^x \frac{1}{x \cdot \theta_2 \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(x) - \theta_1}{\theta_2} \right)^2} dx$$

Quindi si stimano i parametri:

si sa che "la variabile casuale x ha distribuzione Lognormale (con parametri θ_1, θ_2) se $y = \ln(x)$ ha distribuzione normale (con media μ e deviazione standard σ):

$y = \ln(x_i)$ dove $x_i = Q$

$$\mu = \text{MEDIA}(\ln x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i = 5,2211$$

$$\sigma^2 = \text{VAR}(\ln x) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - \mu)^2 = 0,7640$$

Da questi valori si calcolano i parametri della distribuzione LogNormale:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \mu = 5,2211 \\ \theta_2 &= \sqrt{\sigma^2} = 0,8741 \end{aligned}$$

Nel diagramma cartesiano ($\ln(x); u$), la funzione di probabilità cumulata è rappresentata dalla retta:

$$u(y) = \frac{y - \theta_1}{\theta_2}$$

$$u_i = \text{INV.NORM.ST}(F_i)$$

dove:

$$F_i = \frac{i}{(N + 1)}$$

In *Tabella 2.5* sono riportati tutti i dati calcolati con le formule soprastanti. Successivamente si verifica graficamente l'adattamento al campione della funzione di probabilità LogNormale, con parametri stimati con il metodo dei momenti usando la relativa carta probabilistica (v. *Figura 2.6*).

i	$x_i = Q [m^3/s]$	$y_i = \ln(Q)$	$u(y)$	$u(i)$	$F(i)$
1	18	2,89	-2,666491	-1,889510	0,029412
2	43,8	3,78	-1,649108	-1,564726	0,058824
3	55,6	4,02	-1,376189	-1,351702	0,088235
4	64,9	4,17	-1,199241	-1,186831	0,117647
5	79,8	4,38	-0,962789	-1,049131	0,147059
6	80	4,38	-0,959925	-0,928899	0,176471
7	83,1	4,42	-0,916429	-0,820792	0,205882
8	120	4,79	-0,496042	-0,721522	0,235294
9	124	4,82	-0,458528	-0,628904	0,264706
10	147	4,99	-0,263862	-0,541395	0,294118
11	150	5,01	-0,240749	-0,457852	0,323529
12	160	5,08	-0,166912	-0,377392	0,352941
13	163	5,09	-0,145659	-0,299307	0,382353
14	170	5,14	-0,097553	-0,223008	0,411765
15	170	5,14	-0,097553	-0,147987	0,441176
16	181	5,20	-0,025821	-0,073791	0,470588
17	185	5,22	-0,000813	0,000000	0,500000
18	187	5,23	0,011489	0,073791	0,529412
19	200	5,30	0,088381	0,147987	0,558824
20	210	5,35	0,144201	0,223008	0,588235
21	210	5,35	0,144201	0,299307	0,617647
22	220	5,39	0,197423	0,377392	0,647059
23	228	5,43	0,238288	0,457852	0,676471
24	230	5,44	0,248280	0,541395	0,705882
25	342	5,83	0,702170	0,628904	0,735294
26	345	5,84	0,712162	0,721522	0,764706
27	365	5,90	0,776634	0,820792	0,794118
28	370	5,91	0,792200	0,928899	0,823529
29	420	6,04	0,937214	1,049131	0,852941
30	496	6,21	1,127498	1,186831	0,882353
31	670	6,51	1,471524	1,351702	0,911765
32	850	6,75	1,743766	1,564726	0,941176
33	1493	7,31	2,388232	1,889510	0,970588

Tabella 2.5. Distribuzione LogNormale – Metodo dei Momenti

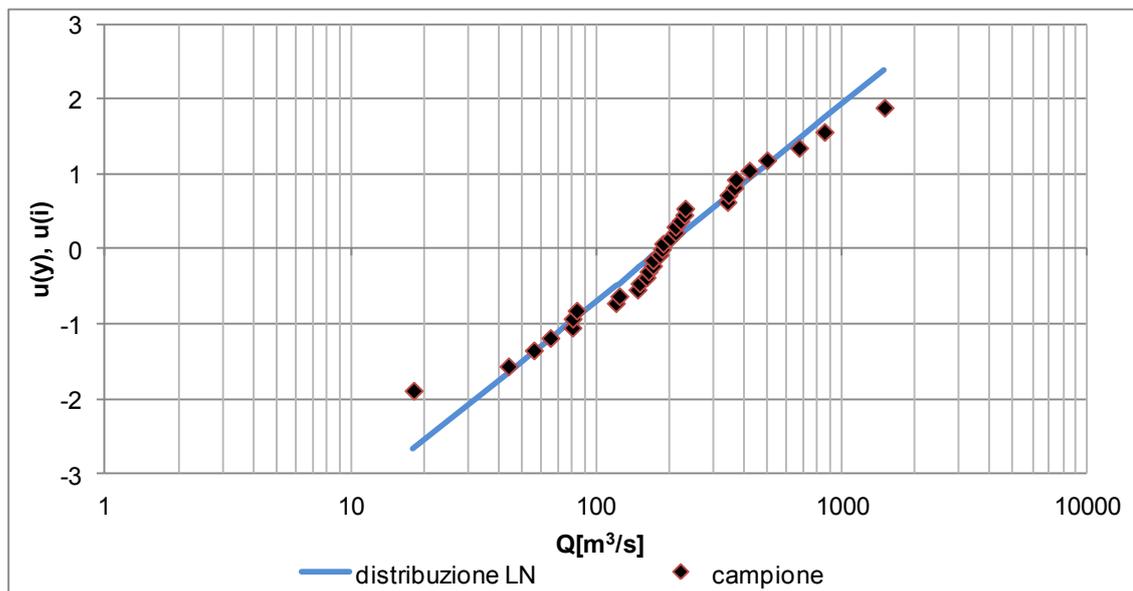


Figura 2.6. Distribuzione LogNormale – Metodo dei Momenti

2.2.2. Distribuzione Gumbel (EV1)

Funzione densità di probabilità per la distribuzione Gumbel:

$$f(x) = \frac{1}{\theta_2} \cdot e^{-\frac{x-\theta_1}{\theta_2}} \cdot e^{-e^{-\frac{x-\theta_1}{\theta_2}}}$$

Funzione cumulata di probabilità per la distribuzione Gumbel:

$$F(x) = e^{-e^{-u}}$$

dove:

$$u = \frac{x - \theta_1}{\theta_2}$$

Quindi si stimano i parametri:

$$x_i = Q$$

$$\mu = \text{MEDIA}(Q) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = 267,6121$$

$$\sigma^2 = \text{VAR}(Q) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2 = 80067,35$$

Da questi valori si calcolano i parametri della distribuzione Gumbel:

$$\theta_1 = \mu - 0,5772 \cdot \theta_2 = 140,2677$$

$$\theta_2 = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \cdot \sigma = 220,6244$$

Si calcolano in seguito i valori:

$$u(x) = \frac{x - \theta_1}{\theta_2}$$

$$u_i = -\ln \left[\ln \left(\frac{1}{F_i} \right) \right]$$

dove:

$$F_i = \frac{i}{(N+1)}$$

In *tabella 2.6* sono riportati tutti i dati calcolati con le formule soprastanti. Successivamente si verifica graficamente l'adattamento al campione della funzione di probabilità Gumbel, con parametri stimati con il metodo dei momenti usando la relativa carta probabilistica (v. *Figura 2.7*).

i	$x_i = Q$ [m ³ /s]	u(x)	u(i)	F(i)
1	18	-0,554190	-1,260266	0,029412
2	43,8	-0,437249	-1,041412	0,058824
3	55,6	-0,383764	-0,886964	0,088235
4	64,9	-0,341611	-0,760837	0,117647
5	79,8	-0,274075	-0,650721	0,147059
6	80	-0,273169	-0,550777	0,176471
7	83,1	-0,259118	-0,457710	0,205882
8	120	-0,091865	-0,369436	0,235294
9	124	-0,073735	-0,284529	0,264706
10	147	0,030515	-0,201941	0,294118
11	150	0,044112	-0,120859	0,323529
12	160	0,089438	-0,040618	0,352941
13	163	0,103036	0,039353	0,382353
14	170	0,134764	0,119569	0,411765
15	170	0,134764	0,200514	0,441176
16	181	0,184623	0,282666	0,470588

i	$x_i = Q \text{ [m}^3\text{/s]}$	$u(x)$	$u(i)$	$F(i)$
17	185	0,202753	0,366513	0,500000
18	187	0,211818	0,452574	0,529412
19	200	0,270742	0,541420	0,558824
20	210	0,316068	0,633694	0,588235
21	210	0,316068	0,730147	0,617647
22	220	0,361394	0,831678	0,647059
23	228	0,397654	0,939390	0,676471
24	230	0,406720	1,054672	0,705882
25	342	0,914370	1,179330	0,735294
26	345	0,927968	1,315784	0,764706
27	365	1,018619	1,467402	0,794118
28	370	1,041282	1,639093	0,823529
29	420	1,267912	1,838444	0,852941
30	496	1,612389	2,078137	0,882353
31	670	2,401060	2,381917	0,911765
32	850	3,216926	2,803054	0,941176
33	1493	6,131382	3,511471	0,970588

Tabella 2.6. Distribuzione Gumbel – Metodo dei Momenti

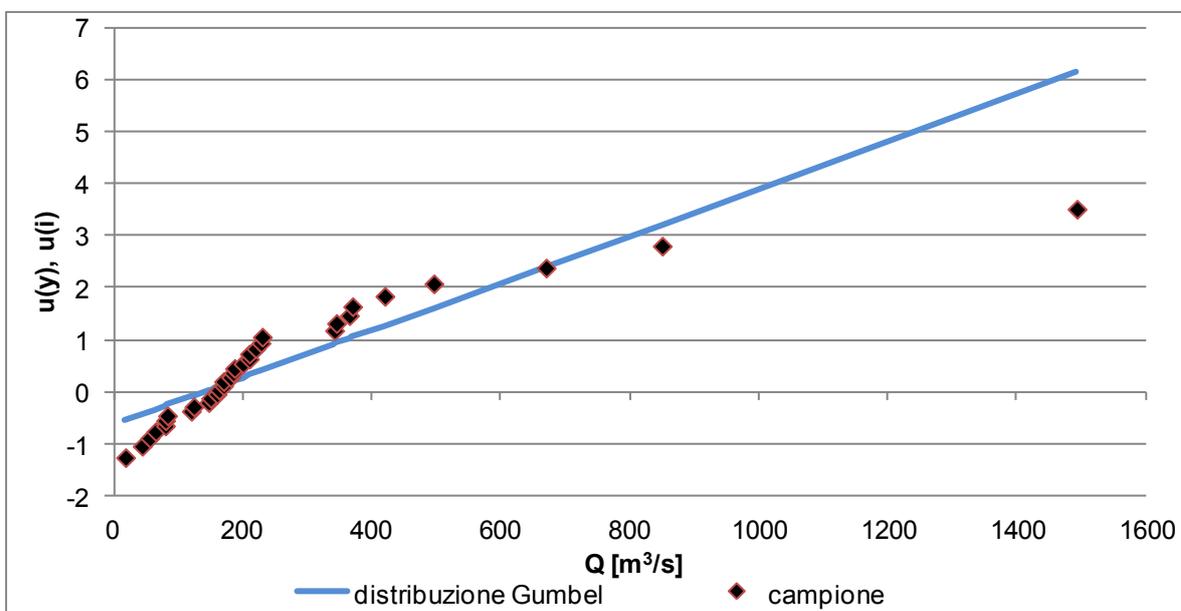


Figura 2.7. Distribuzione Gumbel – Metodo dei Momenti

2.2.3. Stima delle portate di progetto

Occorre ora stimare le portate di progetto x_T su entrambe le distribuzioni per valori di periodo di ritorno T pari a 50, 100, 200 anni.

Innanzitutto occorre calcolare:

$$1 - F = \Pr(s) = \frac{1}{T} \rightarrow F = 1 - \frac{1}{T}$$

dove:

$\Pr(s)$ = probabilità di superamento

F = frequenza di non superamento

T = periodo di ritorno [anni]

Successivamente si ricavano i valori:

$$x_T(LN) = INV.LOGNORM(F_i; \theta_1; \theta_2)$$

$$x_T(Gumbel) = \theta_1 - \theta_2 \cdot \ln(-\ln(F_i))$$

T [anni]	p	F(x)	u(x)	x _T (LogNormale) [m ³ /s]	x _T (Gumbel) [m ³ /s]
50	0,02	0,98	2,0537	1114,5	1001,1
100	0,01	0,99	2,3263	1414,4	1155,2
200	0,005	0,995	2,5758	1759,0	1308,7

Tabella 2.7. Portate di progetto (metodo dei momenti)

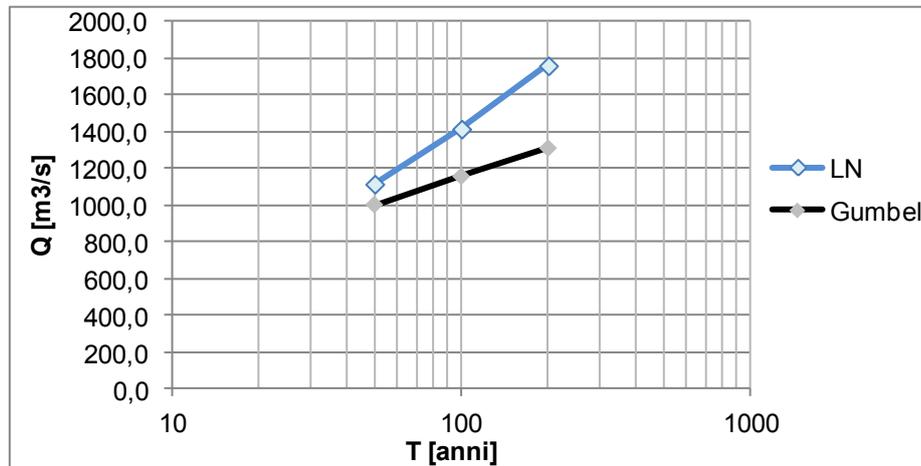


Figura 2.8.

2.3. Distribuzioni con il metodo degli L-momenti

Ora occorre ripetere le stesse operazioni riportate nel *paragrafo 2.2*, applicando il metodo degli L- momenti.

2.3.1. Distribuzione LogNormale

Gli L-Momenti sono stimatori lineari dei momenti di un campione. Sia $Y=\ln(X)$, occorre innanzitutto calcolare i b_r che sono i PWM campionari (Probability Weighted Moments), tramite l'ausilio di un foglio di calcolo:

$$b_r = \int_{-\infty}^{+\infty} [x \cdot \{F(x)\}^r] \cdot f(x) dx$$

Quindi:

$$b_0 = \mu(x) = 5,2211$$

$$b_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(i-1)}{(N-1)} x_i = 2,8519$$

$$b_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(i-1)(i-2)}{(N-1)(N-2)} x_i = 1,9805$$

$$b_3 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(i-1)(i-2)(i-3)}{(N-1)(N-2)(N-3)} x_i = 1,5265$$

Gli x_i sono i dati campionari ordinati in senso crescente ed i è l'indice di progressione nella serie ordinata; in questo caso essendo la distribuzione una LogNormale agli x_i vengono sostituiti i $\ln(x_i)$. I PWM possono essere usati per stimare i parametri di una distribuzione, ma sono difficili da interpretare direttamente come misure di dispersione, forma,... Tali informazioni sono presenti in particolari combinazioni di PWM:

$$\lambda_1 = b_0 = 5,2211 \text{ media}$$

$$\lambda_2 = 2b_1 - b_0 = 0,4828 \text{ dispersione}$$

$$\lambda_3 = 6b_2 - 6b_1 + b_0 = -0,0077 \text{ asimmetria}$$

A questo punto si calcolano gli L-momenti campionari:

$$L_1 = \mu(x) = b_0 = 5,2211$$

$$L_2 = 2b_1 - b_0 = 0,4828$$

$$L_3 = 6b_2 - 6b_1 + b_0 = -0,0077$$

Ora si eguagliano gli stimatori lineari ai momenti della distribuzione per poter ottenere i parametri nel seguente modo:

$$\theta_1 = L_1 = 5,2211$$

$$\theta_2 = L_2 \cdot \sqrt{\pi} = 0,8557$$

Si calcolano in seguito i valori:

$$u(y) = \frac{y - \theta_1}{\theta_2}$$

$$u_i = \text{INV.NORM.ST}(F_i)$$

dove: $F_i = \frac{i}{(N+1)}$

In *tabella 2.8* sono riportati tutti i dati calcolati con le formule soprastanti. Successivamente si verifica graficamente l'adattamento al campione della funzione di probabilità LogNormale, con parametri stimati con il metodo degli L-momenti usando la relativa carta probabilistica (v. *Figura 2.9*).

i	$x_i = Q$ [m ³ /s]	$y_i = \ln(Q)$	$u(y)$	$u(i)$	$F(i)$
1	18	2,89	-2,723818	-1,889510	0,029412
2	43,8	3,78	-1,684562	-1,564726	0,058824
3	55,6	4,02	-1,405776	-1,351702	0,088235
4	64,9	4,17	-1,225024	-1,186831	0,117647
5	79,8	4,38	-0,983488	-1,049131	0,147059
6	80	4,38	-0,980562	-0,928899	0,176471
7	83,1	4,42	-0,936132	-0,820792	0,205882
8	120	4,79	-0,506706	-0,721522	0,235294
9	124	4,82	-0,468386	-0,628904	0,264706
10	147	4,99	-0,269535	-0,541395	0,294118
11	150	5,01	-0,245925	-0,457852	0,323529
12	160	5,08	-0,170500	-0,377392	0,352941
13	163	5,09	-0,148791	-0,299307	0,382353
14	170	5,14	-0,099650	-0,223008	0,411765
15	170	5,14	-0,099650	-0,147987	0,441176
16	181	5,20	-0,026376	-0,073791	0,470588
17	185	5,22	-0,000830	0,000000	0,500000
18	187	5,23	0,011736	0,073791	0,529412
19	200	5,30	0,090281	0,147987	0,558824
20	210	5,35	0,147301	0,223008	0,588235
21	210	5,35	0,147301	0,299307	0,617647
22	220	5,39	0,201668	0,377392	0,647059
23	228	5,43	0,243410	0,457852	0,676471
24	230	5,44	0,253617	0,541395	0,705882
25	342	5,83	0,717266	0,628904	0,735294
26	345	5,84	0,727473	0,721522	0,764706
27	365	5,90	0,793331	0,820792	0,794118
28	370	5,91	0,809232	0,928899	0,823529
29	420	6,04	0,957363	1,049131	0,852941
30	496	6,21	1,151738	1,186831	0,882353
31	670	6,51	1,503160	1,351702	0,911765
32	850	6,75	1,781256	1,564726	0,941176
33	1493	7,31	2,439576	1,889510	0,970588

Tabella 2.8. Distribuzione LogNormale – Metodo degli L-Momenti

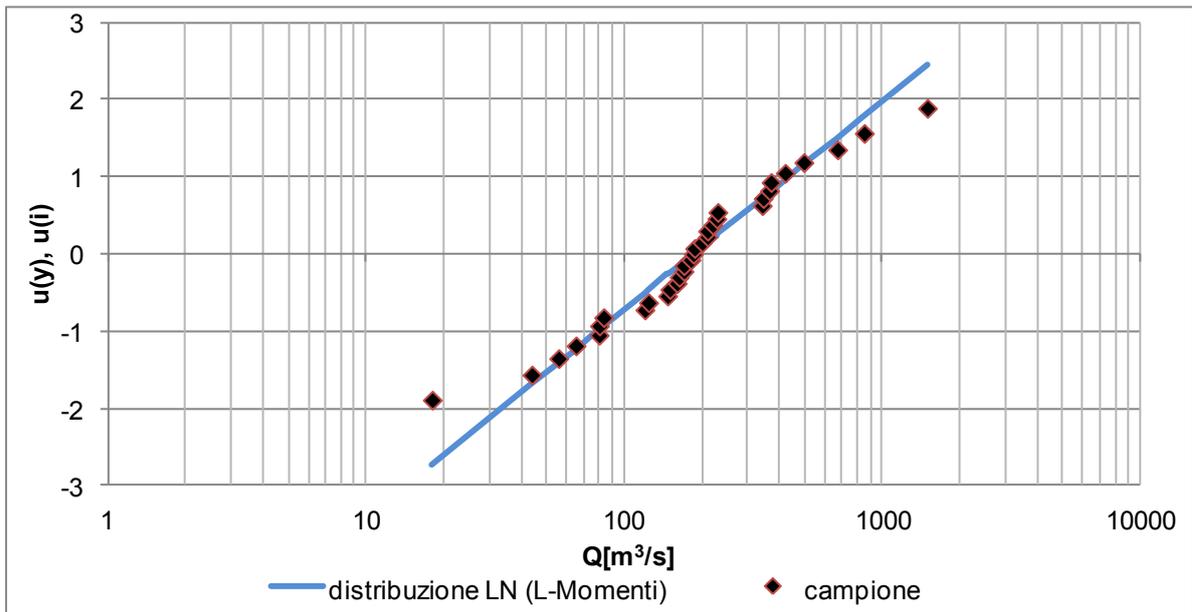


Figura 2.9. Distribuzione LogNormale – Metodo degli L-Momenti

2.3.2. Distribuzione Gumbel

Gli L-Momenti sono stimatori lineari dei momenti di un campione. Occorre innanzitutto calcolare i b_r che sono i PWM campionari (Probability Weighted Moments), tramite l'ausilio di un foglio di calcolo:

$$b_r = \int_{-\infty}^{+\infty} [x \cdot \{F(x)\}^r] \cdot f(x) dx$$

Quindi:

$$b_0 = \mu(x) = 267,6121$$

$$b_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(i-1)}{(N-1)} x_i = 195,8158$$

$$b_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(i-1)(i-2)}{(N-1)(N-2)} x_i = 160,8598$$

$$b_3 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(i-1)(i-2)(i-3)}{(N-1)(N-2)(N-3)} x_i = 139,5335$$

Si calcolano particolari combinazioni di PWM:

$$\lambda_1 = b_0 = 267,6121 \text{ media}$$

$$\lambda_2 = 2b_1 - b_0 = 124,0195 \text{ dispersione}$$

$$\lambda_3 = 6b_2 - 6b_1 + b_0 = 57,8762 \text{ asimmetria}$$

A questo punto si calcolano gli L-momenti campionari:

$$L_1 = \mu(x) = b_0 = 267,6121$$

$$L_2 = 2b_1 - b_0 = 124,0195$$

$$L_3 = 6b_2 - 6b_1 + b_0 = 57,8762$$

Da questi valori si calcolano i parametri della distribuzione Gumbel:

$$\theta_1 = L_1 - 0,5772 \cdot \theta_2 = 164,3382$$

$$\theta_2 = \frac{L_2}{\ln(2)} = 178,9223$$

Si calcolano in seguito i valori:

$$u(x) = \frac{x - \theta_1}{\theta_2}$$

$$u_i = -\ln \left[\ln \left(\frac{1}{F_i} \right) \right]$$

dove:

$$F_i = \frac{i}{(N + 1)}$$

In *tabella 2.9* sono riportati tutti i dati calcolati con le formule soprastanti. Successivamente si verifica graficamente l'adattamento al campione della funzione di probabilità Gumbel, con parametri stimati con il metodo dei momenti usando la relativa carta probabilistica (v. *Figura 2.10*).

i	$x_i = Q [m^3/s]$	$u(x)$	$u(i)$	$F(i)$
1	18	-0,817886	-1,26027	0,029412
2	43,8	-0,673690	-1,04141	0,058824
3	55,6	-0,607739	-0,88696	0,088235
4	64,9	-0,555762	-0,76084	0,117647
5	79,8	-0,472485	-0,65072	0,147059
6	80	-0,471367	-0,55078	0,176471
7	83,1	-0,454041	-0,45771	0,205882
8	120	-0,247807	-0,36944	0,235294
9	124	-0,225451	-0,28453	0,264706
10	147	-0,096903	-0,20194	0,294118
11	150	-0,080136	-0,12086	0,323529
12	160	-0,024246	-0,04062	0,352941
13	163	-0,007479	0,039353	0,382353
14	170	0,031644	0,119569	0,411765
15	170	0,031644	0,200514	0,441176
16	181	0,093123	0,282666	0,470588
17	185	0,115479	0,366513	0,500000
18	187	0,126657	0,452574	0,529412
19	200	0,199315	0,54142	0,558824
20	210	0,255205	0,633694	0,588235
21	210	0,255205	0,730147	0,617647
22	220	0,311095	0,831678	0,647059
23	228	0,355807	0,93939	0,676471
24	230	0,366985	1,054672	0,705882
25	342	0,992955	1,17933	0,735294
26	345	1,009722	1,315784	0,764706
27	365	1,121503	1,467402	0,794118
28	370	1,149448	1,639093	0,823529
29	420	1,428898	1,838444	0,852941
30	496	1,853664	2,078137	0,882353
31	670	2,826153	2,381917	0,911765
32	850	3,832176	2,803054	0,941176
33	1493	7,425914	3,511471	0,970588

Tabella 2.9. Distribuzione Gumbel – Metodo degli L-Momenti

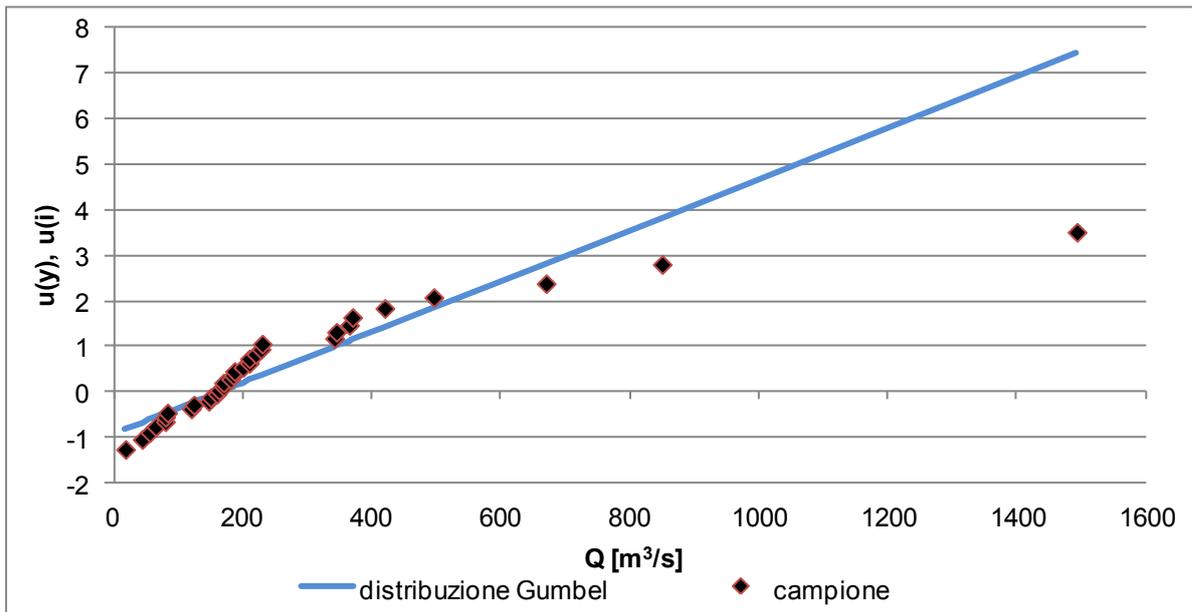


Figura 2.10. Distribuzione Gumbel – Metodo degli L-Momenti

2.3.3. Distribuzione GEV

Funzione densità di probabilità per la distribuzione GEV è:

$$f(x) = \frac{1}{\theta_2} \cdot e^{-(1-\theta_3) \cdot y - e^{-y}}$$

Funzione cumulata di probabilità per la distribuzione GEV è:

$$F(x) = e^{-e^{-y}}$$

$$\text{con } y = \begin{cases} -\frac{\ln[1-\theta_3 \cdot \frac{(x-\theta_1)}{\theta_2}]}{\theta_3} & \text{con } \theta_3 \neq 0 \\ \frac{x-\theta_1}{\theta_2} & \text{con } \theta_3 = 0 \end{cases}$$

Occorre innanzitutto calcolare i b_r (che sono gli stessi calcolati per la distribuzione Gumbel):

$$b_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = 267,6121$$

$$b_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(i-1)}{(N-1)} x_i = 195,8158$$

$$b_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(i-1)(i-2)}{(N-1)(N-2)} x_i = 160,8598$$

Si calcolano particolari combinazioni di PWM:

$$\lambda_1 = b_0 = 267,6121 \text{ media}$$

$$\lambda_2 = 2b_1 - b_0 = 124,0195 \text{ dispersione}$$

A questo punto si calcolano gli L-momenti campionari (sia $X=Q$):

$$L_1 = \mu(x) = b_0 = 267,6121$$

$$L_2 = 2b_1 - b_0 = 124,0195$$

$$L_3 = 6b_2 - 6b_1 + b_0 = 57,8762$$

E successivamente, i parametri L-momenti:

$$\tau_3 = \frac{L_3}{L_2} = 0,4667$$

$$c = \frac{2}{3 + \tau_3} - \frac{\ln 2}{\ln 3} = -0,0540$$

Da questi valori calcoliamo i parametri della distribuzione GEV:

$$\theta_1 = L_1 - \frac{\theta_2}{\theta_3} \cdot (1 - \Gamma(1 + \theta_3)) = 139,5424$$

$$\theta_2 = \frac{L_2 \cdot \theta_3}{(1 - 2^{-\theta_3}) \cdot \Gamma(1 + \theta_3)} = 101,1199$$

$$\theta_3 \cong 7.8590 \cdot c + 2.9554 \cdot c^2 = -0,4158$$

Dove con excel: $\Gamma(x) = \text{EXP}[\text{LN.GAMMA}(x)]$

Confronto Momenti e L-Momenti

In conclusione si vuole confrontare il metodo dei momenti con quello degli L-Momenti per ogni distribuzione (v. Figura 2.11 e 2.12)

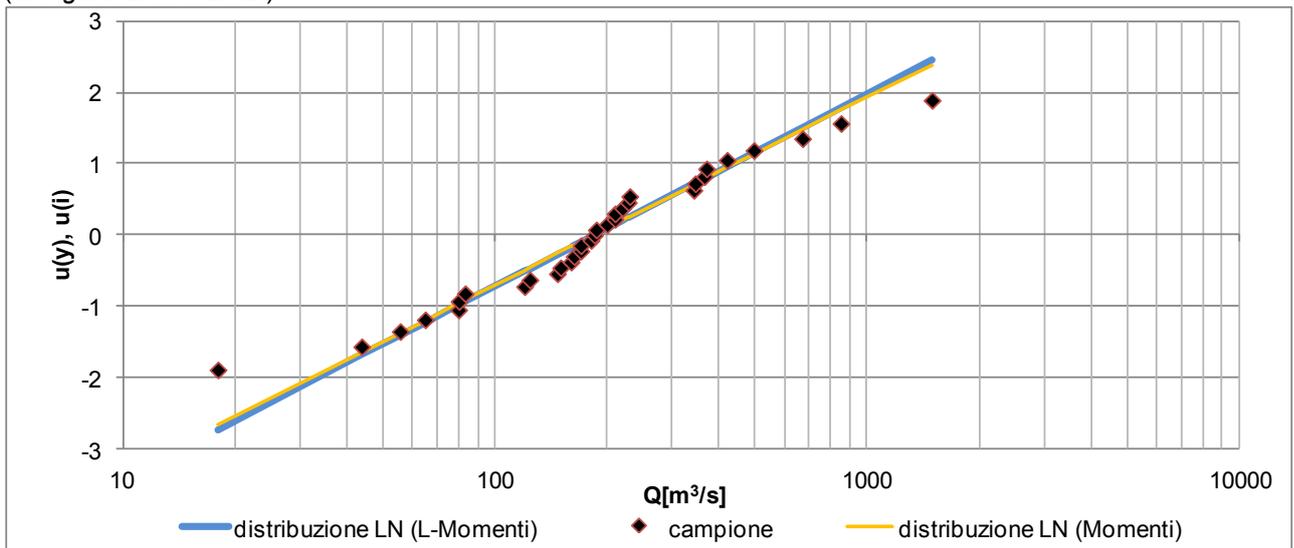


Figura 2.11. Distribuzione LogNormale

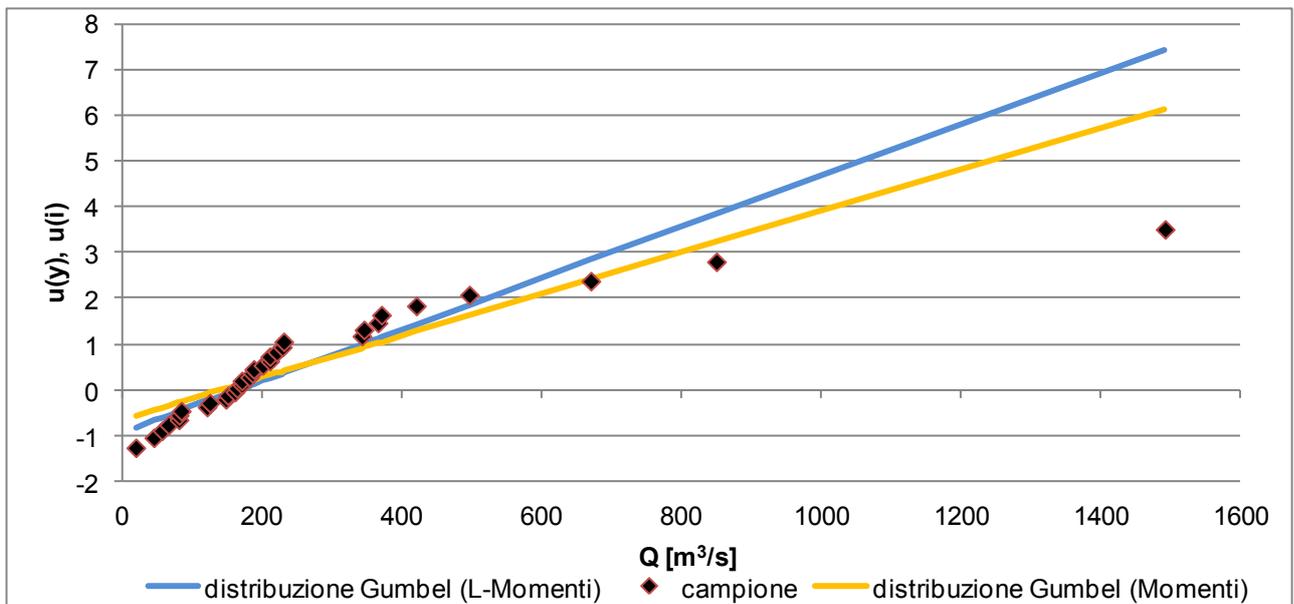


Figura 2.12. Distribuzione Gumbel

2.3.4. Stima delle portate di progetto

Occorre ora stimare le portate di progetto x_T su entrambe le distribuzioni per valori di periodo di ritorno T pari a 50, 100, 200 anni.

Innanzitutto occorre calcolare:

$$1 - F = \Pr(s) = \frac{1}{T} \rightarrow F = 1 - \frac{1}{T}$$

dove:

- Pr (s) = probabilità di superamento
- F = frequenza di non superamento
- T = periodo di ritorno [anni]

Successivamente si ricavano i valori:

$$x_T(LN) = INV.LOGNORM(F_i; \theta_1; \theta_2)$$

$$x_T(Gumbel) = \theta_1 - \theta_2 \cdot \ln(-\ln(F_i))$$

$$x_T(GEV) = \begin{cases} \theta_1 + \frac{\theta_2 \cdot [1 - (-\ln(F_i))^{\theta_3}]}{\theta_3} & \text{con } \theta_3 \neq 0 \\ \theta_1 - \theta_2 \cdot \ln(-\ln(F_i)) & \text{con } \theta_3 = 0 \end{cases}$$

T [anni]	p	F(x)	u(x)	x_T (LogNormale) [m ³ /s]	x_T (Gumbel) [m ³ /s]	x_T (GEV) [m ³ /s]
50	0,02	0,98	2,0537	1073,2	862,5	1128,3
100	0,01	0,99	2,3263	1355,1	987,4	1543,3
200	0,005	0,995	2,5758	1677,6	1111,9	2095,7

Tabella 2.10. Portate di progetto (metodo degli L-Momenti)

In conclusione si vuole creare una comparazione delle tre distribuzioni con i relativi tempi di ritorno (v. Figura 2.13). Le Tabelle 2.12 2.13 e 2.14 si ricavano utilizzando le seguenti formule:

$F_{teorica}$ = funzione cumulativa teorica, varia in base al tipo di distribuzione

$$1 - F = \frac{1}{T} \rightarrow T = \frac{1}{1-F}$$

i	$x_i = Q$ [m ³ /s]	F(i)	T [anni]	lnT
1	18	0,029412	1,0	0,029853
2	43,8	0,058824	1,1	0,060625
3	55,6	0,088235	1,1	0,092373
4	64,9	0,117647	1,1	0,125163
5	79,8	0,147059	1,2	0,159065
6	80	0,176471	1,2	0,194156
7	83,1	0,205882	1,3	0,230524
8	120	0,235294	1,3	0,268264
9	124	0,264706	1,4	0,307485
10	147	0,294118	1,4	0,348307
11	150	0,323529	1,5	0,390866
12	160	0,352941	1,5	0,435318
13	163	0,382353	1,6	0,481838
14	170	0,411765	1,7	0,530628
15	170	0,441176	1,8	0,581922
16	181	0,470588	1,9	0,635989
17	185	0,500000	2,0	0,693147
18	187	0,529412	2,1	0,753772
19	200	0,558824	2,3	0,818310

i	$x_i = Q [m^3/s]$	F(i)	T [anni]	lnT
20	210	0,588235	2,4	0,887303
21	210	0,617647	2,6	0,961411
22	220	0,647059	2,8	1,041454
23	228	0,676471	3,1	1,128465
24	230	0,705882	3,4	1,223775
25	342	0,735294	3,8	1,329136
26	345	0,764706	4,3	1,446919
27	365	0,794118	4,9	1,580450
28	370	0,823529	5,7	1,734601
29	420	0,852941	6,8	1,916923
30	496	0,882353	8,5	2,140066
31	670	0,911765	11,3	2,427748
32	850	0,941176	17,0	2,833213
33	1493	0,970588	34,0	3,526361

Tabella 2.11. Valori campionari

F_{teorica}	T [anni]	ln(T)
0,003227	1,0	0,003232
0,046037	1,0	0,047130
0,079895	1,1	0,083268
0,110283	1,1	0,116852
0,162684	1,2	0,177553
0,163404	1,2	0,178414
0,174603	1,2	0,191890
0,306180	1,4	0,365543
0,319754	1,5	0,385301
0,393759	1,6	0,500478
0,402870	1,7	0,515621
0,432308	1,8	0,566177
0,440859	1,8	0,581354
0,460311	1,9	0,616762
0,460311	1,9	0,616762
0,489479	2,0	0,672323
0,499669	2,0	0,692485
0,504682	2,0	0,702555
0,535968	2,2	0,767802
0,558553	2,3	0,817697
0,558553	2,3	0,817697
0,579912	2,4	0,867290
0,596156	2,5	0,906727
0,600104	2,5	0,916552
0,763395	4,2	1,441364
0,766532	4,3	1,454710
0,786208	4,7	1,542750

F_{teorica}	T [anni]	ln(T)
0,790809	4,8	1,564508
0,830808	5,9	1,776721
0,875286	8,0	2,081729
0,933601	15,1	2,712075
0,962565	26,7	3,285140
0,992648	136,0	4,912749

Tabella 2.12. Valori distribuzione LogNormale (L-Momenti)

F_{teorica}	T [anni]	ln(T)
0,103757	1,1	0,109543
0,140653	1,2	0,151582
0,159410	1,2	0,173651
0,174948	1,2	0,192309
0,201095	1,3	0,224514
0,201456	1,3	0,224965
0,207077	1,3	0,232030
0,277700	1,4	0,325315
0,285679	1,4	0,336423
0,332288	1,5	0,403898
0,338431	1,5	0,413141
0,358961	1,6	0,444665
0,365128	1,6	0,454332
0,379519	1,6	0,477260
0,379519	1,6	0,477260
0,402089	1,7	0,514314
0,410270	1,7	0,528091
0,414354	1,7	0,535039
0,440744	1,8	0,581147
0,460815	1,9	0,617697
0,460815	1,9	0,617697
0,480636	1,9	0,655151
0,496284	2,0	0,685742
0,500164	2,0	0,693475
0,690403	3,2	1,172483
0,694669	3,3	1,186358
0,721957	3,6	1,279979
0,728468	3,7	1,303675
0,786964	4,7	1,546295
0,854993	6,9	1,930972
0,942480	17,4	2,855627
0,978571	46,7	3,842988
0,999405	1679,4	7,426212

Tabella 2.13. Valori distribuzione Gumbel (L-Momenti)

F_{teorica}	T [anni]	ln(T)
0,005037	1,0	0,005050
0,035744	1,0	0,036398
0,062769	1,1	0,064826
0,089361	1,1	0,093609
0,139467	1,2	0,150203
0,140188	1,2	0,151041
0,151488	1,2	0,164271
0,294288	1,4	0,348548
0,309702	1,4	0,370632
0,394580	1,7	0,501832
0,405067	1,7	0,519307
0,438914	1,8	0,577881
0,448724	1,8	0,595519
0,470984	1,9	0,636736
0,470984	1,9	0,636736
0,504168	2,0	0,701518
0,515693	2,1	0,725036
0,521348	2,1	0,736782
0,556394	2,3	0,812818
0,581394	2,4	0,870824
0,581394	2,4	0,870824
0,604775	2,5	0,928299
0,622372	2,6	0,973845
0,626623	2,7	0,985166
0,792139	4,8	1,570886
0,795099	4,9	1,585228
0,813461	5,4	1,679114
0,817704	5,5	1,702123
0,853765	6,8	1,922538
0,892145	9,3	2,226971
0,940031	16,7	2,813921
0,963295	27,2	3,304849
0,989230	92,9	4,531021

Tabella 2.14. Valori distribuzione GEV (L-Momenti)

In *Figura 2.13* si può osservare che la distribuzione LogNormale e quella di Gumbel non si adattano efficacemente alla serie dei dati campionari. Per questo ci si può attendere che tali distribuzioni non supereranno (o difficilmente supereranno) i test statistici di adattamento a cui verranno sottoposte in seguito.

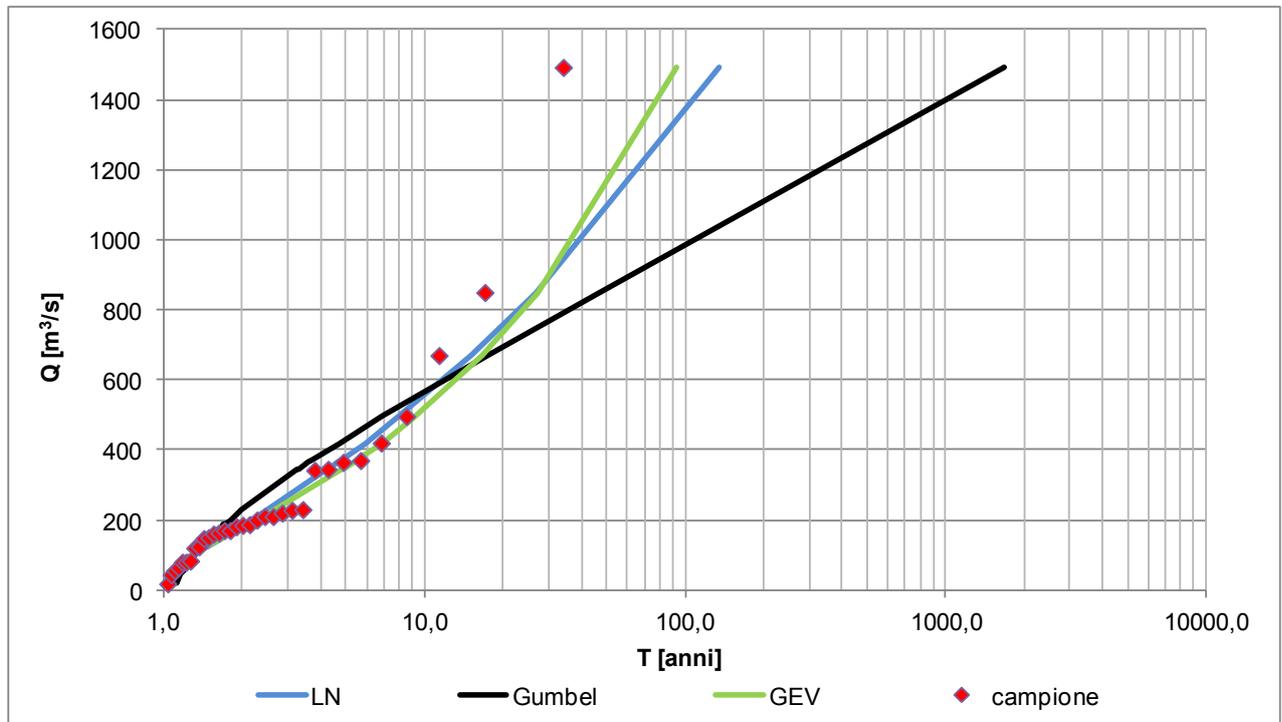


Figura 2.13. Comparazione delle distribuzioni (con i tempi di ritorno)

2.4. Verifica e scelta del modello probabilistico

Si consideri la serie storica dei massimi annui dei colmi di piena osservati alla stazione San Martino del fiume Chisone.

Ora si sottopongono le tre distribuzioni che hanno superato le verifiche preliminari di adattamento (ovvero le distribuzioni Gumbel, LogNormale e GEV), ai test di adattamento del Chi Quadrato (Pearson) e di Anderson Darling, adottando un livello di significatività α del 5% e considerando i parametri stimati con il metodo degli L-Momenti.

2.4.1. Test Chi Quadro (Pearson)

Il test χ^2 parte dalla suddivisione del campione in k classi equiprobabili che si escludono a vicenda. Ogni intervallo sarà caratterizzato da due valori x_{inf} e x_{sup} ricavabili dall'inversa della distribuzione di probabilità considerata.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - Np_i)^2}{Np_i}$$

Si comprende che il termine al numeratore $n_i - Np_i$ sia indice dell'affinamento della distribuzione considerata, in quanto è lo scarto tra i valori realmente ricadenti nella classe i -esima e quelli attesi (avendo considerato la determinata distribuzione di probabilità).

L'ipotesi H_0 di partenza è che il campione osservato può essere considerato estratto da una distribuzione qualunque (cioè la distribuzione in esame si adatta efficacemente al campione di dati).

Quindi il test risulta:

- sempre accettabile quando

$$\chi^2 < \chi^2_{limite, inf} (1-\alpha; k-s-1)$$

il valore limite che può essere ricavato nei seguenti modi:

- Tramite funzione excel INV.CHI.QUAD(probabilità_di_non_superamento; k-s-1)
- Tramite tabella in funzione del livello di significatività α , del numero di classi k e del numero di parametri s della distribuzione sottoposta al test

- non accettabile (ma può essere ulteriormente valutato), nel caso in cui $\chi^2_{limite, inf} (1-\alpha; k-s-1) < \chi^2 < \chi^2_{limite, sup} (1-\alpha; k-1)$

- non accettabile (e l'ipotesi H_0 è rigettata), nel caso in cui $\chi^2 > \chi^2_{limite, sup} (1-\alpha; k-1)$

Dove: $\chi^2_{limite, sup} (1-\alpha; k-1)$ è calcolato con la funzione excel:

$$INV.CHI.QUAD(probabilità_di_non_superamento; k-1)$$

I. Distribuzione LogNormale

Noti:

$$\begin{aligned} \alpha &= 0,05 \\ 1-\alpha &= 0,95 \\ N &= 33 \\ k &= 8,0991 \approx 8 \\ s &= 2 \\ \text{Grado di libert\`a} &= 5 \\ p_i &= 0,125 \\ N \cdot p_i &= 4,125 \\ \chi^2_{\text{limite, inf}}(1-\alpha; k-s-1) &= 11,070 \\ \chi^2_{\text{limite, sup}}(1-\alpha; k-1) &= 14,067 \end{aligned}$$

Dove:

α = livello di significativit\`a 5% = 0,05
 $1-\alpha$ = probabilit\`a di non superamento = 0,95
 N = numero di osservazioni
 k = numero di classi $k = 2 \cdot N^{0,4}$
 s = numero di parametri (θ_1, θ_2)
 Gradi di libert\`a = $k-s-1$
 p_i = intervallo di probabilit\`a, \`e la probabilit\`a di cadere nella classe i-esima $p_i = \frac{1}{k}$
 $N \cdot p_i$ = numero teorico di osservazioni che ricade nell'intervallo i di probabilit\`a cumulata
 n_i = numero di osservazioni che effettivamente ricadono nell'intervallo

Funzioni Excel:

$$\chi^2_{\text{limite, inf}}(1-\alpha; k-s-1) = \text{INV.CHI}(\alpha; \text{grado_di_libert\`a})$$

$$\chi^2_{\text{limite, sup}}(1-\alpha; k-1) = \text{INV.CHI}(\alpha; k-1)$$

$$X(\text{quantili}) = \text{INV.LOGNORM}(F_{\text{empirica}}; \theta_1; \theta_2)$$

F_{empirica}	X (quantili)
0,125	69,1823
0,25	103,9515
0,375	140,9514
0,5	185,1315
0,625	243,1593
0,75	329,7082
0,875	495,4110

k	Intervalli classe		n_i	χ^2_i
1	18,00	69,18	4	0,004
2	69,18	103,95	3	0,307
3	103,95	140,95	2	1,095
4	140,95	185,13	8	3,640
5	185,13	243,16	7	2,004
6	243,16	329,71	0	4,125
7	329,71	495,41	5	0,186
8	495,41	1493,00	4	0,004

χ^2	11,364
----------	--------

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - Np_i)^2}{Np_i}$$

$$\chi^2 = 11,364 > \chi^2_{\text{limite, inf}} = 11,070$$

$$\chi^2 = 11,364 < \chi^2_{\text{limite, sup}} = 14,067$$

Il test non risulta superato perché $\chi^2 > \chi^2_{\text{limite, inf}}$ ma rientra nell'intervallo compreso tra $\chi^2_{\text{limite, inf}}$ e $\chi^2_{\text{limite, sup}}$ e quindi è da valutare ulteriormente.

II. Distribuzione Gumbel

Noti:

$$\alpha = 0,05$$

$$1 - \alpha = 0,95$$

$$N = 33$$

$$k = 8,0991 \approx 8$$

$$s = 2$$

$$\text{Grado di libertà} = 5$$

$$p_i = 0,125$$

$$N \cdot p_i = 4,125$$

Con le seguenti funzioni Excel si calcolano:

$$\chi^2_{\text{limite, inf}} (1-\alpha; k-s-1) = \text{INV.CHI}(\alpha; \text{grado_di_libertà})$$

$$\chi^2_{\text{limite, sup}} (1-\alpha; k-1) = \text{INV.CHI}(\alpha; k-1)$$

Quindi si ottiene:

$$\chi^2_{\text{limite, inf}} (1-\alpha; k-s-1) = 11,070$$

$$\chi^2_{\text{limite, sup}} (1-\alpha; k-1) = 14,067$$

Dove:

α = livello di significatività 5% = 0,05

$1-\alpha$ = probabilità di non superamento = 0,95

N = numero di osservazioni

k = numero di classi $k = 2 \cdot N^{0,4}$

s = numero di parametri (θ_1, θ_2)

Gradi di libertà = $k-s-1$

p_i = intervallo di probabilità, è la probabilità di cadere nella classe i -esima $p_i = \frac{1}{k}$

$N \cdot p_i$ = numero teorico di osservazioni che ricade nell'intervallo i di probabilità cumulata

n_i = numero di osservazioni che effettivamente ricadono nell'intervallo

Si calcolano ora i quantili:

$$X = \vartheta_1 - \vartheta_2 \cdot \ln \left(\ln \frac{1}{F_{\text{empirica}}} \right)$$

F_{empirica}	X (quantili)
0,125	33,3492
0,25	105,8959
0,375	167,8015
0,5	229,9155
0,625	299,4272
0,75	387,2574
0,875	524,5837

k	Intervalli classe		n _i	χ ² _i
1	18,00	69,18	4	0,004
2	69,18	103,95	6	0,852
3	103,95	140,95	6	0,852
4	140,95	185,13	10	8,367
5	185,13	243,16	1	2,367
6	243,16	329,71	4	0,004
7	329,71	495,41	2	1,095
8	495,41	1493,00	3	0,307

χ ²	13,848
----------------	--------

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \chi_i^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - Np_i)^2}{Np_i}$$

$$\chi^2 = 11.36 > \chi^2_{\text{limite, inf}} = 11,070$$

$$\chi^2 = 11.36 < \chi^2_{\text{limite, sup}} = 14,067$$

Il test non risulta superato perché $\chi^2 > \chi^2_{\text{limite, inf}}$ ma rientra nell'intervallo compreso tra $\chi^2_{\text{limite, inf}}$ e $\chi^2_{\text{limite, sup}}$ e quindi è da valutare ulteriormente.

III. Distribuzione GEV

Noti:

$$\alpha = 0,05$$

$$1 - \alpha = 0,95$$

$$N = 33$$

$$k = 8,0991 \approx 8$$

$$s = 3$$

$$\text{Grado di libertà} = 4$$

$$p_i = 0,125$$

$$N \cdot p_i = 4,125$$

Con le seguenti funzioni Excel si calcolano:

$$\chi^2_{\text{limite, inf}} (1-\alpha; k-s-1) = \text{INV.CHI}(\alpha; \text{grado_di_libertà})$$

$$\chi^2_{\text{limite, sup}} (1-\alpha; k-1) = \text{INV.CHI}(\alpha; k-1)$$

Quindi si ottiene:

$$\chi^2_{\text{limite, inf}} (1-\alpha; k-s-1) = 9,488$$

$$\chi^2_{\text{limite, sup}} (1-\alpha; k-1) = 14,067$$

Dove:

α = livello di significatività 5% = 0,05

1-α = probabilità di non superamento = 0,95

N = numero di osservazioni

k = numero di classi $k = 2 \cdot N^{0,4}$

s = numero di parametri (θ₁, θ₂, θ₃)

Gradi di libertà = k-s-1

p_i = intervallo di probabilità, è la probabilità dei cadere nella classe i-esima $p_i = \frac{1}{k}$

N·p_i = numero teorico di osservazioni che ricade nell'intervallo i di probabilità cumulata

n_i = numero di osservazioni che effettivamente ricadono nell'intervallo

Si calcolano ora i quantili:

$$X = \theta_1 + \frac{\theta_2 \cdot \left[1 - (-\ln(F))^{\theta_3} \right]}{\theta_3} \quad \text{con } \theta_3 \neq 0$$

F_{empirica}	X (quantili)
0,125	75,7192
0,25	108,6580
0,375	141,5076
0,5	179,5775
0,625	229,2333
0,75	304,6109
0,875	458,0963

k	Intervalli classe		n_i	χ²_i
1	18,00	75,72	4	0,004
2	75,72	108,66	3	0,307
3	108,66	141,51	2	1,095
4	141,51	179,58	6	0,852
5	179,58	229,23	8	3,640
6	229,23	304,61	1	2,367
7	304,61	458,10	5	0,186
8	458,10	1493,00	4	0,004

χ²	8,455
----------------------	--------------

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \chi_i^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - Np_i)^2}{Np_i}$$

$$\chi^2 = 11.36 > \chi^2_{\text{limite, inf}} = 11,070$$

$$\chi^2 = 11.36 < \chi^2_{\text{limite, sup}} = 14,067$$

Il test risulta superato perché $\chi^2 < \chi^2_{\text{limite,inf}}$

2.4.2. Test Anderson Darling

Il test di adattamento di Anderson-Darling è basato sul confronto tra la distribuzione di probabilità corrispondente all'ipotesi H_0 e la funzione di frequenza cumulata. In particolare questo tipo di test valuta lo scostamento medio quadratico tra la funzione di frequenza cumulata e la distribuzione ipotizzata valida attraverso una funzione di peso che porta maggior sensibilità sulla discrepanza nelle code delle due distribuzioni.

Occorre calcolare:

$$A^2 = -N - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{(2i-1) \cdot \ln[F(x_i)] + (2N+1-2i) \cdot \ln[1-F(x_i)]\}$$

Nelle applicazioni pratiche conviene trasformare la variabile A^2 tramite le seguenti relazioni:

$$\omega = 0,0403 + 0,116 \cdot \left(\frac{A^2 - \xi_p}{\beta_p} \right)^{\frac{\eta_p}{0,861}} \quad \text{con } 1,2 \cdot \xi_p \leq A^2$$

$$\omega = \left[0,0403 + 0,116 \cdot \left(\frac{0,2 \cdot \xi_p}{\beta_p} \right)^{\frac{\eta_p}{0,861}} \right] \cdot \frac{A^2 - 0,2 \cdot \xi_p}{\xi_p} \quad \text{con } 1,2 \cdot \xi_p > A^2$$

Dove ξ_p , β_p , η_p sono coefficienti diversi per ogni distribuzione riportati in *Figura 2.14*.

Sia $\omega_{\text{limite}} = 0,461$ (con $\alpha = 0,05$).

Distribution ^b	ξ_p	β_p	η_p
EV1 and EV2	0.169	0.229	1.141
NORM and LN	0.167	0.229	1.147
GEV ^c	$0.147 (1 + 0.13 \hat{\theta}_3 + 0.21 \hat{\theta}_3^2 + 0.09 \hat{\theta}_3^3)$	$0.189 (1 + 0.20 \hat{\theta}_3 + 0.37 \hat{\theta}_3^2 + 0.17 \hat{\theta}_3^3)$	$1.186 (1 - 0.04 \hat{\theta}_3 - 0.04 \hat{\theta}_3^2 - 0.01 \hat{\theta}_3^3)$
GAM and LP3 ^d	$0.145 (1 + 0.17 \hat{\theta}_3^{-1} + 0.33 \hat{\theta}_3^{-2})$	$0.186 (1 + 0.34 \hat{\theta}_3^{-1} + 0.30 \hat{\theta}_3^{-2})$	$1.194 (1 - 0.04 \hat{\theta}_3^{-1} - 0.12 \hat{\theta}_3^{-2})$

^aHere $\hat{\theta}_3$ is an asymptotic efficient estimator (usually maximum likelihood) of the shape parameter of the distribution.

^bFor tests of the EV2, LN, and LP3 distributions the data must be preliminarily log transformed.

^cFor the GEV distribution, if $\hat{\theta}_3 > 0.5$, $\hat{\theta}_3 = 0.5$ must be set in the regressions.

^dFor the GAM and LP3 distributions, if $\hat{\theta}_3 < 2$, $\hat{\theta}_3 = 2$ must be set in the regressions.

Figura 2.14. Coefficienti relativi a diverse distribuzioni, per il test di Anderson

Un volta calcolato ω il test di Anderson risulta:

- superato se

$$\omega < \omega_{\text{limite}}$$

- non superato se

$$\omega > \omega_{\text{limite}}$$

I. Distribuzione LogNormale

Noti:

$$\alpha = 0,05$$

$$N = 33$$

Si può calcolare:

$$A^2 = 0,42 \text{ (v. Tabella 2.15)}$$

$$\xi_p = 0,167 \text{ (v. Figura 2.14 – “Norm and LN”)}$$

$$\beta_p = 0,229 \text{ (v. Figura 2.14 – “Norm and LN”)}$$

$$\eta_p = 1,147 \text{ (v. Figura 2.14 – “Norm and LN”)}$$

$$1,2 * \xi_p = 0,2204 < A^2 \rightarrow \omega = 0,175$$

Allora: $\omega < \omega_{\text{limite}} = 0,461$ quindi la distribuzione LogNormale supera il test di Anderson.

x_i	$y_i = \ln(x_i)$	i	a (2^*i-1)	$F(x_i)$	b $\ln(F(x_i))$	c $2*N+1-2*i$	d $\ln(1-F(x_i))$	$(a*b+c*d)_i$
18	2,89	1	1	0,0034	-5,6881	65	-0,0034	-5,9085
43,8	3,78	2	3	0,0470	-3,0576	63	-0,0481	-12,2057
55,6	4,02	3	5	0,0811	-2,5117	61	-0,0846	-17,7197
64,9	4,17	4	7	0,1116	-2,1924	59	-0,1184	-22,3317
79,8	4,38	5	9	0,1641	-1,8072	57	-0,1793	-26,4826
80	4,38	6	11	0,1648	-1,8029	55	-0,1801	-29,7378
83,1	4,42	7	13	0,1760	-1,7372	53	-0,1936	-32,8443
120	4,79	8	15	0,3072	-1,1802	51	-0,3670	-36,4222
124	4,82	9	17	0,3207	-1,1371	49	-0,3867	-38,2819
147	4,99	10	19	0,3944	-0,9305	47	-0,5015	-41,2486
150	5,01	11	21	0,4034	-0,9078	45	-0,5166	-42,3079
160	5,08	12	23	0,4327	-0,8377	43	-0,5669	-43,6427
163	5,09	13	25	0,4412	-0,8182	41	-0,5820	-44,3170
170	5,14	14	27	0,4605	-0,7753	39	-0,6172	-45,0049
170	5,14	15	29	0,4605	-0,7753	37	-0,6172	-45,3212
181	5,20	16	31	0,4895	-0,7143	35	-0,6724	-45,6785
185	5,22	17	33	0,4997	-0,6938	33	-0,6925	-45,7477
187	5,23	18	35	0,5047	-0,6839	31	-0,7025	-45,7133
200	5,30	19	37	0,5358	-0,6241	29	-0,7673	-45,3438
210	5,35	20	39	0,5582	-0,5830	27	-0,8169	-44,7946
210	5,35	21	41	0,5582	-0,5830	25	-0,8169	-44,3268
220	5,39	22	43	0,5794	-0,5457	23	-0,8662	-43,3865
228	5,43	23	45	0,5956	-0,5182	21	-0,9054	-42,3307
230	5,44	24	47	0,5995	-0,5116	19	-0,9151	-41,4329

x_i	$y_i = \ln(x_i)$	i	a (2^i-1)	$F(x_i)$	b $\ln(F(x_i))$	c 2^*N+1-2^*i	d $\ln(1-F(x_i))$	$(a^*b+c^*d)_i$
342	5,83	25	49	0,7621	-0,2717	17	-1,4359	-37,7225
345	5,84	26	51	0,7652	-0,2676	15	-1,4491	-35,3838
365	5,90	27	53	0,7848	-0,2423	13	-1,5364	-32,8134
370	5,91	28	55	0,7894	-0,2364	11	-1,5580	-30,1415
420	6,04	29	57	0,8294	-0,1871	9	-1,7684	-26,5781
496	6,21	30	59	0,8739	-0,1348	7	-2,0706	-22,4474
670	6,51	31	61	0,9325	-0,0699	5	-2,6950	-17,7408
850	6,75	32	63	0,9617	-0,0390	3	-3,2624	-12,2473
1493	7,31	33	65	0,9924	-0,0077	1	-4,8732	-5,3723

Sommatoria(a*b+c*d)_i = -1102,98

Tabella 2.15. per il calcolo di A^2

II. Distribuzione Gumbel

Noti:

$$\alpha = 0,05$$

$$N = 33$$

Si può calcolare:

$$A^2 = 1,51 \text{ (v. Tabella 2.16)}$$

$$\xi_p = 0,169 \text{ (v. Figura 2.14 – “EV1 and EV2”)}$$

$$\beta_p = 0,229 \text{ (v. Figura 2.14 – “EV1 and EV2”)}$$

$$\eta_p = 1,141 \text{ (v. Figura 2.14 – “EV1 and EV2”)}$$

$$1,2^*\xi_p = 0,2028 < A^2 \rightarrow \omega = 1,244$$

Allora: $\omega > \omega_{\text{limite}} = 0,461$ quindi la distribuzione Gumbel non supera il test di Anderson.

x_i	$y_i = \ln(x_i)$	i	a (2^i-1)	$F(x_i)$	b $\ln(F(x_i))$	c 2^*N+1-2^*i	d $\ln(1-F(x_i))$	$(a^*b+c^*d)_i$
18	2,89	1	1	0,1038	-2,2657	65	-0,1095	-9,3860
43,8	3,78	2	3	0,1407	-1,9615	63	-0,1516	-15,4341
55,6	4,02	3	5	0,1594	-1,8363	61	-0,1737	-19,7741
64,9	4,17	4	7	0,1749	-1,7433	59	-0,1923	-23,5491
79,8	4,38	5	9	0,2011	-1,6040	57	-0,2245	-27,2331
80	4,38	6	11	0,2015	-1,6022	55	-0,2250	-29,9971
83,1	4,42	7	13	0,2071	-1,5747	53	-0,2320	-32,7682
120	4,79	8	15	0,2777	-1,2812	51	-0,3253	-35,8093
124	4,82	9	17	0,2857	-1,2529	49	-0,3364	-37,7838
147	4,99	10	19	0,3323	-1,1018	47	-0,4039	-39,9165
150	5,01	11	21	0,3384	-1,0834	45	-0,4131	-41,3435
160	5,08	12	23	0,3590	-1,0245	43	-0,4447	-42,6850
163	5,09	13	25	0,3651	-1,0075	41	-0,4543	-43,8153
170	5,14	14	27	0,3795	-0,9689	39	-0,4773	-44,7721
170	5,14	15	29	0,3795	-0,9689	37	-0,4773	-45,7553
181	5,20	16	31	0,4021	-0,9111	35	-0,5143	-46,2445
185	5,22	17	33	0,4103	-0,8909	33	-0,5281	-46,8280
187	5,23	18	35	0,4144	-0,8810	31	-0,5350	-47,4225
200	5,30	19	37	0,4407	-0,8193	29	-0,5811	-47,1671
210	5,35	20	39	0,4608	-0,7748	27	-0,6177	-46,8934
210	5,35	21	41	0,4608	-0,7748	25	-0,6177	-47,2075
220	5,39	22	43	0,4806	-0,7326	23	-0,6552	-46,5722
228	5,43	23	45	0,4963	-0,7006	21	-0,6857	-45,9279
230	5,44	24	47	0,5002	-0,6928	19	-0,6935	-45,7386
342	5,83	25	49	0,6904	-0,3705	17	-1,1725	-38,0857

x_i	$y_i = \ln(x_i)$	i	a (2^i-1)	$F(x_i)$	b $\ln(F(x_i))$	c 2^N+1-2^i	d $\ln(1-F(x_i))$	$(a*b+c*d)_i$
345	5,84	26	51	0,6947	-0,3643	15	-1,1864	-36,3757
365	5,90	27	53	0,7220	-0,3258	13	-1,2800	-33,9066
370	5,91	28	55	0,7285	-0,3168	11	-1,3037	-31,7651
420	6,04	29	57	0,7870	-0,2396	9	-1,5463	-27,5723
496	6,21	30	59	0,8550	-0,1567	7	-1,9310	-22,7599
670	6,51	31	61	0,9425	-0,0592	5	-2,8556	-17,8918
850	6,75	32	63	0,9786	-0,0217	3	-3,8430	-12,8937
1493	7,31	33	65	0,9994	-0,0006	1	-7,4262	-7,4649

Sommatoria($a*b+c*d$)_i = -1138,74

Tabella 2.16. per il calcolo di A^2

III. Distribuzione GEV

Noti:

$$\alpha = 0,05$$

$$N = 33$$

Si può calcolare:

$$A^2 = 0,36 \text{ (v. Tabella 2.17)}$$

$$\xi_p = 0,143 \text{ (v. Figura 2.14 - "GEV")}$$

$$\beta_p = 0,183 \text{ (v. Figura 2.14 - "GEV")}$$

$$\eta_p = 1,198 \text{ (v. Figura 2.14 - "GEV")}$$

$$1,2*\xi_p = 1,438 > A^2 \rightarrow \omega = 0,114$$

Allora: $\omega < \omega_{\text{limite}} = 0,461$ quindi la distribuzione GEV supera il test di Anderson.

x_i	$y_i = \ln(x_i)$	i	a (2^i-1)	$F(x_i)$	b $\ln(F(x_i))$	c 2^N+1-2^i	d $\ln(1-F(x_i))$	$(a*b+c*d)_i$
18	2,89	1	1	0,0050	-5,2909	65	-0,0051	-5,6191
43,8	3,78	2	3	0,0357	-3,3314	63	-0,0364	-12,2872
55,6	4,02	3	5	0,0628	-2,7683	61	-0,0648	-17,7958
64,9	4,17	4	7	0,0894	-2,4151	59	-0,0936	-22,4284
79,8	4,38	5	9	0,1395	-1,9699	57	-0,1502	-26,2909
80	4,38	6	11	0,1402	-1,9648	55	-0,1510	-29,9198
83,1	4,42	7	13	0,1515	-1,8872	53	-0,1643	-33,2406
120	4,79	8	15	0,2943	-1,2232	51	-0,3485	-36,1239
124	4,82	9	17	0,3097	-1,1721	49	-0,3706	-38,0874
147	4,99	10	19	0,3946	-0,9299	47	-0,5018	-41,2549
150	5,01	11	21	0,4051	-0,9037	45	-0,5193	-42,3466
160	5,08	12	23	0,4389	-0,8235	43	-0,5779	-43,7883
163	5,09	13	25	0,4487	-0,8013	41	-0,5955	-44,4500
170	5,14	14	27	0,4710	-0,7529	39	-0,6367	-45,1619
170	5,14	15	29	0,4710	-0,7529	37	-0,6367	-45,3943
181	5,20	16	31	0,5042	-0,6848	35	-0,7015	-45,7834
185	5,22	17	33	0,5157	-0,6622	33	-0,7250	-45,7802
187	5,23	18	35	0,5213	-0,6513	31	-0,7368	-45,6370
200	5,30	19	37	0,5564	-0,5863	29	-0,8128	-45,2640
210	5,35	20	39	0,5814	-0,5423	27	-0,8708	-44,6630
210	5,35	21	41	0,5814	-0,5423	25	-0,8708	-44,0060
220	5,39	22	43	0,6048	-0,5029	23	-0,9283	-42,9756
228	5,43	23	45	0,6224	-0,4742	21	-0,9738	-41,7905
230	5,44	24	47	0,6266	-0,4674	19	-0,9852	-40,6864
342	5,83	25	49	0,7921	-0,2330	17	-1,5709	-38,1230

x_i	$y_i = \ln(x_i)$	i	a (2^i-1)	$F(x_i)$	b $\ln(F(x_i))$	c 2^*N+1-2^*i	d $\ln(1-F(x_i))$	$(a*b+c*d)_i$
345	5,84	26	51	0,7951	-0,2293	15	-1,5852	-35,4721
365	5,90	27	53	0,8135	-0,2065	13	-1,6791	-32,7707
370	5,91	28	55	0,8177	-0,2013	11	-1,7021	-29,7924
420	6,04	29	57	0,8538	-0,1581	9	-1,9225	-26,3145
496	6,21	30	59	0,8921	-0,1141	7	-2,2270	-22,3222
670	6,51	31	61	0,9400	-0,0618	5	-2,8139	-17,8420
850	6,75	32	63	0,9633	-0,0374	3	-3,3048	-12,2705
1493	7,31	33	65	0,9892	-0,0108	1	-4,5310	-5,2348

Sommatoria $(a*b+c*d)_i = -1100,92$

Tabella 2.17. per il calcolo di A^2

Quindi si può affermare che solo la distribuzione LogNormale e quella GEV hanno superato il test di Anderson-Darling.

In conclusione, la distribuzione GEV è l'unica che ha superato entrambi i test di adattamento a cui sono state sottoposte.

3. Esercitazione 3: stima delle curve di possibilità pluviometrica (IDF)

Nella *tabella 3.1* sono riportati i valori $h(d)$ delle altezze di pioggia massima annuale (mm) misurate a Prugelato per le durate $d = 1, 3, 6, 12, 24$ ore nel periodo di osservazione 1955 – 2009.

anno	1h	3h	6h	12h	24h
1955	7,80	12,00	18,00	27,00	30,00
1956	11,20	24,20	34,60	57,60	69,80
1957	17,00	31,00	46,80	63,40	114,00
1958	10,00	22,00	30,00	41,60	41,80
1959	15,20	20,00	32,00	59,00	75,00
1961	11,00	11,00	16,20	20,00	27,00
1962	13,40	32,40	50,40	88,00	113,00
1963	13,20	14,60	23,00	41,80	49,60
1964	22,80	23,00	30,00	46,00	58,00
1965	9,60	18,00	34,00	51,20	60,60
1966	10,80	14,60	17,00	30,00	35,00
1969	13,00	25,00	34,40	41,60	41,60
1970	11,60	20,60	21,80	29,40	36,00
1971	10,00	17,00	27,00	43,00	63,00
1972	9,60	23,00	35,00	67,00	79,00
1973	17,00	39,00	61,80	92,00	106,80
1974	11,20	22,40	39,80	59,00	59,60
1975	30,00	32,00	32,00	47,00	57,00
1976	12,20	15,60	28,40	49,40	80,60
1979	12,60	24,00	40,00	44,60	51,00
1980	12,40	19,40	19,40	25,40	38,20
1981	11,20	28,80	56,40	86,00	139,00
1982	8,00	13,80	24,40	32,00	34,20
1984	18,00	23,60	24,00	26,80	30,80
1985	16,00	29,00	41,00	49,00	49,40
1986	9,00	15,00	25,20	43,60	77,00
2003	33,00	43,00	43,80	43,80	45,90
2004	9,40	15,20	24,10	38,30	57,30
2005	13,50	32,80	50,80	71,00	78,90
2006	17,40	24,60	37,10	59,70	93,90
2007	9,80	18,20	23,20	37,30	47,90
2008	15,30	35,70	52,70	91,90	124,10
2009	27,70	50,30	50,30	50,30	50,30

Tabella 3.1

3.1. Relazione tra \bar{h}_d e durate

Si determini la relazione che lega la media dei massimi di precipitazione \bar{h}_d alle durate utilizzando un modello di regressione:

$$\bar{h}_d = a \cdot d^n \quad \text{con } d = \text{durata (ore)}.$$

Per la stima di a ed n si usa la regressione lineare sui logaritmi. Per farlo è necessario calcolare le medie dei massimi annui di precipitazione registrati nelle 5 durate: h_d (v. *Tabella 3.2*).

d	1h	3h	6h	12h	24h
h_d	14,24	23,96	34,08	50,11	64,10

Tabella 3.2

Si rappresentino graficamente sia le osservazioni che la retta interpolare (v. *Figura 3.1*). Da essa si può ricavare:

$$n = 0,4841$$

$$m = 2,659$$

$$a = e^m = 14,282$$

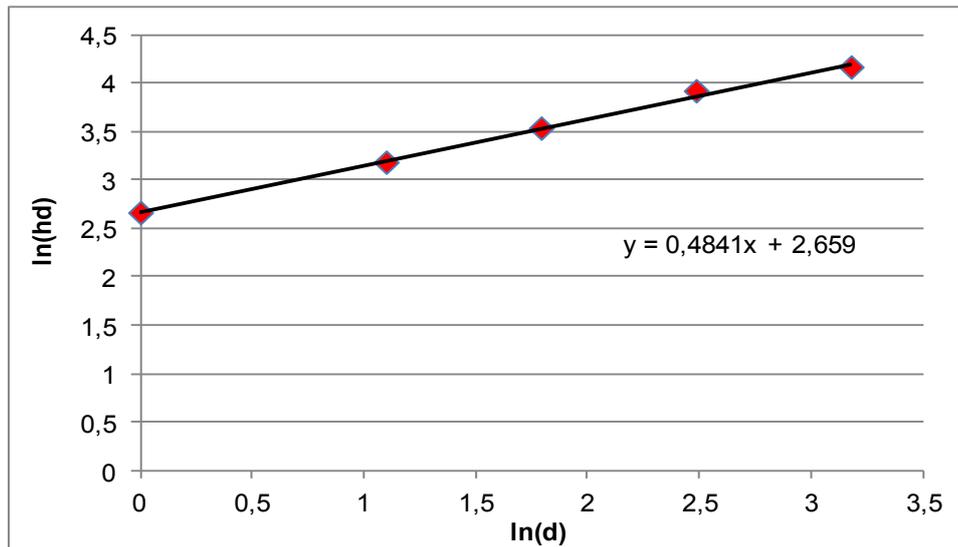


Figura 3.1.

3.2. Coefficiente di variazione

Si calcoli ora media, scarto quadratico medio e coefficiente di variazione Cv dei massimi annui dell'altezza di pioggia per ogni intervallo orario.

3.2.1. Distribuzione Gumbel

d [ore]	1	3	6	12	24
Media = μ	14,24	23,96	34,08	50,11	64,10
Sqm = σ	6,03	9,09	12,04	18,99	28,73
θ_1	11,53	19,88	28,66	41,57	51,17
θ_2	4,70	7,08	9,38	14,80	22,40
cv	0,42	0,38	0,35	0,38	0,45
CVmedio	0,40				

Tabella 3.3.

dove:

$$\vartheta_1 = \mu - 0,45 \cdot \sigma$$

$$\vartheta_2 = \frac{\sqrt{6} \cdot \sigma}{\pi}$$

$$Cv = \frac{\sigma}{\mu}$$

$$CV_{\text{medio}} = \sum \frac{Cv}{5}$$

3.2.2. Distribuzione GEV

d [ore]	1	3	6	12	24
Media = μ	14,24	23,96	34,08	50,11	64,10
Sqm = σ	6,03	9,09	12,04	18,99	28,73
c	-0,04	-0,01	0,01	0,00	-0,01
τ	0,38	0,20	0,14	0,17	0,24
λ_1	14,24	23,96	34,08	50,11	64,10
λ_2	3,08	5,13	7,02	10,77	16,16
λ_3	1,17	1,01	0,95	1,86	3,84
θ_1	11,18	19,56	28,49	41,11	49,61
θ_2	3,06	7,11	10,63	15,46	21,01
θ_3	-0,30	-0,04	0,05	0,00	-0,10
cv	0,42	0,38	0,35	0,38	0,45
CVmedio	0,40				

Tabella 3.4.

dove:

$$c = \frac{2}{3 + \tau} - \frac{\log(2)}{\log(3)}$$

$$\tau = \frac{\lambda_3}{\lambda_2}$$

$$\lambda_1 = \mu$$

$$\lambda_2 = 2b_1 - b_0$$

$$\lambda_3 = 6b_2 - 6b_1 + b_0$$

b_0 b_1 b_2 sono calcolati con l'ausilio di un foglio di calcolo excel e hanno i seguenti valori:

d [ore]	1	3	6	12	24
b0	14,24	23,96	34,08	50,11	64,10
b1	8,66	14,54	20,55	30,44	40,13
b2	6,48	10,72	15,03	22,40	30,09

$$\vartheta_1 = \lambda_1 - \frac{\vartheta_2}{\vartheta_3} [1 - \Gamma(1 + \vartheta_3)]$$

$$\vartheta_2 = \frac{\lambda_2 \cdot \vartheta_3}{(1 - 2^{-\vartheta_3}) \Gamma(1 + \vartheta_3)}$$

dove Γ è la funzione di excel: $\Gamma = LN.GAMMA()$

$$\vartheta_3 = 7,8590 \cdot c + 2,9554 \cdot c^2$$

$$Cv = \frac{\sigma}{\mu}$$

$$Cv_{\text{medio}} = \sum \frac{Cv}{5}$$

3.3. Curve IDF (distribuzione Gumbel)

Utilizzare la legge di Gumbel nella forma di dipendenza da media e coefficiente di variazione (parametri stimati con il metodo dei momenti):

$$h_{d,T} = \bar{h}_d \left\{ 1 - \bar{C}\bar{V} \left[0.45 + \frac{\sqrt{6}}{\pi} \ln \left(\ln \left(\frac{T}{T-1} \right) \right) \right] \right\}$$

per rappresentare i quantili di precipitazione relativi alla generica durata d una volta fissato il periodo di ritorno T (v. *Tabella 3.5*). Si costruiscano poi le curve corrispondenti a $T = 10, 50$ e 100 anni rappresentandole in coordinate cartesiane ed in scala bi-logaritmica. Per la durata $d = 6$ ore, si determini il valore di precipitazione $h_{6,T=100}$.

$h_{d,T}$ [mm]	d [ore]	1	3	6	12	24
	h_d		14,24	23,96	34,08	50,11
T [anni]	10	21,61	36,36	51,71	76,04	97,26
	50	28,88	48,60	69,11	101,63	130,00
	100	31,95	53,77	76,47	112,45	143,84

Tabella 3.5. Calcolo di $h_{d,T}$ (Gumbel)

Dalla tabella si può osservare che il valore di precipitazione cercato vale:

$$h_{6,100} = 76,47 \text{ mm} \approx 76,5 \text{ mm}$$

Per avere delle curve più precise, si considerino intervalli di "d" pari ad 1 ora ($d = 1, 2, 3, \dots, 24$) e si calcoli per ognuno $h_{d,T}$, essendo $\bar{h}_d = a \cdot d^n$ (v. *Figura 3.2*).

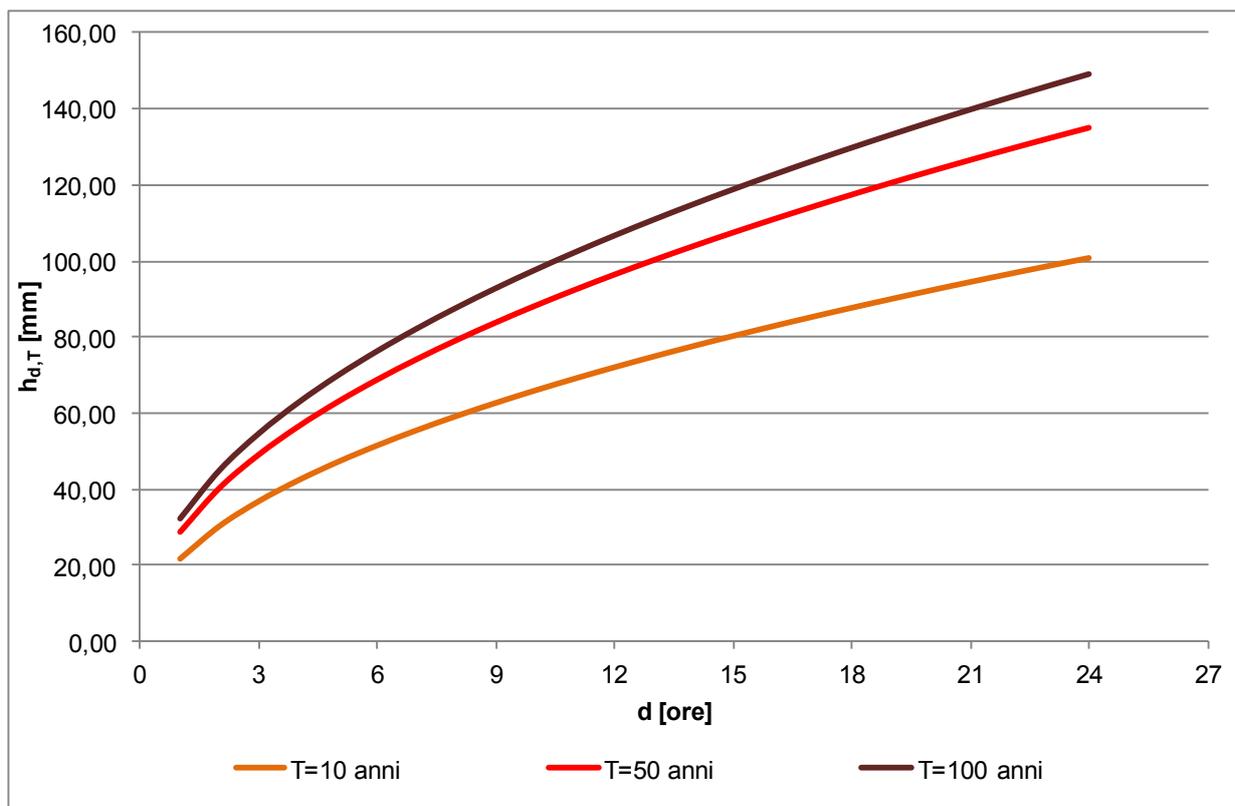


Figura 3.2. Curve possibilità pluviometrica (distribuzione Gumbel) in coordinate cartesiane

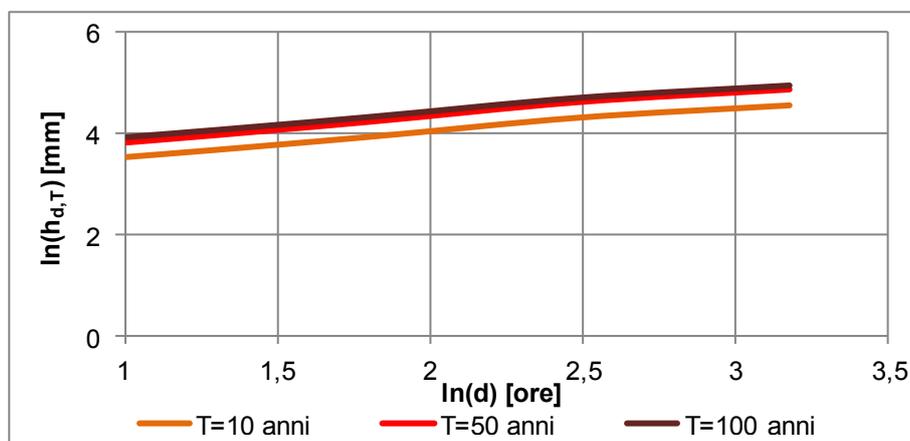


Figura 3.3. Curve possibilità pluviometrica (distribuzione Gumbel) in scala bi-logaritmica

3.4. Curve IDF (distribuzione GEV)

Sempre per la durata $d=6$ ore, si stimino i primi tre L-momenti e si utilizzi la distribuzione GEV per determinare il valore di precipitazione $h_{6,T=100}$. Per questa stima può essere usata la relazione nella forma:

$$h_{d,T} = \bar{h}_d \left\{ \frac{\theta_1}{b_0} + \frac{\theta_2}{b_0 \theta_3} \left[1 - e^{-\theta_3 \left(-\ln \left(\ln \left(\frac{T}{T-1} \right) \right) \right)} \right] \right\}$$

$h_{d,T}$ [mm]	d [ore]	1	3	6	12	24
h_d		14,24	23,96	34,08	50,11	64,10
T [anni]	10	21,06	36,32	50,99	76,10	102,80
	50	34,04	49,66	65,82	102,02	150,46
	100	41,81	55,58	71,69	113,04	173,17

Tabella 3.5. Calcolo di $h_{d,T}$ (GEV)

Dalla *Tabella 3.5* si può osservare che il valore di precipitazione cercato vale:

$$h_{6,100} = 71,69 \text{ mm} \approx 71,7 \text{ mm}$$

Con la distribuzione di GEV, si deve ancora calcolare:

$$K_T = \left\{ \varepsilon + \frac{\alpha}{k} \left(1 - e^{-k \left(-\ln \left(\ln \left(\frac{T}{T-1} \right) \right) \right) \right) \right\} \text{ fattore di crescita della precipitazione media}$$

$$\varepsilon = \frac{\theta_1}{b_0}$$

$$\alpha = \frac{\theta_2}{b_0}$$

$$k = \theta_3$$

d [ore]	1	3	6	12	24	medie
epsilon	0,79	0,82	0,84	0,82	0,77	0,81
alfa	0,22	0,30	0,31	0,31	0,33	0,29
K	-0,30	-0,04	0,05	0,00	-0,10	-0,08

E quindi si può calcolare il fattore di crescita della precipitazione media relativo ad ognuno dei tre valori di T considerati:

T [anni]	10	50	100
K_T	1,53	2,14	2,43

Si costruiscano poi le curve corrispondenti a T = 10, 50 e 100 anni rappresentandole in coordinate cartesiane (v. *Figura 3.4*) ed in scala bi-logaritmica (v. *Figura 3.5*). Per avere delle curve più precise, si considerino intervalli di "d" pari ad 1 ora (d = 1, 2, 3, ..., 24) e si calcoli per ognuno

$$h_{d,T} = \bar{h}_d \cdot K_T$$

essendo $\bar{h}_d = a \cdot d^n$ (v. *Figura 3.4*).

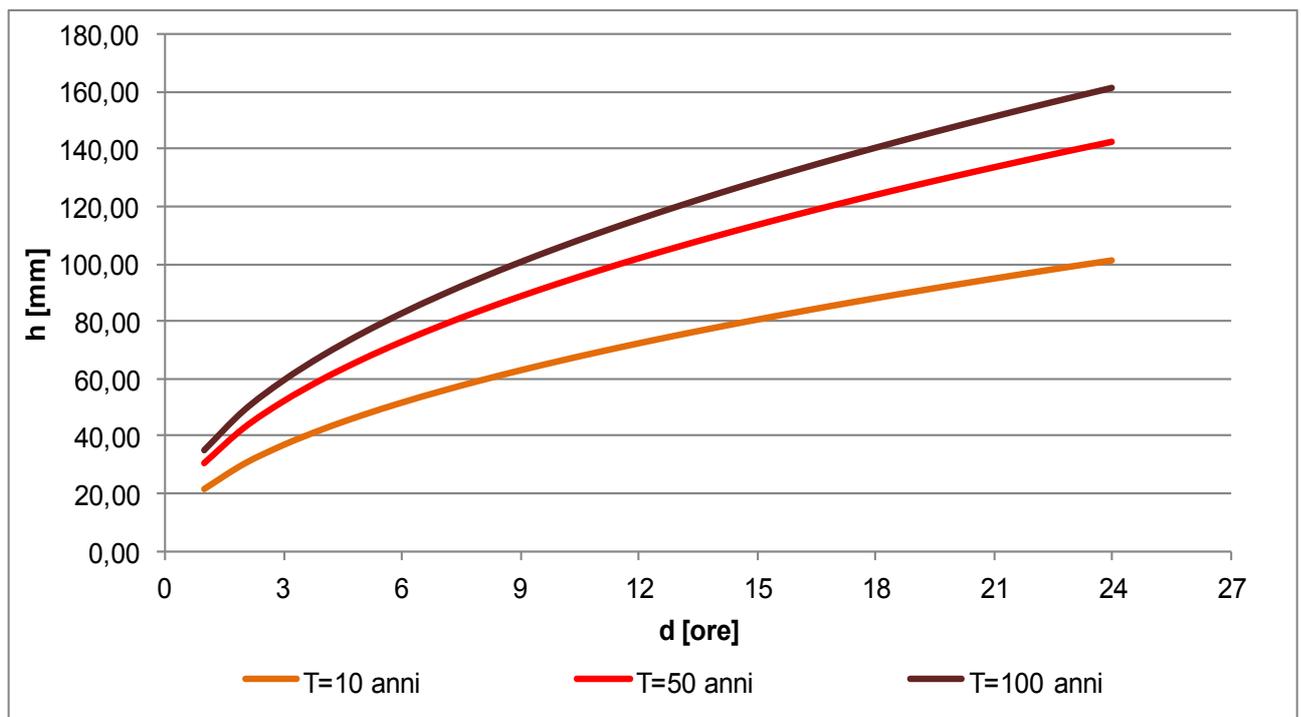


Figura 3.4. Curve possibilità pluviometrica (distribuzione GEV) in coordinate cartesiane

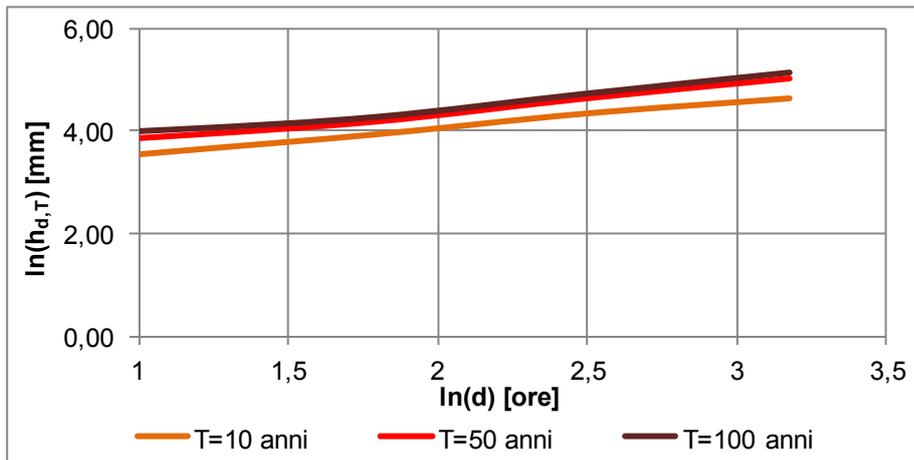


Figura 3.5. Curve possibilità pluviometrica (distribuzione GEV) in scala bi-logaritmica

In conclusione si può confrontare $h_{6,T=100}$ stimato con Gumbel e con GEV: come si può notare osservando le Figure 3.2 e 3.4, il valore trovato con la distribuzione Gumbel è di poco maggiore rispetto a quello trovato con la distribuzione GEV.

4. Esercitazione 4: ricostruzione di un idrogramma di piena con il metodo cinematico

4.1. Metodo cinematico

Si utilizzi il metodo cinematico per ricostruire l'idrogramma di piena corrispondente a $T = 100$ anni per il bacino del Chisone a Fenestrelle, le cui caratteristiche morfometriche sono disponibili sull'Atlante dei bacini imbriferi piemontesi¹ (v. *sitografia*).

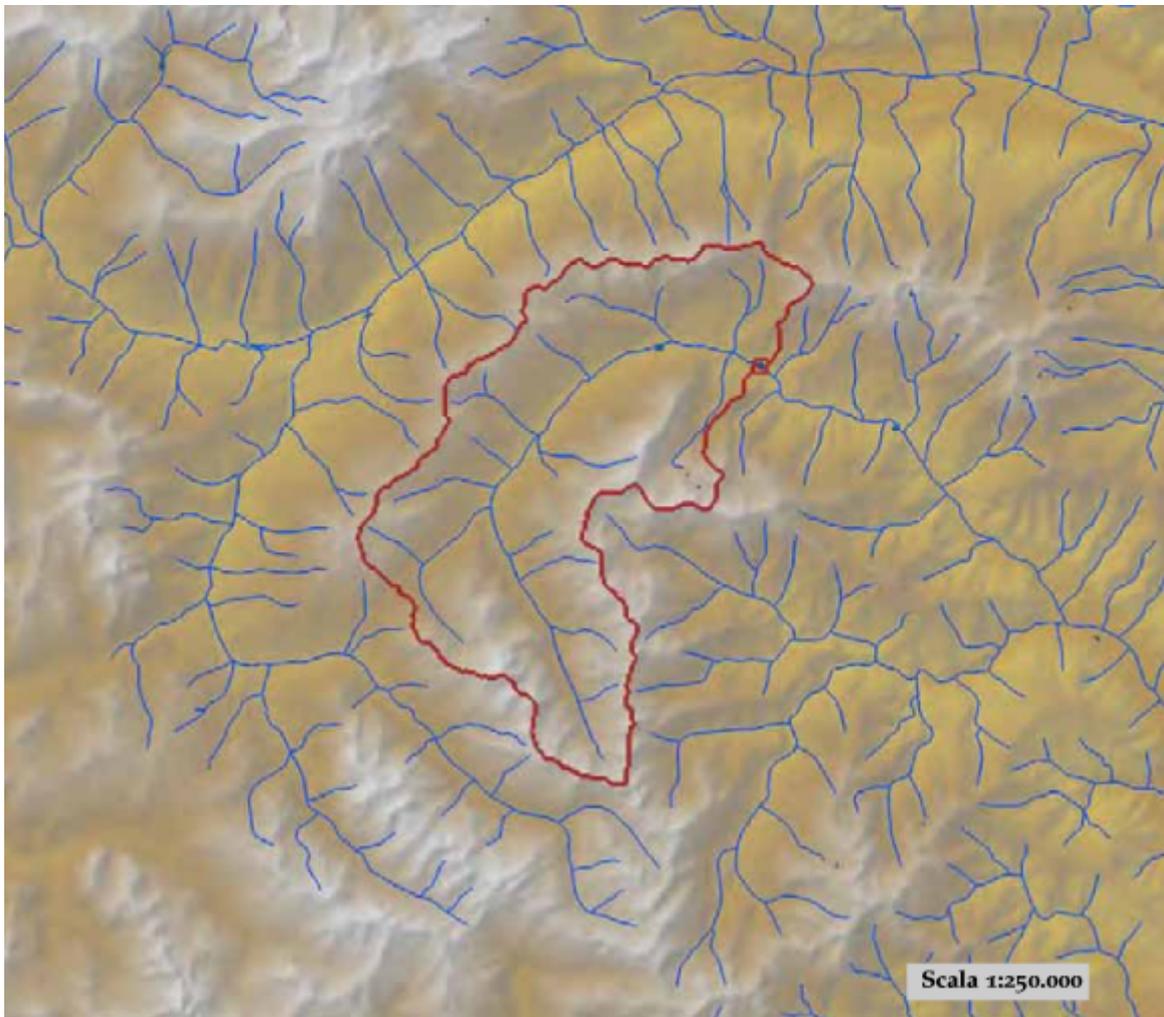
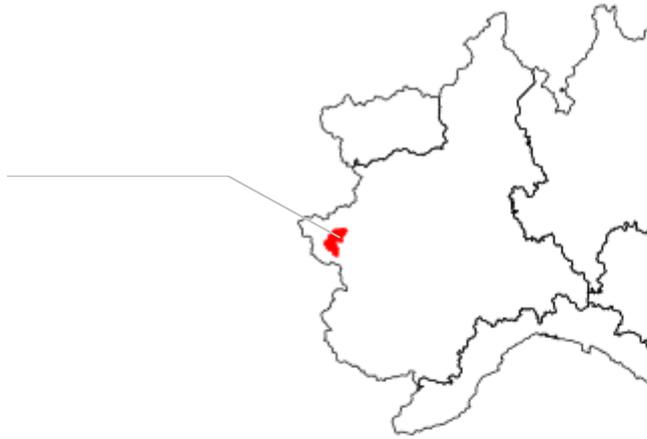


Figura 4.1. Figura tratta dall'Atlante dei bacini imbriferi piemontesi

- Innanzitutto occorre ricavare i parametri morfometrici del Chisone a Fenestrelle: curva ipsografica, quota minima (Z_{\min}), media (Z_{media}) e massima (Z_{\max}), area del bacino (A) e lunghezza dell'asta principale (indicata come LDP nell'Atlante).

est (UTM32N WGS84)	346006	nord (UTM32N WGS84)	4988947
est DEM (UTM32N WGS84)	346024	nord DEM (UTM32N WGS84)	4989051
area bacino	154,21	quota media	2154
quota massima	3234	quota minima	1160
curva ipsografica 2,5%	2811	curva ipsografica 5%	2718
curva ipsografica 10%	2616	curva ipsografica 25%	2436
curva ipsografica 50%	2179	curva ipsografica 75%	1883
curva ipsografica 90%	1632	curva ipsografica 95%	1513
curva ipsografica 97,5%	1419	distanza interquartile curva ipsografica	553
angolo di esposizione medio	202	lunghezza vettore orientamento	8
pendenza bacino	23,466	pendenza bacino quadrato equivalente	16,428
lunghezza LDP	26,439	lunghezza asta principale	25,191
lunghezza totale reticolo idrografico	83,7	lunghezza media versanti	835
pendenza media LDP	7	media dell'afflusso totale annuo	848

Tabella 4.1. Dati tratti dall'Atlante dei bacini imbriferi piemontesi ¹

Dalla Tabella 4.1 si ottiene:

Z_{min}	1160 m
Z_{media}	2154 m
Z_{max}	3234 m
A	154,21 km ²
L	26,439 km

- Costruzione della curva ipsografica

L'andamento altimetrico di un bacino può essere descritto dalla curva ipsografica. Essa si ottiene riportando in un diagramma cartesiano i punti, le cui ordinate e ascisse rappresentano rispettivamente la quota e la superficie totale delle porzioni di bacino che si trovano a quote superiori a questa (area sovrastata).

La forma di tale curva dà delle indicazioni circa il grado di evoluzione del bacino.

i	x [-]	z [m]	z [-]	a [km ²]	a _s [km ²]
0	0,000	3234	1	154,2100	0,0000
1	0,025	2811	0,796	122,7583	3,8553
2	0,050	2718	0,751	115,8434	7,7105
3	0,100	2616	0,702	108,2593	15,4210
4	0,250	2436	0,615	94,8756	38,5525
5	0,500	2179	0,491	75,7666	77,1050
6	0,750	1883	0,349	53,7579	115,6575
7	0,900	1632	0,228	35,0950	138,7890
8	0,950	1513	0,170	26,2469	146,4995
9	0,975	1419	0,125	19,2577	150,3548
10	1,000	1160	0,000	0,0000	154,2100

Tabella 4.2.

dove:

x = quantili della curva ipsografica (dall'Atlante dei bacini: v. Tabella 4.1)

z = quote (v. Tabella 4.1)

$$\xi = \frac{z_i - z_{\min}}{\Delta z} = \frac{z_i - z_{\min}}{z_{\max} - z_{\min}} = \frac{z_i - 1160}{2074}$$

$$a = A \cdot \xi$$

$$a_s = \text{area sovrastata: } a_s = x_i \cdot A$$

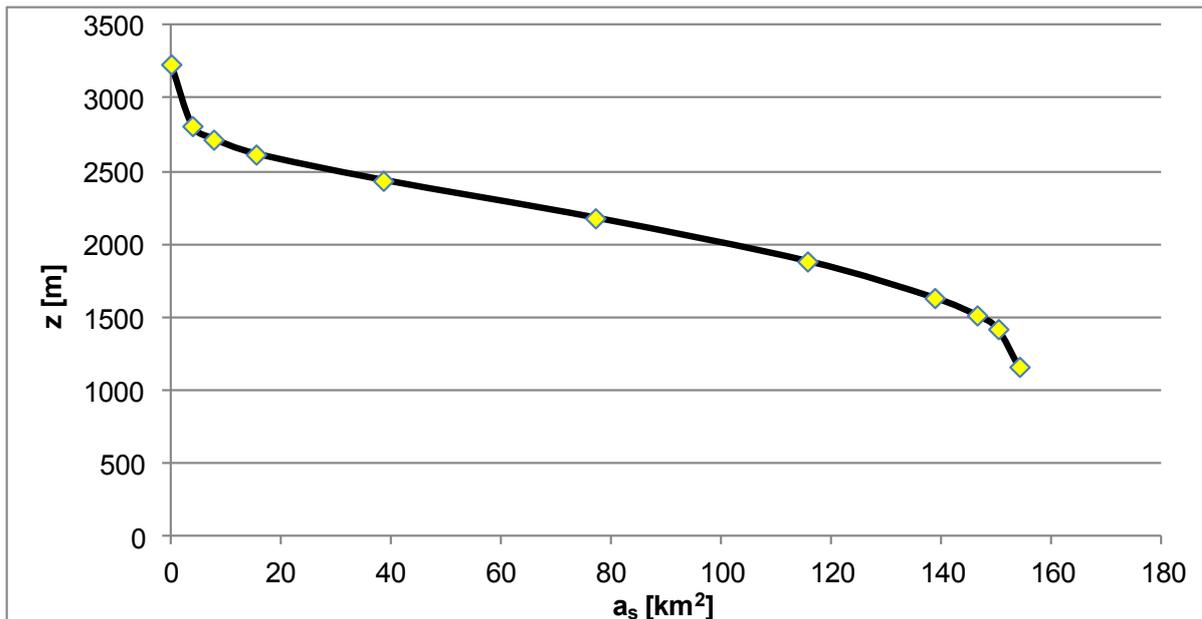


Figura 4.2. Curva ipsografica

- Tempo di corrivazione del bacino

Il tempo di corrivazione è quello necessario affinché la goccia che cade nel punto idraulicamente più lontano, raggiunga la sezione di chiusura del bacino. Si utilizzi la formula di Giandotti:

$$t_c = \frac{4\sqrt{S} + 1,5L}{0,8\sqrt{H'}} = \frac{4\sqrt{A} + 1,5L}{0,8\sqrt{(z_{medio} - z_{min})}} = \frac{4\sqrt{154,21} + 1,5 \cdot 26,439}{0,8\sqrt{994}} = 3,54 \text{ ore}$$

dove:

A = superficie del bacino (km²)

L = lunghezza dell'asta principale (km)

H = differenza tra la quota media del bacino e la quota della sezione di chiusura (m)

Fissata la durata della pioggia (pari a t_c), si suddivida tale durata in $m = 10$ intervalli e si estraiga dalla CPP di riferimento i valori (h_j) necessari a comporre lo ietogramma di progetto ($T=100$):

$$i_j = \frac{h_j - h_{j-1}}{\Delta t}$$

dove:

i_j = intensità di pioggia

$$\Delta t = \frac{t_c}{m} = \frac{3,54}{10} = 0,354 \text{ ore}$$

$$h_j = h_{d,T} = \bar{h}_d \cdot K_T = K_T \cdot a \cdot d^n$$

h_j è il valore assunto dalla curva di possibilità pluviometrica al tempo $t_j = j \cdot \Delta t$ (con $j=1:m$)

I parametri della curva di possibilità pluviometrica a , n , $K_{T=100}$ sono stati ricavati con il metodo di Gumbel (v. Paragrafo 3):

K (T=100)	2,24396
a	14,38
n	0,4841

Ora si può calcolare l'intensità di pioggia:

j	$h_{d,T}$ [mm]	$t_j = d$ [h]	i_j [mm/h]
1	19,5	0,35	55,1
2	27,3	0,71	22,0
3	33,2	1,06	16,7
4	38,2	1,42	14,0
5	42,6	1,77	12,3
6	46,5	2,13	11,1
7	50,1	2,48	10,2
8	53,4	2,83	9,4
9	56,6	3,19	8,9
10	59,5	3,54	8,4

Tabella 4.3.

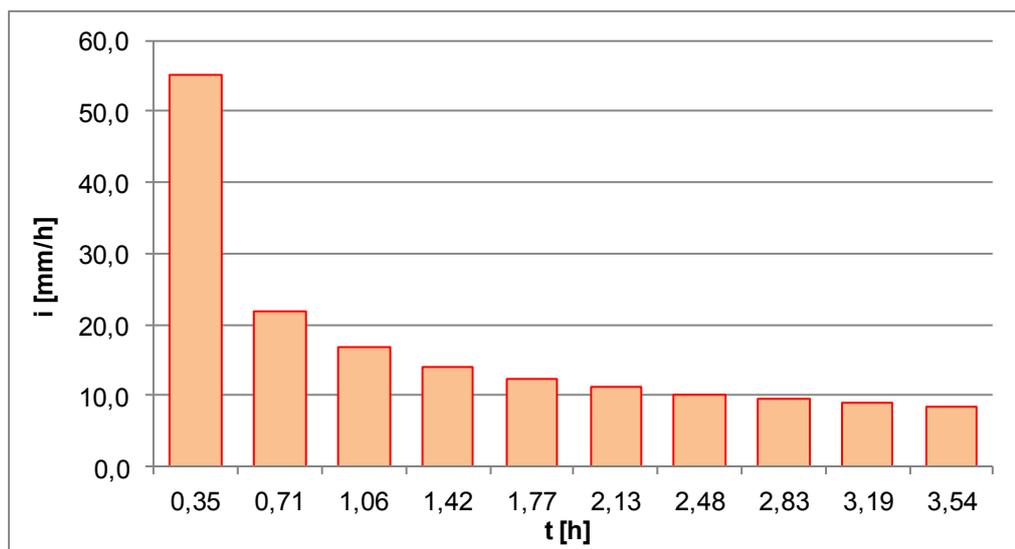


Figura 4.3. Ietogramma di progetto ($T=100$ anni)

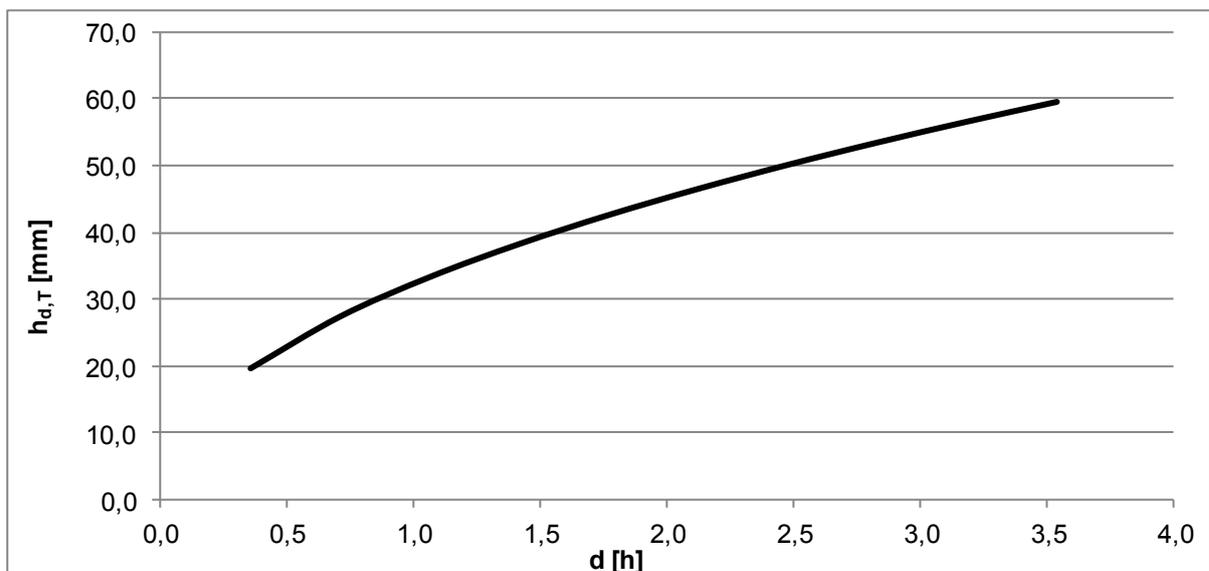


Figura 4.4. Curva di Possibilità Pluviometrica ($T=100$ anni)

- Costruzione della curva ipsometrica adimensionale
Si considerino i quantili della curva ipsografica forniti dall'Atlante e riportarli su un grafico in *Figura 4.2*. Si rappresenti ora la curva anche nella sua forma adimensionale ipsometrica con x e z calcolate in *Tabella 4.2*.

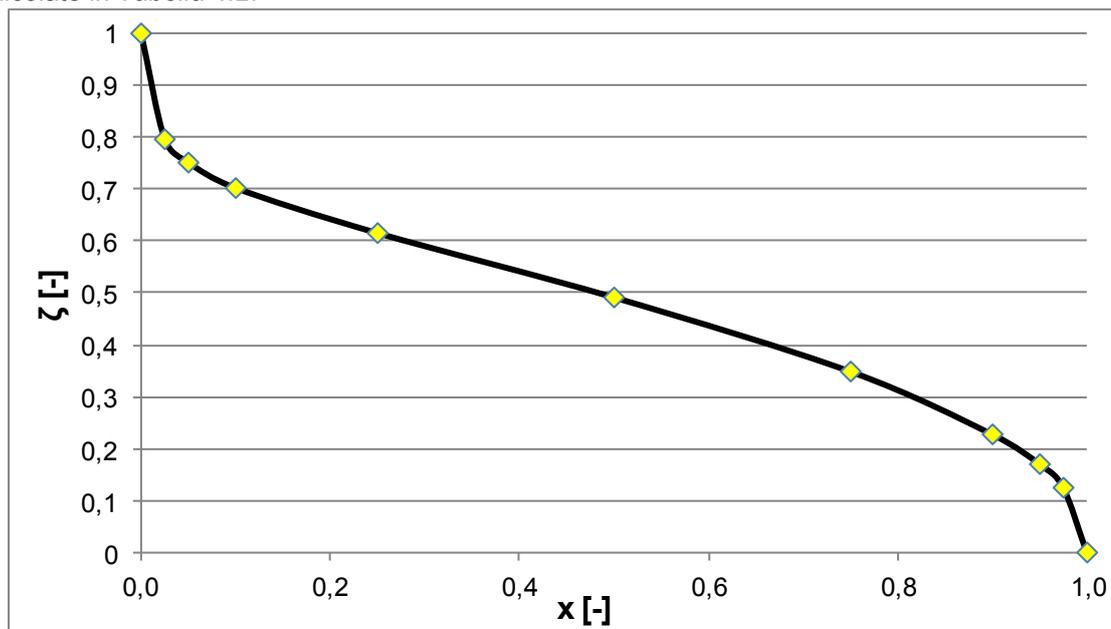


Figura 4.5. Curva ipsometrica (adimensionale)

- Costruzione della curva ipsometrica interpolata
Si campioni (sulla curva ipsometrica) "m" aree equidistanti x_j (con j che varia da 1 a m) in termini di quota, interpolando linearmente tra i punti (x, z) .
Si hanno quindi 10 rette che approssimano i 10 tratti della curva ipsometrica. Per ricavare tali rette occorre conoscere l'intercetta e il coefficiente angolare di ognuna. Quindi:
 - Si suddivide il campo delle quote in 10 intervalli costanti da 1 a 0 ($z_j - z_{\text{adim.,ricampionata}}$).
 - Si calcolino le aree x_j (caratterizzate da quote equidistanti) come inversione delle equazioni delle rette che approssimano i tratti a quote equidistanti:

$$x_j = \frac{\xi_j - \text{intercetta}}{\text{coeff angolare}}$$

j	x_j (a_s , adim)	z_j (z_{adim})	m	q	z_j ($z_{\text{adim, ricamp}}$)	x_j (a_s adim, ricamp)
0	0	1,000	-8,158	1,000	1,000	0,000
1	0,025	0,796	-1,794	0,841	0,900	0,012
2	0,050	0,751	-0,984	0,800	0,800	0,025
3	0,100	0,702	-0,579	0,760	0,700	0,104
4	0,250	0,615	-0,496	0,739	0,600	0,281
5	0,500	0,491	-0,571	0,777	0,500	0,482
6	0,750	0,349	-0,807	0,954	0,400	0,660
7	0,900	0,228	-1,148	1,260	0,300	0,810
8	0,950	0,170	-1,813	1,892	0,200	0,924
9	0,975	0,125	-4,995	4,995	0,100	0,980
10	1	0,000			0,000	1,000

Tabella 4.4.

Dove:

ξ calcolati in precedenza (v. *Tabella 4.2*)

m = coefficiente angolare: $m = \text{REGR.LIN}(z_j : z_{j+1}; x_j : x_{j+1}; 1)$

q = intercetta: $q = \text{INTERCETTA}(z_j : z_{j+1}; x_j : x_{j+1})$

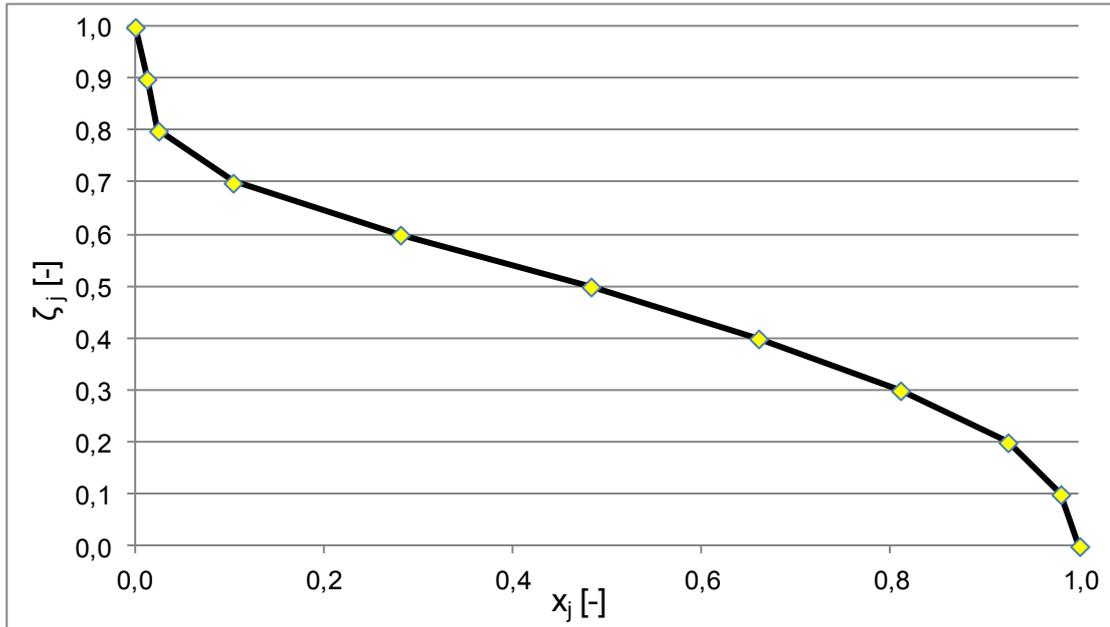


Figura 4.6. Curva ipsometrica (interpolata)

- **Costruzione della curva aree-tempi**

Nell'ipotesi in cui isocorrive \equiv isoipse, si costruisca la curva aree-tempi, usando la stima del tempo di corrivazione come base dei tempi.

La curva area-tempi caratterizza il comportamento cinematico del bacino. Questa è una curva monotona crescente che può essere costruita sulla base delle linee isocorrive. Sulle:

- Ascisse si avranno i tempi di corrivazione dei punti del bacino. L'intervallo delle ascisse è compreso fra 0 e il tempo t_c di corrivazione del bacino.
- Ordinate si avrà l'area del bacino avente tempo di corrivazione minore o uguale al valore del tempo letto nell'ascissa.

$$a_j = A \cdot (1 - x_j)$$

$$t_j = \xi_j \cdot t_c$$

j	a_j [km ²]	a_j (riordinato) [km ²]	t_j [h]	t_j (riordinato) [h]
0	154,21	0,00	3,54	0,00
1	152,32	3,09	3,19	0,35
2	150,43	11,71	2,83	0,71
3	138,25	29,26	2,48	1,06
4	110,92	52,44	2,13	1,42
5	79,81	79,81	1,77	1,77
6	52,44	110,92	1,42	2,13
7	29,26	138,25	1,06	2,48
8	11,71	150,43	0,71	2,83
9	3,09	152,32	0,35	3,19
10	0,00	154,21	0,00	3,54

Tabella 4.5.

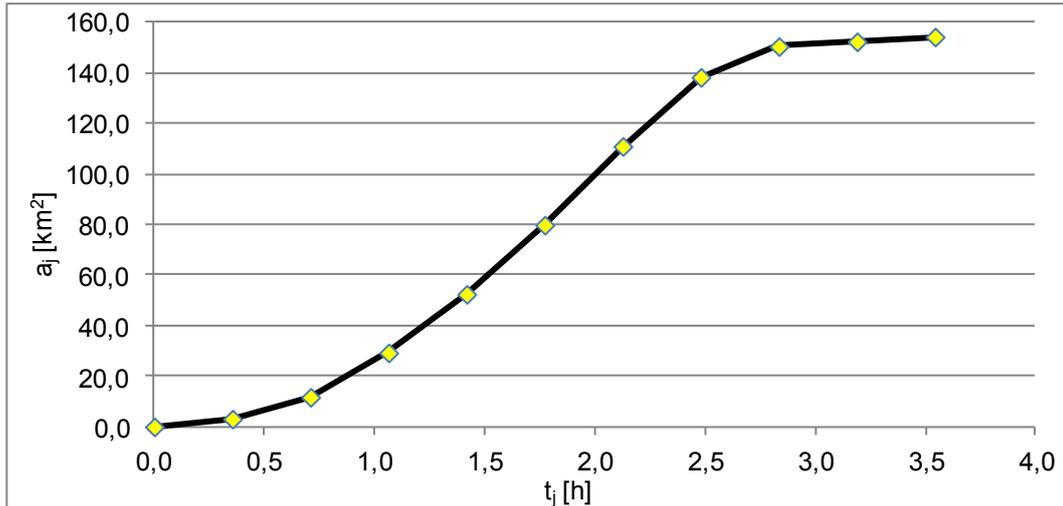


Figura 4.7. Curva aree - tempi

- Determinazione dell'idrogramma unitario del bacino
Occorre fare le differenze fra i valori successivi di a_j e dividendole per l'area del bacino, ottenendo:

$$U_j = \frac{a_j - a_{j-1}}{A}$$

j	a_j riordinato [km ²]	U_j [-]
0	0,00	
1	3,09	0,0200
2	11,71	0,0559
3	29,26	0,1138
4	52,44	0,1503
5	79,81	0,1775
6	110,92	0,2018
7	138,25	0,1772
8	150,43	0,0790
9	152,32	0,0123
10	154,21	0,0123

Tabella 4.6.

Si verifichi che la somma delle U_j sia pari ad 1.

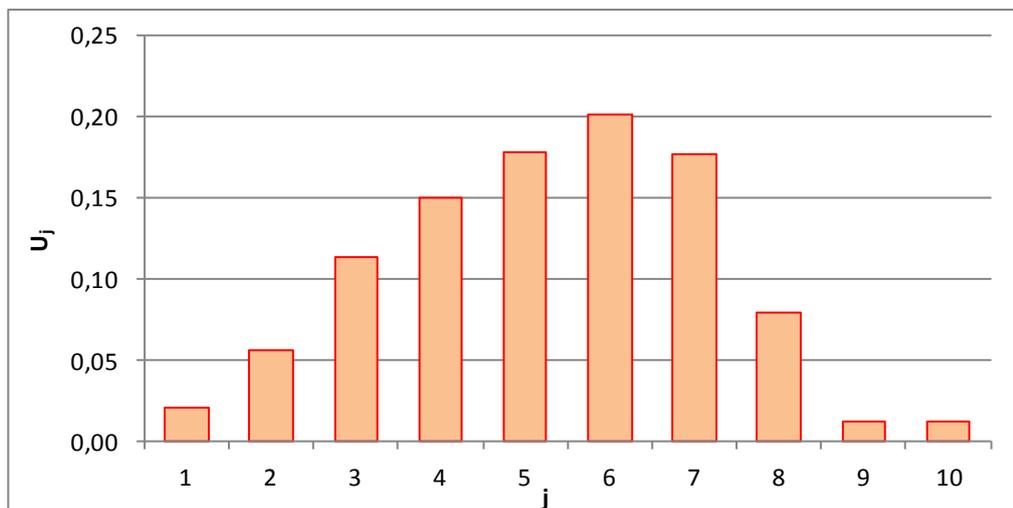


Figura 4.8. Idrogramma unitario

- Determinazione dell'idrogramma di piena
 Occorre impostare la **convoluzione** tra i_j e U_j avendo una intensità "i" non costante (convolvendo la funzione di risposta U_j con l'intensità i_j). Sia:

$$q_k = \sum_{j=1}^k i(j) \cdot U_{k-j+1}$$

Innanzitutto bisogna associare ad ogni U_j una i_j , entrambe in ordine decrescente:

k	i_j [mm/h]	U_j [-]
1	55,1	0,2018
2	22,0	0,1775
3	16,7	0,1772
4	14,0	0,1503
5	12,3	0,1138
6	11,1	0,0790
7	10,2	0,0559
8	9,4	0,0200
9	8,9	0,0123
10	8,4	0,0123

ovvero

i_1	U_6
i_2	U_5
i_3	U_7
i_4	U_4
i_5	U_3
i_6	U_8
i_7	U_2
i_8	U_1
i_9	U_9
i_{10}	U_{10}

Si prenda per esempio:

$$q_{10} = U_1 \cdot i(10) + U_2 \cdot i(9) + \dots + U_9 \cdot i(2) + U_{10} \cdot i(1)$$

$i(1)$ sarà moltiplicato per U_{10} al quale corrisponde i_{10} e così via per tutti gli addendi. Quindi si mette nella posizione $k=1$ (sotto alla colonna delle i_j) la i_{10} (ovvero la i_j corrispondente alla U_j per la quale sarà moltiplicato il rispettivo $i(k)$). Quindi si avrà:

i_j	i_{10}	i_9	i_8	i_7	i_6	i_5	i_4	i_3	i_2	i_1
k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

k	i_j [mm/h]	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	q_k [mm/h]
		0,0200	0,0559	0,1138	0,1503	0,1775	0,2018	0,1772	0,0790	0,0123	0,0123	
1	8,4	0,167										0,167
2	8,9	0,177	0,468									0,645
3	11,1	0,222	0,495	0,951								1,668
4	16,7	0,335	0,620	1,007	1,256							3,218
5	55,1	1,104	0,936	1,262	1,330	1,483						6,114
6	22,0	0,440	3,084	1,903	1,666	1,571	1,686					10,350
7	14,0	0,281	1,230	6,273	2,513	1,968	1,786	1,481				15,531
8	12,3	0,246	0,784	2,501	8,284	2,968	2,237	1,569	0,660			19,249
9	10,2	0,204	0,688	1,595	3,303	9,784	3,374	1,965	0,699	0,102		21,714
10	9,4	0,189	0,569	1,400	2,107	3,901	11,122	2,964	0,876	0,108	0,102	23,338
11			0,528	1,157	1,849	2,488	4,434	9,771	1,321	0,136	0,108	21,793
12				1,075	1,528	2,183	2,829	3,896	4,354	0,205	0,136	16,205
13					1,419	1,805	2,482	2,485	1,736	0,676	0,205	10,808
14						1,676	2,051	2,181	1,107	0,269	0,676	7,960
15							1,905	1,802	0,972	0,172	0,269	5,120
16								1,674	0,803	0,151	0,172	2,799
17									0,746	0,125	0,151	1,021
18										0,116	0,125	0,240
19											0,116	0,116

Tabella 4.7.

Si determini ora l'idrogramma di progetto di piena con tempo di ritorno pari a 100 anni. Siano:

$$Q_k = \frac{A}{3,6} \cdot q_k \cdot \Psi \quad (\text{con } \psi = 1, \text{ ovvero bacino impermeabile})$$

$$t_{i+1} = t_i + \Delta t$$

k	q _k [mm/h]	Q _k [m ³ /s]	t [h]
1	0,167	7,2	0,35
2	0,645	27,6	0,71
3	1,668	71,5	1,06
4	3,218	137,9	1,42
5	6,114	261,9	1,77
6	10,350	443,4	2,13
7	15,531	665,3	2,48
8	19,249	824,6	2,83
9	21,714	930,2	3,19
10	23,338	999,7	3,54
11	21,793	933,5	3,90
12	16,205	694,2	4,25
13	10,808	463,0	4,60
14	7,960	341,0	4,96
15	5,120	219,3	5,31
16	2,799	119,9	5,67
17	1,021	43,7	6,02
18	0,240	10,3	6,38
19	0,116	5,0	6,73

Tabella 4.8.

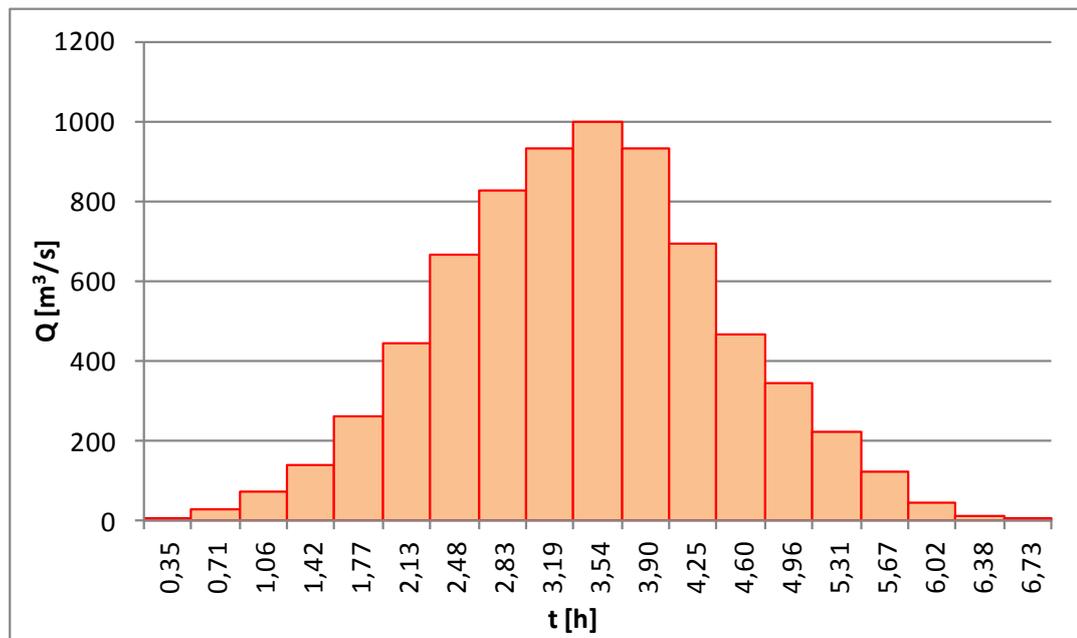


Figura 4.9. Idrogramma di piena (T=100)

Quindi dalla Figura 4.9 si può osservare che la portata massima è pari a $Q_{\max} = 999,7 \text{ m}^3/\text{s}$ al tempo $t=3,54 \text{ h}$.

4.2. Metodo SCS-CN

Si applichi nuovamente lo schema della convoluzione (metodo cinematico) al bacino del Chisone (a Fenestrelle), rimuovendo l'ipotesi di bacino completamente impermeabile (ovvero $\psi \neq 1$). A tal fine, si costruisca lo schema di funzionamento del metodo SCS-CN.

Si determini quindi il volume complessivo di pioggia lorda e netta utilizzando il valore di CN medio (ricavato da cartografie tematiche) relativo al bacino in esame, disponibile sull'atlante dei bacini idrografici piemontesi. Dall'atlante dei bacini¹ troviamo un valore stimato di CN (media curve number) per il bacino in esame. CN è un valore che varia tra 0 (assenza di deflusso superficiale) e 100 (assenza di perdite idrologiche con trasformazione totale della precipitazione in deflusso superficiale) e dipende dalla mineralogia, dall'uso e dalle condizioni iniziali del suolo. Si ha quindi:

CN2	68,3
CN3	83,3

Prima di procedere con il confronto tra condizioni CN2 e CN3, si calcoli:

$$\psi = \frac{Q_{media}}{A \cdot i(t_c)} = 0,834$$

dove:

$$Q_{media} = \frac{\sum_1^N Q_i}{N} = 267,6 \text{ m}^3/s \text{ (v. Tabella 2.1)}$$

$$A = 154,21 \text{ km}^2 = 154,21 \cdot 10^6 \text{ m}^2$$

$$i(t_c) = a \cdot d^{(n-1)} = a \cdot t_c^{(n-1)} = 14,38 \cdot 3,54^{(0,4841-1)} = 7,49 \text{ mm/h} = \frac{7,49}{3600000} = 2,08 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}$$

(v. Paragrafo 3)

4.2.1. CN2 (condizioni di pioggia antecedente normali)

Noto quindi $CN2_{medio,Fen} = 68,3$ si usi il valore di CN tarato a San Martino per determinare il corrispondente valore relativo al bacino di Fenestrelle scalandolo opportunamente rispetto a quello medio calcolato dalle mappe tematiche.

$$CN2_{Fen} = CN2_{medio,Fen} \cdot \frac{CN2_{SM}}{CN2_{medio,SM}} = 68,3 \cdot \frac{68}{64,8} = 71,67$$

dove:

$CN2_{medio,SM}$ (v. Atlante dei bacini)

$CN2_{SM}$ calcolato in modo tale da ottenere l'uguaglianza (a meno di un termine di errore) tra il volume di pioggia netta ed il volume di piena

Si calcoli ora il volume specifico di saturazione S (o capacità idrica massima del suolo):

$$S = 254 \cdot \left(\frac{100}{CN} - 1 \right) = 100,39 \text{ mm}$$

E in seguito l'assorbimento iniziale (ovvero le perdite iniziali):

$$I_a = 0,2 \cdot S = 20,08 \text{ mm}$$

Nota:

$$t_c = 3,54 \text{ h}$$

$$\Delta t = 0,354 \text{ h}$$

Poi si passa al calcolo della pioggia netta cumulata (ovvero la parte di pioggia non assorbita dal suolo):

j	t _j [h]	h _{d,T} [mm]	i _j [mm/h]	P _{tot,cumulata} [mm]	P _{netta,cumulata} [mm]	i _{j,netta} [mm/h]
1	0,35	19,52	55,1	55,1	9,1	25,6
2	0,71	27,30	22,0	77,1	20,7	32,8
3	1,06	33,22	16,7	93,9	31,3	29,9
4	1,42	38,19	14,0	107,9	41,0	27,4
5	1,77	42,54	12,3	120,2	50,0	25,5
6	2,12	46,47	11,1	131,3	58,4	23,9
7	2,48	50,07	10,2	141,4	66,4	22,6
8	2,83	53,41	9,4	150,9	74,0	21,4
9	3,19	56,55	8,9	159,7	81,3	20,5
10	3,54	59,51	8,4	168,1	88,2	19,6

Tabella 4.9.

dove:

t_j e h_{d,T} sono state calcolate applicando le formule presenti a pagina 52

$$i_j = \frac{h_{d,T}}{\Delta t}$$

$$P_{tot,cumulata,j+1} = P_{tot,cumulata,j} + i_{j+1}$$

Se:

$$P_{tot,cumulata} \leq I_a \text{ allora } P_{netta,cumulata} = 0$$

$$P_{tot,cumulata} > I_a \text{ allora } P_{netta,cumulata} = \frac{(P_{tot,cumulata} - I_a)^2}{S + P_{tot,cumulata} - I_a}$$

$$i_{j,netta} = \frac{P_{netta,cumulata,j+1} - P_{netta,cumulata,j}}{\Delta t}$$

Utilizzando il metodo visto nel *Paragrafo 4.1*, si calcolano le a_j (che sono poi state riassunte in *Tabella 4.10*). Occorre poi fare le differenze fra i valori successivi di a_j e dividendole per l'area del bacino, ottenendo:

$$U_j = \frac{a_j - a_{j-1}}{A}$$

k	a _j riordinato [km ²]	U _j [-]
0	0,00	
1	3,09	0,0200
2	11,71	0,0559
3	29,26	0,1138
4	52,44	0,1503
5	79,81	0,1775
6	110,92	0,2018
7	138,25	0,1772
8	150,43	0,0790
9	152,32	0,0123
10	154,21	0,0123

Tabella 4.10.

Si verifichi che la somma delle U_j sia pari ad 1. Inoltre si può osservare che l'idrogramma unitario è lo stesso presente in *Figura 4.8*).

Occorre ora impostare la **convoluzione** tra i_j e U_j avendo una intensità "i" non costante (convolvendo la funzione di risposta U_j con l'intensità i_j). Sia:

$$q_k = \sum_{j=1}^k i_j \cdot U_{k-j+1}$$

Innanzitutto bisogna associare ad ogni U_j una i_j , entrambe in ordine decrescente:

k	i_j [mm/h]	U_j [-]
1	32,8	0,2018
2	29,9	0,1775
3	27,4	0,1772
4	25,6	0,1503
5	25,5	0,1138
6	23,9	0,0790
7	22,6	0,0559
8	21,4	0,0200
9	20,5	0,0123
10	19,6	0,0123

ovvero

i_1	U_6
i_2	U_5
i_3	U_7
i_4	U_4
i_5	U_3
i_6	U_8
i_7	U_2
i_8	U_1
i_9	U_9
i_{10}	U_{10}

Si prenda per esempio:

$$q_{10} = U_1 \cdot i(10) + U_2 \cdot i(9) + \dots + U_9 \cdot i(2) + U_{10} \cdot i(1)$$

$i(1)$ sarà moltiplicato per U_{10} al quale corrisponde i_{10} e così via per tutti gli addendi. Quindi si mette nella posizione $k=1$ (sotto alla colonna delle i_j) la i_{10} (ovvero la i_j corrispondente alla U_j per la quale sarà moltiplicato il rispettivo $i(k)$). Quindi si avrà:

i_j	i_{10}	i_9	i_6	i_3	i_1	i_2	i_4	i_5	i_7	i_8
k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

k	i_j [mm/h]	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	q_k [mm/h]
1	19,6	0,393										0,393
2	20,5	0,410	1,098									1,508
3	23,9	0,478	1,145	2,233								3,856
4	27,4	0,549	1,336	2,329	2,949							7,163
5	32,8	0,656	1,535	2,718	3,076	3,483						11,467
6	29,9	0,598	1,833	3,122	3,589	3,633	3,959					16,734
7	25,6	0,513	1,672	3,727	4,123	4,239	4,130	3,478				21,882
8	25,5	0,510	1,434	3,401	4,922	4,869	4,819	3,628	1,550			25,133
9	22,6	0,452	1,425	2,918	4,491	5,813	5,535	4,233	1,617	0,241		26,724
10	21,4	0,429	1,262	2,899	3,853	5,304	6,608	4,863	1,887	0,251	0,241	27,596
11			1,199	2,567	3,829	4,550	6,029	5,806	2,167	0,293	0,251	26,691
12				2,439	3,390	4,522	5,173	5,297	2,587	0,336	0,293	24,037
13					3,221	4,004	5,140	4,544	2,360	0,402	0,336	20,008
14						3,805	4,552	4,516	2,025	0,366	0,402	15,665
15							4,325	3,999	2,012	0,314	0,366	11,016
16								3,799	1,782	0,312	0,314	6,208
17									1,693	0,277	0,312	2,282
18										0,263	0,277	0,539
19											0,263	0,263

Tabella 4.11.

Si determini ora l'idrogramma di progetto di piena con tempo di ritorno pari a 100 anni.

Siano:

$$t_{i+1} = t_i + \Delta \quad \text{e} \quad Q_k = \frac{A}{3.6} \cdot q_k \cdot \Psi \quad (\text{con } \psi = 0,834, \text{ ovvero bacino non impermeabile})$$

k	q _k [mm/h]	Q _k [m ³ /s]	t [h]
1	0,393	14,0	0,35
2	1,508	53,9	0,71
3	3,856	137,8	1,06
4	7,163	255,9	1,42
5	11,467	409,6	1,77
6	16,734	597,8	2,12
7	21,882	781,7	2,48
8	25,133	897,8	2,83
9	26,724	954,7	3,19
10	27,596	985,8	3,54
11	26,691	953,5	3,89
12	24,037	858,7	4,25
13	20,008	714,7	4,60
14	15,665	559,6	4,96
15	11,016	393,5	5,31
16	6,208	221,8	5,66
17	2,282	81,5	6,02
18	0,539	19,3	6,37
19	0,263	9,4	6,73

Tabella 4.12.

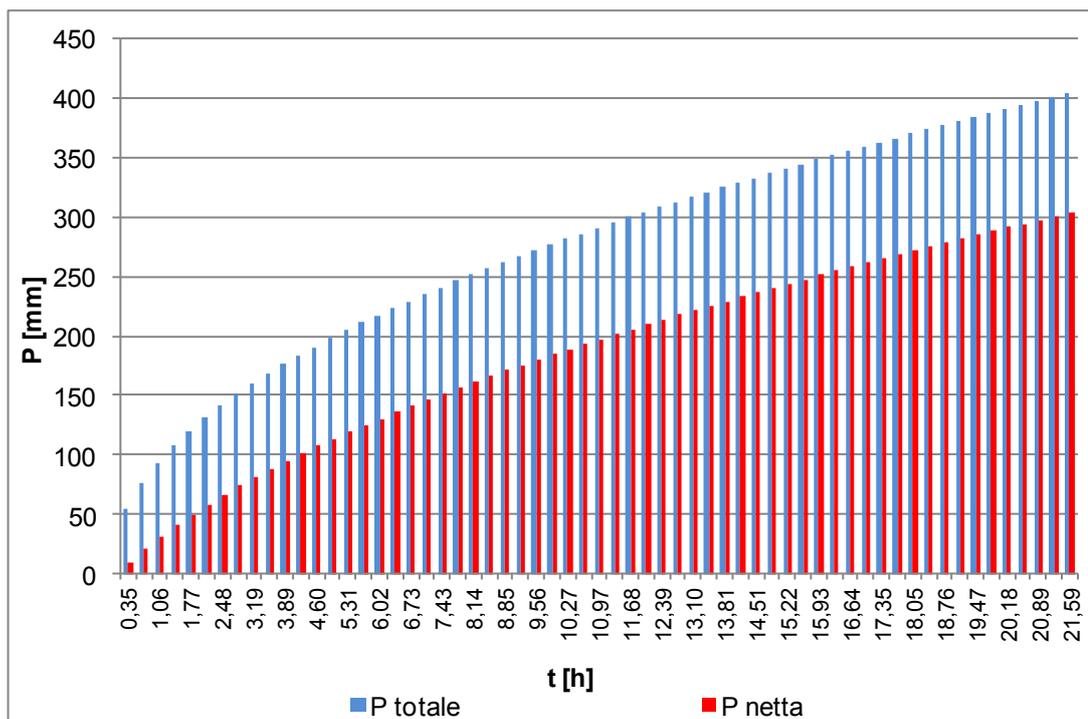


Figura 4.10. Pluviogramma lordo e netto

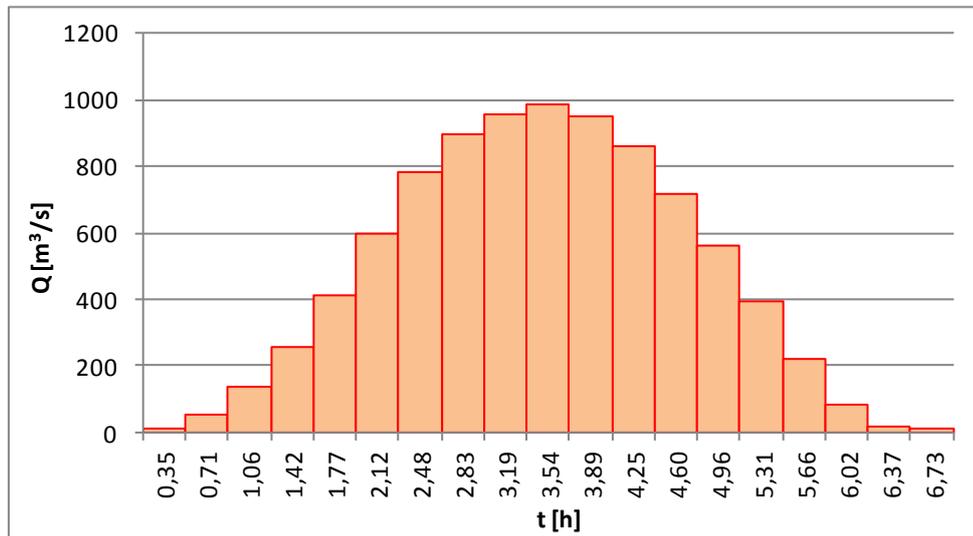


Figura 4.11. Idrogramma di progetto

In conclusione si può osservare che con il metodo SCS-CN si tiene conto della progressiva perdita di capacità del terreno di assorbire acqua al procedere della precipitazione. Quindi dalla Figura 4.11 si può osservare che la portata massima è pari a $Q_{max} = 985,8 \text{ m}^3/\text{s}$ al tempo $t=3,54 \text{ h}$.

4.2.2. CN3 (condizioni di pioggia antecedente abbondanti)

Noto quindi $CN3_{medio,Fen} = 83,3$ si usi il valore di CN tarato a San Martino per determinare il corrispondente valore relativo al bacino di Fenestrelle scalandolo opportunamente rispetto a quello medio calcolato dalle mappe tematiche.

$$CN3_{Fen} = CN3_{medio,Fen} \cdot \frac{CN3_{SM}}{CN3_{medio,SM}} = 83,3 \cdot \frac{68}{80,8} = 70,10$$

dove:

$CN3_{medio,SM}$ (v. Atlante dei bacini)

$CN3_{SM}$ calcolato in modo tale da ottenere l'uguaglianza (a meno di un termine di errore) tra il volume di pioggia netta ed il volume di piena

Si calcoli ora il volume specifico di saturazione S:

$$S = 254 \cdot \left(\frac{100}{CN} - 1 \right) = 108,32 \text{ mm}$$

E in seguito l'assorbimento iniziale:

$$I_a = 0,2 \cdot S = 21,66 \text{ mm}$$

Noti:

$$t_c = 3,54 \text{ h} \quad \text{e} \quad \Delta t = 0,354 \text{ h}$$

Poi si passa al calcolo della pioggia netta cumulata (ovvero la parte di pioggia non assorbita dal suolo):

j	t_j [h]	$h_{d,T}$ [mm]	i_j [mm/h]	$P_{tot,cumulata}$ [mm]	$P_{netta,cumulata}$ [mm]	$i_{j,netta}$ [mm/h]
1	0,35	19,52	55,1	55,1	7,9	22,3
2	0,71	27,30	22,0	77,1	18,8	30,7
3	1,06	33,22	16,7	93,9	28,9	28,5
4	1,42	38,19	14,0	107,9	38,2	26,4
5	1,77	42,54	12,3	120,2	46,9	24,6
6	2,12	46,47	11,1	131,3	55,1	23,2
7	2,48	50,07	10,2	141,4	62,9	21,9
8	2,83	53,41	9,4	150,9	70,3	20,9
9	3,19	56,55	8,9	159,7	77,4	20,0
10	3,54	59,51	8,4	168,1	84,2	19,2

Tabella 4.13.

Dove:

t_j e $h_{d,T}$ sono state calcolate applicando le formule presenti a pagina 52

$$i_j = \frac{h_{d,T}}{\Delta t}$$

$$P_{tot,cumulata,j+1} = P_{tot,cumulata,j} + i_{j+1}$$

Se:

$$P_{tot,cumulata} \leq I_a \text{ allora } P_{netta,cumulata} = 0$$

$$P_{tot,cumulata} > I_a \text{ allora } P_{netta,cumulata} = \frac{(P_{tot,cumulata} - I_a)^2}{S + P_{tot,cumulata} - I_a}$$

$$i_{j,netta} = \frac{P_{netta,cumulata,j+1} - P_{netta,cumulata,j}}{\Delta t}$$

Occorre fare le differenze fra i valori successivi di a_j e dividendole per l'area del bacino, ottenendo:

$$U_j = \frac{a_j - a_{j-1}}{A}$$

j	a_j riordinato [km ²]	U_j [-]
0	0,00	
1	3,09	0,0200
2	11,71	0,0559
3	29,26	0,1138
4	52,44	0,1503
5	79,81	0,1775
6	110,92	0,2018
7	138,25	0,1772
8	150,43	0,0790
9	152,32	0,0123
10	154,21	0,0123

Tabella 4.14.

Si verifichi che la somma delle U_j sia pari ad 1. Inoltre si può osservare che l'idrogramma unitario è lo stesso presente in *Figura 4.8*).

Occorre ora impostare la **convoluzione** tra i_j e U_j avendo una intensità "i" non costante (convolvendo la funzione di risposta U_j con l'intensità i_j).

Sia:

$$q_k = \sum_{j=1}^k i_j \cdot U_{k-j+1}$$

Innanzitutto bisogna associare ad ogni U_j una i_j , entrambe in ordine decrescente:

k	i_j [mm/h]	U_j [-]
1	30,7	0,2018
2	28,5	0,1775
3	22,3	0,1772
4	26,4	0,1503
5	24,6	0,1138
6	23,2	0,0790
7	21,9	0,0559
8	20,9	0,0200
9	20,0	0,0123
10	19,2	0,0123

ovvero

i_1	U_6
i_2	U_5
i_3	U_7
i_4	U_4
i_5	U_3
i_6	U_8
i_7	U_2
i_8	U_1
i_9	U_9
i_{10}	U_{10}

Si prenda per esempio:

$$q_{10} = U_1 \cdot i(10) + U_2 \cdot i(9) + \dots + U_9 \cdot i(2) + U_{10} \cdot i(1)$$

$i(1)$ sarà moltiplicato per U_{10} al quale corrisponde i_{10} e così via per tutti gli addendi. Quindi si mette nella posizione $k=1$ (sotto alla colonna delle i_j) la i_{10} (ovvero la i_j corrispondente alla U_j per la quale sarà moltiplicato il rispettivo $i(k)$). Quindi si avrà:

i_j	i_{10}	i_9	i_6	i_3	i_1	i_2	i_4	i_5	i_7	i_8
k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

k	i_j [mm/h]	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	q_k [mm/h]
1	19,2	0,384										0,384
2	20,0	0,400	1,074									1,474
3	23,2	0,464	1,119	2,185								3,767
4	22,3	0,447	1,296	2,275	2,885							6,904
5	30,7	0,615	1,249	2,637	3,005	3,407						10,914
6	28,5	0,571	1,719	2,541	3,482	3,549	3,873					15,735
7	26,4	0,528	1,594	3,497	3,355	4,113	4,034	3,403				20,524
8	24,6	0,493	1,476	3,243	4,618	3,962	4,675	3,544	1,516			23,527
9	21,9	0,439	1,378	3,002	4,282	5,454	4,504	4,107	1,579	0,235		24,981
10	20,9	0,418	1,228	2,802	3,964	5,058	6,199	3,957	1,830	0,245	0,235	25,938
11			1,170	2,498	3,701	4,682	5,749	5,446	1,763	0,284	0,245	25,538
12				2,379	3,298	4,370	5,322	5,051	2,427	0,274	0,284	23,406
13					3,141	3,896	4,968	4,675	2,251	0,377	0,274	19,582
14						3,710	4,428	4,365	2,084	0,349	0,377	15,313
15							4,217	3,890	1,945	0,323	0,349	10,725
16								3,705	1,734	0,302	0,323	6,064
17									1,651	0,269	0,302	2,222
18										0,256	0,269	0,525
19											0,256	0,256

Tabella 4.15.

Si determini ora l'idrogramma di progetto di piena con tempo di ritorno pari a 100 anni. Siano:

$$Q_k = \frac{A}{3.6} \cdot q_k \cdot \Psi \quad (\text{con } \psi = 0,834, \text{ ovvero bacino non impermeabile}) \quad \text{e} \quad t_{i+1} = t_i + \Delta t$$

k	q _k [mm/h]	Q _k [m ³ /s]	t [h]
1	0,384	13,7	0,35
2	1,474	52,7	0,71
3	3,767	134,6	1,06
4	6,904	246,6	1,42
5	10,914	389,9	1,77
6	15,735	562,1	2,13
7	20,524	733,2	2,48
8	23,527	840,5	2,83
9	24,981	892,4	3,19
10	25,938	926,6	3,54
11	25,538	912,3	3,90
12	23,406	836,1	4,25
13	19,582	699,5	4,60
14	15,313	547,0	4,96
15	10,725	383,1	5,31
16	6,064	216,6	5,67
17	2,222	79,4	6,02
18	0,525	18,8	6,38
19	0,256	9,2	6,73

Tabella 4.16.

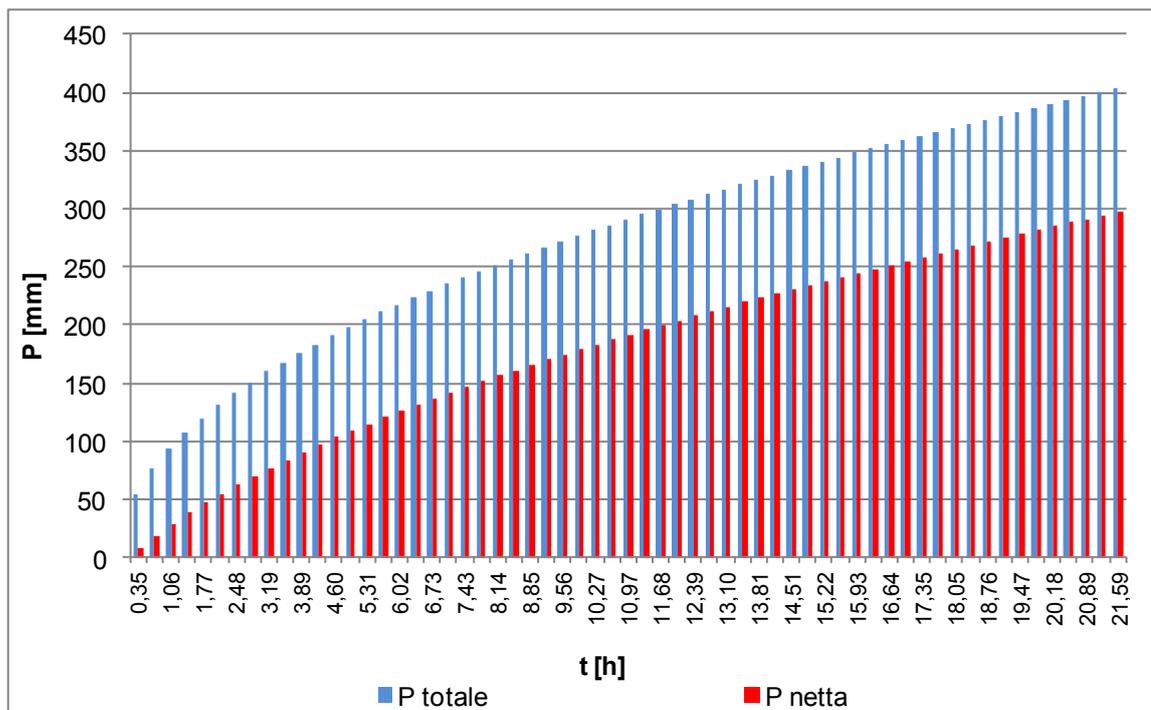


Figura 4.12. Pluviogramma lordo e netto

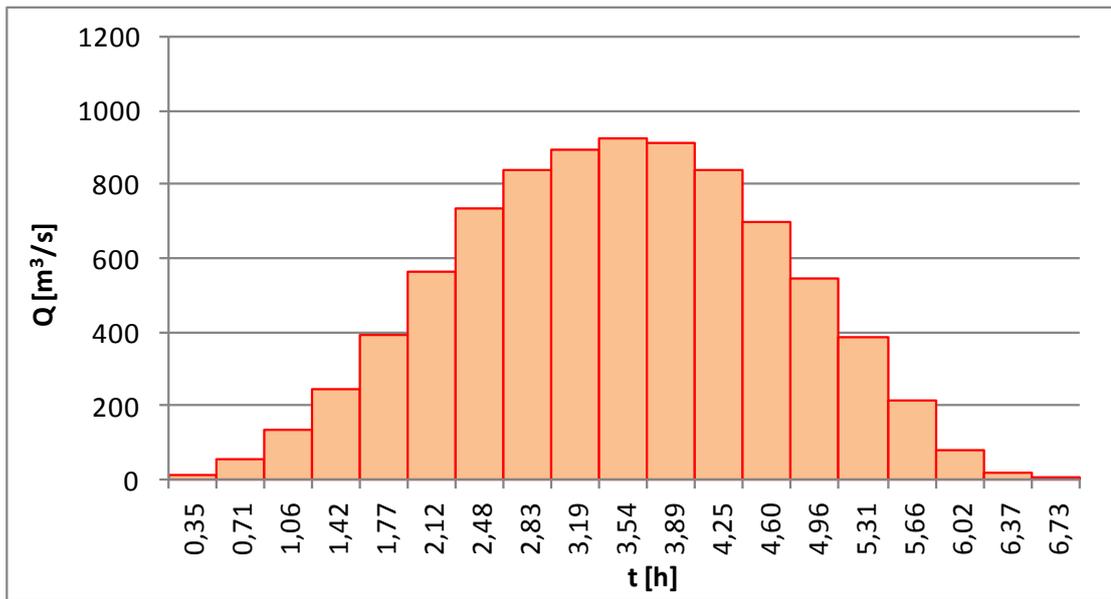


Figura 4.13. Idrogramma di progetto

Quindi dalla Figura 4.13 si può osservare che la portata massima è pari a $Q_{\max} = 926,6 \text{ m}^3/\text{s}$ al tempo $t=3,54 \text{ h}$.

5. Esercitazione 5: valutazione dell'infiltrazione con il metodo Green-Ampt

Occorre definire:

- L'**infiltrazione cumulata** F [mm]: è il volume d'acqua che si infila attraverso l'unità di superficie del suolo in un assegnato intervallo di tempo. Se il suolo non è ancora saturo, l'acqua che si infila nella superficie del terreno va, almeno in parte, ad accrescere il contenuto d'acqua del suolo. Ricordando che il contenuto d'acqua o contenuto di umidità del suolo si misura generalmente come rapporto tra il volume d'acqua e il volume totale di un'assegnata porzione di suolo (esso varia tra zero e il valore della porosità), l'infiltrazione cumulata torna utile per tener conto delle variazioni del contenuto d'umidità del suolo sul tasso d'infiltrazione.
- Il **tasso di infiltrazione** f [mm/h]: è il volume d'acqua che si infila attraverso l'unità di superficie del terreno nell'unità di tempo. Esso dipende da diversi fattori come l'entità della precipitazione, la struttura del suolo (infiltrazione maggiore, per esempio, nei suoli sabbiosi rispetto a quelli argillosi) e il suo contenuto d'acqua al momento considerato.

Da un punto di vista più pratico riguardo l'infiltrazione, si è potuto constatare che la pioggia in un primo momento si infila totalmente fino alla saturazione della superficie del terreno. Da questo momento in poi si forma un velo d'acqua sul terreno che dà luogo al deflusso superficiale. L'intervallo di tempo che intercorre tra l'inizio della pioggia ed il raggiungimento della saturazione prende il nome di tempo di saturazione t_p (o ponding time). Il fenomeno dell'infiltrazione è schematizzato da diversi modelli. In questo caso si adotterà quello di Green-Ampt.

Si valutino l'evoluzione dell'infiltrazione cumulata (F) e del tasso di infiltrazione (f) entro le prime tre ore di pioggia con intensità w costante pari a 20 mm/h, per un terreno limoso ed uno argilloso (le cui caratteristiche sono riportate in *Tabella 5.1*) caratterizzati da un grado di saturazione iniziale del 30%. Valutare inoltre cosa accade dopo la terza ora quando l'intensità di pioggia si riduce a 5mm/h.

Tipo di suolo	Porosità (n)	Potenziale di suzione (ψ , mm)	Conducibilità sat. (K , mm/h)
Limo	0,486	166,8	6,5
Argilla	0,385	316,3	0,3

Tabella 5.1.

Il modello di Green-Ampt è decisamente semplificato rispetto al caso reale. Esso presuppone che il fronte dell'acqua, che avanza verso il basso, costituisca una netta divisione (orizzontale) tra gli strati del suolo non ancora raggiunti dall'acqua di infiltrazione (nei quali il contenuto di umidità è uguale al contenuto di umidità iniziale) e gli strati già raggiunti (nei quali si assume che il mezzo poroso sia saturo e quindi che il contenuto di umidità sia uguale alla porosità). Cioè data una intensità di pioggia pari a w , finché nel suolo $\theta < \theta_s$ (saturo) allora il tasso di infiltrazione effettivo f è pari a w ; mentre l'infiltrabilità del suolo f_c è maggiore di w . Al tempo di ponding t_p si ha $f_c = w$.

Si ricorda che il tempo di ponding è dato dall'equazione:

$$t_p = \frac{K \cdot \Psi \cdot \Delta\theta}{w \cdot (w - K)}$$

dove: $\Delta\theta = (1 - \text{grado saturazione}) \cdot n$

- A tale istante l'altezza di acqua infiltrata può essere valutata come:

$$F_p = w \cdot t_p$$

- Prima del tempo di ponding ($t < t_p$; $f_c > w$; $f = w$):

$$\begin{cases} F(t) = w \cdot t \\ f(t) = \frac{F(t)}{t} = w \end{cases}$$

- Dopo il ponding ($t > t_p$; $f_c < w$) per l'infiltrazione cumulata vale l'equazione:

$$F = F_p + K \cdot (t - t_p) + \Psi \cdot \Delta\theta \cdot \ln\left(\frac{\Psi \cdot \Delta\theta + F}{\Psi \cdot \Delta\theta + F_p}\right)$$

dove F è ottenuta con il metodo delle successive sostituzioni, utilizzando un valore di primo tentativo pari ad esempio a $(w \cdot t_p)$.

sempre dopo il ponding il tasso di infiltrazione corrispondente è dato da (mettendo a sistema l'equazione di continuità $F(t) = L(t) \cdot \Delta\theta$ e l'equazione del moto di Darcy in condizioni sature $f(t) = q = -K_s \cdot \frac{\Delta h}{\Delta z} = K_s \cdot \frac{L + \Psi}{L}$):

$$f = K_s \left(\frac{\Psi \cdot \Delta\theta}{F} + 1 \right)$$

5.1. Limo

Siano:

w [mm/h]	20
θ_0 [-]	0,1458
n [-]	0,486
Ψ [mm]	166,8
K [mm/h]	6,5
$\Delta\theta$ [-]	0,3402

Dove:

w = intensità di pioggia (costante per ipotesi)

θ_0 = contenuto d'acqua iniziale del terreno, ovvero saturazione iniziale (per ipotesi $\theta_0 = 30\% \cdot n$)

n = porosità effettiva

Ψ = suzione

K = conducibilità satura

$\Delta\theta$ = differenza tra porosità effettiva e la saturazione iniziale ($\Delta\theta = n - \theta_0$)

Si calcoli il tempo di ponding con l'equazione:

$$t_p = \frac{K \cdot \Psi \cdot \Delta\theta}{w \cdot (w - K)} = \frac{6,5 \cdot 166,8 \cdot 0,3402}{20 \cdot (20 - 6,5)} = 1,37h$$

Si calcoli ora l'infiltrazione F_p al tempo di ponding con la formula:

$$F_p = w \cdot t_p = 20 \cdot 1,37 = 27,322 \text{ mm}$$

Si procede con il calcolo della F per tempi successivi a quello di ponding con la formula ($t > t_p$):

$$F = F_p + K \cdot (t - t_p) + \Psi \cdot \Delta\theta \cdot \ln\left(\frac{\Psi \cdot \Delta\theta + F}{\Psi \cdot \Delta\theta + F_p}\right)$$

La soluzione di quest'equazione si ricava con un metodo iterativo:

- Si inserisce al secondo membro dell'equazione un valore di F di primo tentativo (si scelga quello uguale ad $F_p = 27,322 \text{ mm} = F(0)$); si ricava dall'equazione un secondo valore di $F(t) = F(1)$,
- Si sostituisca $F(1)$ al secondo membro e si ricavi un terzo valore: $F(2)$
- ...
- Si continua in questo modo finché la differenza tra due $F(t)$ consecutivi ricavati sia quasi zero (si scelga una precisione inferiore al millesimo).

In *Tabella 5.2*, i dati evidenziati in grigio, rappresentano i "punti di arresto" del processo iterativo. Inoltre per $t > 3h$ dove avrà $i=w=5$, verrebbe un valore di $t_p < 0$ perché $w < \text{conducibilità satura } K$ (e quindi non ne viene tenuto conto).

t [h]	i = w [mm/h]	t _p [h]	F _p [mm]	Tentativi						
				F(0) [mm]	F(1) [mm]	F(2) [mm]	...	F(16) [mm]	F(17) [mm]	F(18) [mm]
1,37	20	1,37	27,322	27,322	27,322	27,322	...	27,322	27,322	27,322
1,50	20			28,192	28,777	29,166	...	29,916	29,917	29,918
2,00	20			31,442	34,158	35,878	...	38,563	38,564	38,564
2,50	20			34,692	39,461	42,346	...	46,172	46,172	46,173
3,00	20			37,942	44,693	48,601	...	53,139	53,139	53,140
3,00	5	-49,18	6,830							
3,50	5									
4,00	5									
4,50	5									
5,00	5									
5,50	5									
6,00	5									

Tabella 5.2.

t [h]	i = w [mm/h]	t _p [h]	F _p [mm]	... Tentativi						
				F(19) [mm]	F(20) [mm]	F(21) [mm]	F(22) [mm]	F(23) [mm]	F(24) [mm]	F(25) [mm]
1,37	20	1,37	27,322	27,322	27,322	27,322	27,322	27,322	27,322	27,322
1,50	20			29,918	29,918	29,918	29,918	29,918	29,918	29,918
2,00	20			38,565	38,565	38,565	38,565	38,565	38,565	38,565
2,50	20			46,173	46,173	46,173	46,173	46,173	46,173	46,173
3,00	20			53,140	53,140	53,140	53,140	53,140	53,140	53,140
3,00	5									
3,50	5	-49,18	6,830							
4,00	5									
4,50	5									
5,00	5									
5,50	5									
6,00	5									

Tabella 5.2.

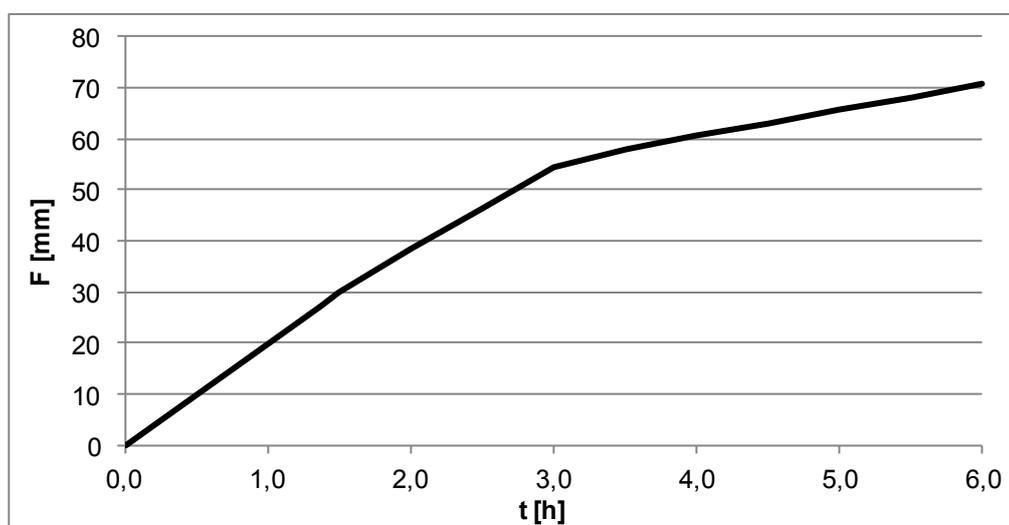


Figura 5.1. Infiltrazione cumulata (limo)

Noto ora F, si calcola il tasso d'infiltrazione f con la formula ($t > t_p$):

$$f = K_s \left(\frac{\Psi \cdot \Delta\theta}{F} + 1 \right)$$

t [h]	f [mm/h]	F [mm]
1,37	20,00	27,32
1,50	18,83	29,92
2,00	16,06	38,57
2,50	14,49	46,17
3,00	13,44	53,14
3,50	13,84	55,64
4,00	12,98	58,14
4,50	12,98	60,64
5,00	11,82	63,14
5,50	11,41	65,64
6,00	11,07	68,14

Tabella 5.3.

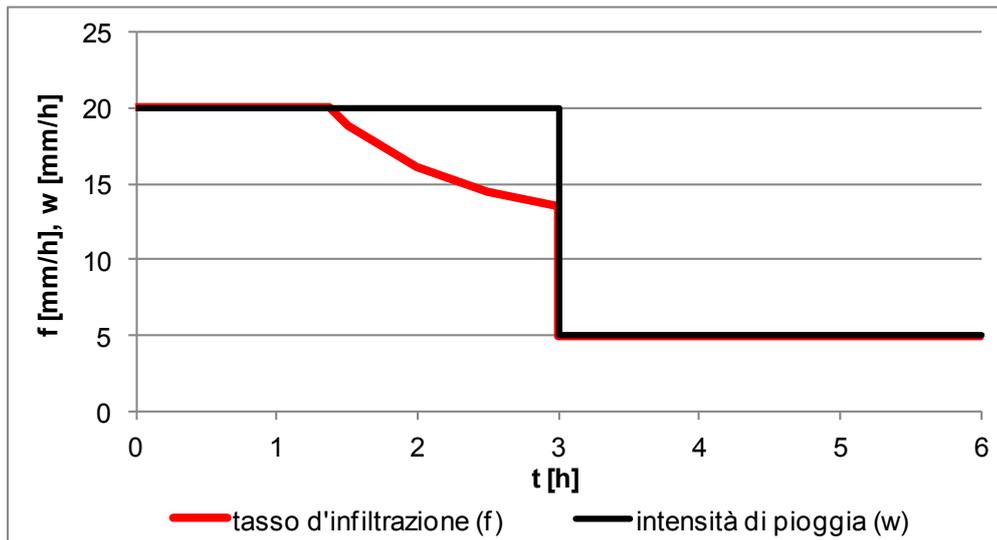


Figura 5.2. Andamento tassi d'infiltrazione e intensità di pioggia, nel tempo (limo)

5.2. Argilla

Siano:

w [mm/h]	20
θ_0 [-]	0,1155
n [-]	0,385
Ψ [mm]	316,3
K [mm/h]	0,3
$\Delta\theta$ [-]	0,2695

Dove:

w = intensità di pioggia (costante per ipotesi)

θ_0 = contenuto d'acqua iniziale del terreno, ovvero saturazione iniziale (per ipotesi $\theta_0 = 30\% \cdot n$)

n = porosità effettiva

Ψ = suzione

K = conducibilità satura

$\Delta\theta$ = differenza tra porosità effettiva e la saturazione iniziale ($\Delta\theta = n - \theta_0$)

Si calcoli il tempo di ponding con l'equazione:

$$t_p = \frac{K \cdot \Psi \cdot \Delta\theta}{w \cdot (w - K)} = \frac{0,3 \cdot 316,3 \cdot 0,2695}{20 \cdot (20 - 0,3)} = 0,06h$$

Si calcoli ora l'infiltrazione F_p al tempo di ponding con la formula:

$$F_p = w \cdot t_p$$

Si procede con il calcolo della F per tempi successivi a quello di ponding con la formula ($t > t_p$):

$$F = F_p + K \cdot (t - t_p) + \Psi \cdot \Delta\theta \cdot \ln \left(\frac{\Psi \cdot \Delta\theta + F}{\Psi \cdot \Delta\theta + F_p} \right)$$

La soluzione di quest'equazione si ricava con un metodo iterativo:

- Si inserisce al secondo membro dell'equazione un valore di F di primo tentativo (si scelga quello uguale ad $F_p = 27,322 \text{ mm} = F(0)$); si ricava dall'equazione un secondo valore di $F(t) = F(1)$,
- Si sostituisca $F(1)$ al secondo membro e si ricavi un terzo valore: $F(2)$
- ...
- Si continua in questo modo finchè la differenza tra due $F(t)$ consecutivi ricavati sia quasi zero (si scelga una precisione inferiore al millesimo).

In *Tabella 5.4*, i dati evidenziati in grigio, rappresentano i "punti di arresto" del processo iterativo. In questo caso sono state necessarie 142 iterazioni (ma non sono state riportate tutte in *Tabella 5.4*, per motivi di spazio). Tutti i valori di F sono riassunti in *Tabella 5.5*.

t [h]	i = w [mm/h]	t _p [h]	F _p [mm]	Tentativi						
				F(0) [mm]	F(1) [mm]	F(2) [mm]	...	F(55) [mm]	F(56) [mm]	F(57) [mm]
0,06	20	0,06	1,298	1,298	1,298	1,298	...			
0,50	20			1,429	1,557	1,683	...	4,748	4,760	4,772
1,00	20			1,579	1,855	2,125	...	7,125	7,133	7,141
1,50	20			1,729	2,152	2,565	...	8,910	8,915	8,919
2,00	20			1,879	2,449	3,004	...	10,404	10,407	10,409
2,50	20			2,029	2,745	3,442	...	11,719	11,721	11,723
3,00	20			2,179	3,042	3,879	...	12,913	12,914	12,915
3,00	5		2,179			...				
3,50	5		0,325	1,355	2,376	3,374	...	13,949	13,950	13,951
4,00	5			1,505	2,673	3,813	...	14,985	14,986	14,986
4,50	5			1,655	2,970	4,251	...	15,963	15,963	15,963
5,00	5			1,805	3,267	4,687	...	16,892	16,892	16,892
5,50	5			1,955	3,564	5,123	...	17,780	17,780	17,780
6,00	5			2,105	3,861	5,557	...	18,632	18,632	18,633

t [h]	i = w [mm/h]	t _p [h]	F _p [mm]	...Tentativi						
				F(58) [mm]	F(59) [mm]	F(60) [mm]	F(22) [mm]	F(61) [mm]	F(62) [mm]	...
0,06	20	0,06	1,298							...
0,50	20			4,784	4,795	4,805	4,815	4,824	4,784	...
1,00	20			7,148	7,154	7,160	7,165	7,170	7,148	...
1,50	20			8,923	8,927	8,930	8,933	8,935	8,923	...
2,00	20			10,411	10,413	10,415	10,417	10,418	10,411	...
2,50	20			11,724	11,725	11,726	11,727	11,728	11,724	...
3,00	20			12,916	12,916	12,917	12,917	12,918	12,916	...
3,00	5								...	
3,50	5		0,325	13,951	13,952	13,952	13,953	13,953	13,951	...
4,00	5			14,986	14,987	14,987	14,987	14,987	14,986	...
4,50	5			15,964	15,964	15,964	15,964	15,964	15,964	...
5,00	5			16,892	16,892	16,893	16,893	16,893	16,892	...
5,50	5			17,780	17,780	17,780	17,780	17,780	17,780	...
6,00	5			18,633	18,633	18,633	18,633	18,633	18,633	...

Tabella 5.4.

In Tabella 5.4 sono stati riportati solo alcuni dei “punti di arresto”. Questi ultimi sono tutti riportati in Tabella 5.5.

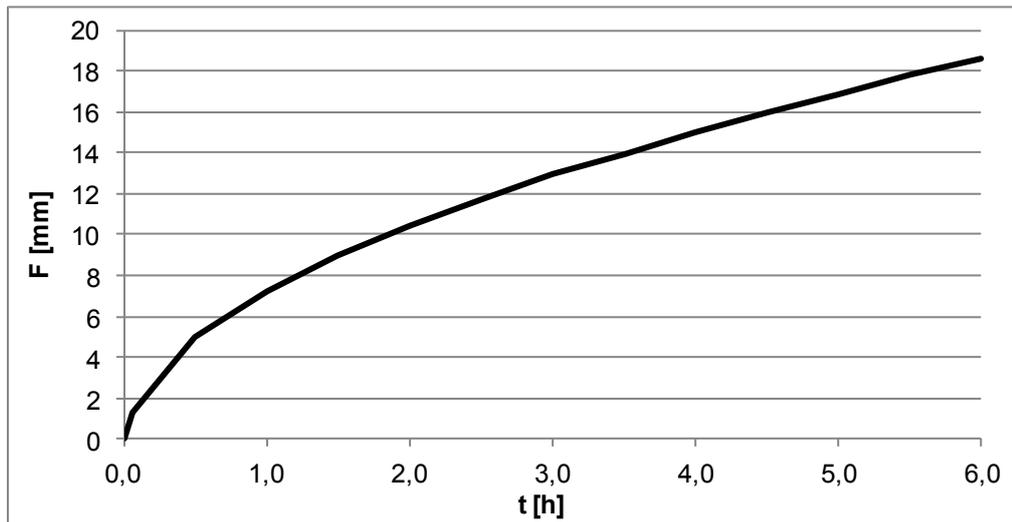


Figura 5.3. Infiltrazione cumulata (argilla)

Noto ora F , si calcola il tasso d'infiltrazione f con la formula ($t > t_p$):

$$f = K_s \left(\frac{\psi \cdot \Delta\theta}{F} + 1 \right)$$

t [h]	f [mm/h]	F [mm]
0,06	20,00	1,30
0,50	5,43	4,98
1,00	3,84	7,23
1,50	3,15	8,96
2,00	2,75	10,43
2,50	2,48	11,73
3,00	2,28	12,92
3,50	2,13	13,95
4,00	2,01	14,99
4,50	1,90	15,96
5,00	1,81	16,89
5,50	1,74	17,78
6,00	1,67	18,63

Tabella 5.5.

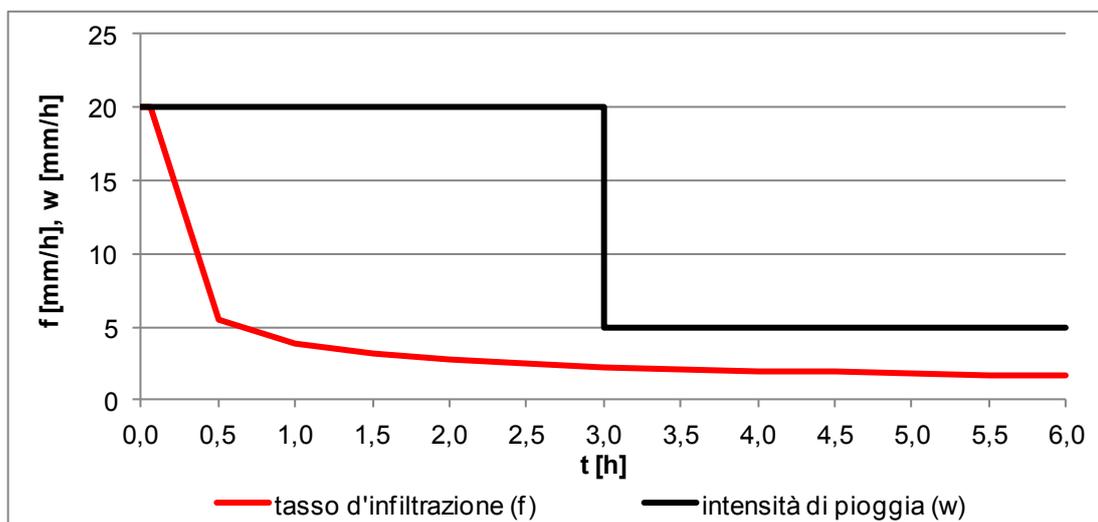


Figura 5.4. Andamento tassi d'infiltrazione e intensità di pioggia, nel tempo (argilla)

6. Esercitazione 6: valutazione dell'infiltrazione con modello di Horton

Il modello di Horton è un modello fisico semplificato. Esso offre una descrizione del fenomeno dell'infiltrazione basata sulle ipotesi di:

- superficie satura (ovvero l'intensità di pioggia è maggiore della velocità di infiltrazione)
- ogni suolo è caratterizzato da una velocità di infiltrazione massima iniziale (f_0) ed una minima (f_1), al cui valore tende asintoticamente il tasso di infiltrazione quando la durata dell'evento tende all'infinito (v. *Figura 6.2 e 6.4*)
- in ogni istante dell'evento la variazione dell'intensità di infiltrazione $\delta f(t)/\delta t$ è proporzionale alla differenza di velocità di infiltrazione istantanea e finale:

$$\frac{\delta f(t)}{\delta t} = -k(f_c - f_1) \text{ e integrando } \rightarrow \ln(f_c - f_1) = -kt + c$$

Introducendo la condizione iniziale: $f = f_0$ (per $t=0$) si ottiene per $w(t) > f(t)$, il seguente tasso di infiltrazione:

$$f_c(t) = f_1 + (f_0 - f_1) \cdot e^{-kt}$$

Il volume cumulato di infiltrazione si ottiene integrando l'espressione precedente:

$$F_c(t) = \int_0^t f_c(t) dt = f_1 \cdot t + (f_0 - f_1) \cdot \frac{1}{k} \cdot [1 - e^{-kt}]$$

Invece per $w(0) < f(0) \rightarrow f(0) = \omega < f_c(0)$ (infiltrazione effettiva < infiltrazione potenziale): negli istanti iniziali, il volume infiltrato vale:

$$F(t) = w \cdot t = i \cdot t$$

Per $t < t_p$ si avrà che $f'_c(t) = i_1$

Per $t > t_p$ si può riprendere ad usare una relazione con $f_c(t)$:

$$f'_c(t) = f_1 + (f_p - f_1) \cdot e^{-k(t-t_p)}$$

Si consideri quindi il modello di infiltrazione di Horton con parametri $f_0=40$ mm/h, $f_1=3$ mm/h e $k = 1,2$ h⁻¹. Si prenda in considerazione un pluviogramma di durata complessiva pari a 6 ore costituito da due eventi parziali rettangolari, di tre ore ognuno, le cui intensità siano $i_1=12$ mm/h e $i_2=25$ mm/h. Si considerino due casi:

1) Si cominci con l'intensità minore delle due

Partendo dall'equazione differenziale di Richard (ottenuta mettendo a sistema l'equazione di continuità e l'equazione del moto riferite a un volume di suolo):

$$\frac{\delta \theta}{\delta t} = \frac{\delta}{\delta z} \left[k(\theta) \cdot \frac{\delta h}{\delta z} \right] = \frac{\delta}{\delta z} \left[k(\theta) \cdot \left(1 + \frac{\delta}{\delta z} \Psi(\theta) \right) \right]$$

$\delta \theta / \delta t =$ in superficie è il tasso di infiltrazione f

Essendo:

$$h = z + \Psi(\theta)$$

Chiamando D (diffusività):

$$D = k(\theta) \cdot \frac{\delta \Psi}{\delta \theta} \quad \frac{\delta \Psi}{\delta z} = \frac{\delta \Psi}{\delta \theta} \cdot \frac{\delta \theta}{\delta z}$$

Ricavo:

$$\frac{\delta \theta}{\delta t} = \frac{\delta}{\delta z} \left[k(\theta) + D(\theta) \cdot \frac{\delta \theta}{\delta z} \right]$$

Basandoci sulle ipotesi che: $k = \text{cost}$ e $D = \text{cost}$

E nota la condizione iniziale: $\theta(t=0) = \theta_s$ ovvero saturazione già da subito (questa è anche una condizione al contorno).

t [h]	i = w [mm/h]	f _c [mm/h]	F _c (t) [mm]
0,0	12	40,00	0,00
0,5	12	23,31	15,41
1,0	12	14,14	24,55
1,5	12	9,12	30,24
2,0	12	6,36	34,04
2,2	12	5,52	35,45
2,5	12	4,84	36,80
3,0	12	4,01	38,99
3,0	25	4,00	39,03
3,5	25	3,55	40,87
4,0	25	3,30	42,58
4,5	25	3,17	44,19
5,0	25	3,09	45,76
5,5	25	3,05	47,29
6,0	25	3,03	48,81

Tabella 6.1.

Si calcoli ora il tempo di ponding:

$$t_p = \frac{1}{i \cdot k} \cdot \left[(f_0 - i) - f_1 \cdot \ln \left(\frac{i - f_1}{f_0 - f_1} \right) \right]$$

Tale formula si ricava combinando le relazioni di $f_c(t)$ e $F_c(t)$ scritte sopra e sostituendo le condizioni di ponding:

$$f_c(t_p) = w$$

$$F_c(t_p) = w \cdot t_p$$

t [h]	i = w [mm/h]	f _c [mm/h]	F _c (t) [mm]	t _p [h]	f _c (t _p)=f _p [mm/h]	f _c '(t) [mm/h]
0,0	12	40,00	0,00	2,24	12,00	12,00
0,5	12	23,31	15,41		12,00	12,00
1,0	12	14,14	24,55		12,00	12,00
1,5	12	9,12	30,24		12,00	12,00
2,0	12	6,36	34,04		12,00	12,00
2,2	12	5,52	35,45		12,00	12,00
2,5	12	4,84	36,80		12,00	9,58
3,0	12	4,01	38,99		12,00	6,61
3,0	25	4,00	39,03	0,55	12,00	6,57
3,5	25	3,55	40,87		12,00	4,98
4,0	25	3,30	42,58		12,00	4,09
4,5	25	3,17	44,19		12,00	3,60
5,0	25	3,09	45,76		12,00	3,33
5,5	25	3,05	47,29		12,00	3,18
6,0	25	3,03	48,81		12,00	3,10

Tabella 6.2.

Come si può osservare dalla Tabella 6.2, il tempo di ponding vale: $t_p = 2,24$ ore

Successivamente si calcolano le differenze ($w - f_c'$) che servirà per il calcolo di ψ :

$i = w$ [mm/h]	$f_c' (t)$ [mm/h]	$w - f_c'$ [mm/h]
12	12,00	0,00
12	12,00	0,00
12	12,00	0,00
12	12,00	0,00
12	12,00	0,00
12	12,00	0,00
12	9,58	2,42
12	6,61	5,39
25	6,57	18,43
25	4,98	20,02
25	4,09	20,91
25	3,60	21,40
25	3,33	21,67
25	3,18	21,82
25	3,10	21,90

$$\sum w = 259$$

$$\sum(w - f_c') = 153,97$$

Quindi il coefficiente di deflusso sarà:

$$\psi = \frac{\sum(w - f_c')}{\sum w} = 0,59$$

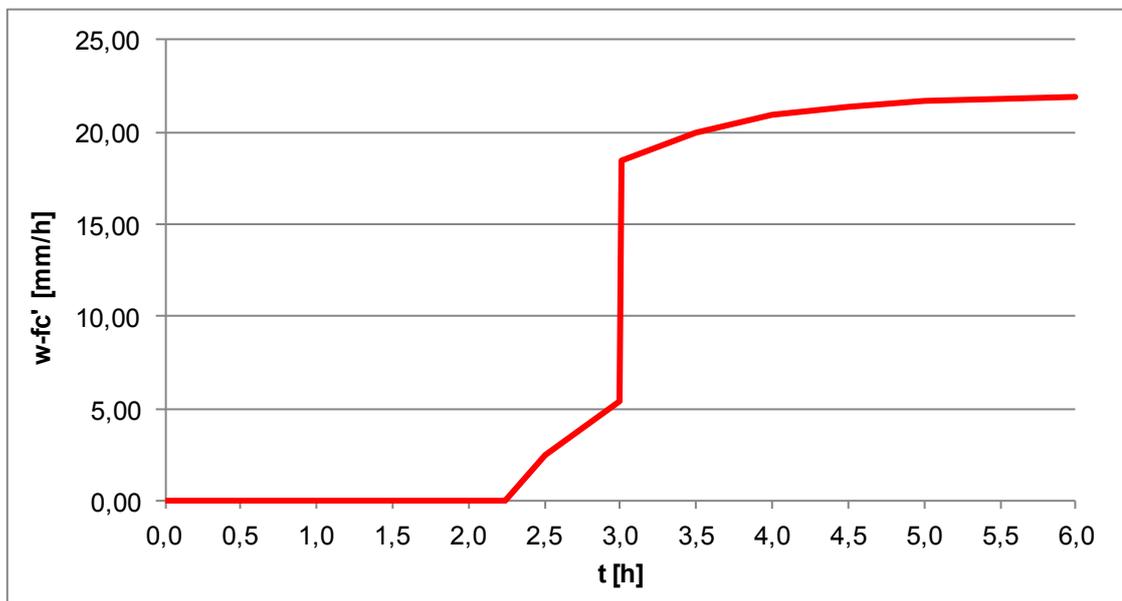


Figura 6.1. Andamento del deflusso superficiale dovuto all'infiltrazione

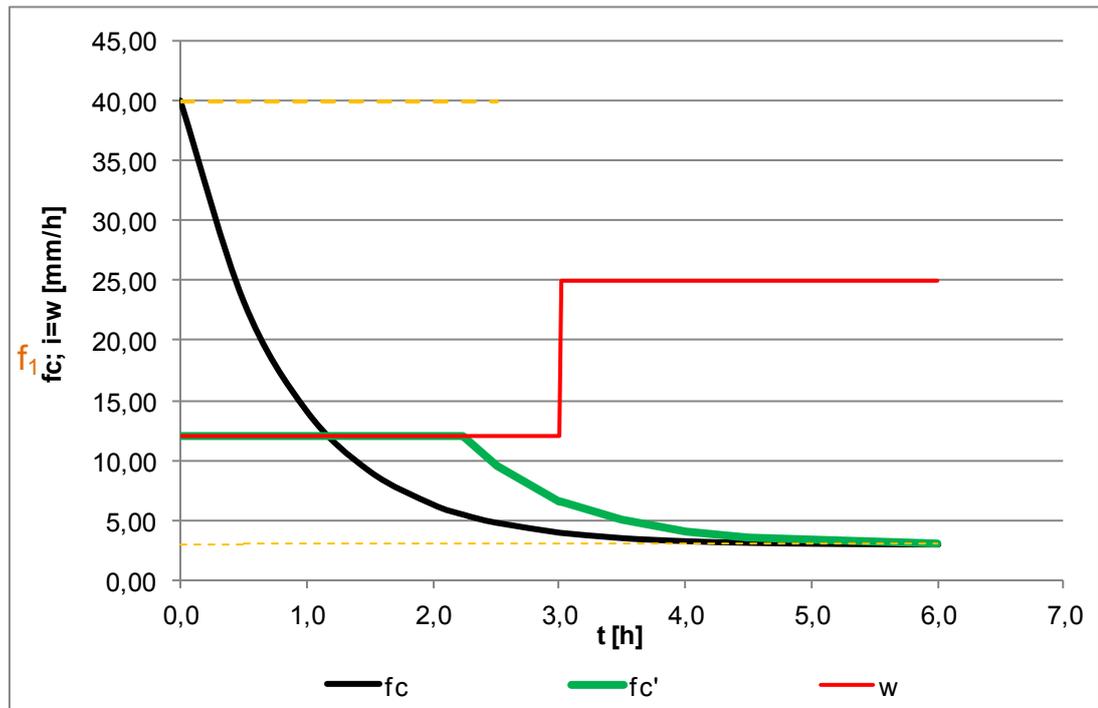


Figura 6.2. Pluviogramma ($i_1 = 12\text{mm/h}$; $i_2 = 25\text{ mm/h}$)

- 2) Si cominci con l'intensità maggiore delle due
 Le formule usate sono uguali a quelle riportate al punto uno di questo paragrafo.

t [h]	i = w [mm/h]	f _c [mm/h]	F _c (t) [mm]
0,0	12	40,00	0,00
0,5	12	23,31	15,41
1,0	12	14,14	24,55
1,5	12	9,12	30,24
2,0	12	6,36	34,04
2,2	12	5,52	35,45
2,5	12	4,84	36,80
3,0	12	4,01	38,99
3,0	25	4,00	39,03
3,5	25	3,55	40,87
4,0	25	3,30	42,58
4,5	25	3,17	44,19
5,0	25	3,09	45,76
5,5	25	3,05	47,29
6,0	25	3,03	48,81

Tabella 6.3.

t [h]	i = w [mm/h]	f _c [mm/h]	F _c (t) [mm]	t _p [h]	f _c (t _p)=f _p [mm/h]	f _c ' (t) [mm/h]
0,00	25	40,00	0,00	0,55	25,00	25,00
0,50	25	23,31	15,41		25,00	25,00
0,55	25	22,08	16,59		25,00	25,00
1,00	25	14,14	24,55		25,00	15,85
1,50	25	9,12	30,24		25,00	10,05
2,00	25	6,36	34,04		25,00	6,87
2,50	25	4,84	36,80		25,00	5,12
3,00	25	4,01	38,99		25,00	4,17
3,01	12	4,00	39,03	2,24	25,00	4,15
3,50	12	3,55	40,87		25,00	3,64
4,00	12	3,30	42,58		25,00	3,35
4,50	12	3,17	44,19		25,00	3,19
5,00	12	3,09	45,76		25,00	3,11
5,50	12	3,05	47,29		25,00	3,06
6,00	12	3,03	48,81		25,00	3,03

Tabella 6.4.

Come si può osservare dalla Tabella 6.4, il tempo di ponding vale: $t_p = 0,55$ ore

Successivamente si calcolano le differenze ($w - f_c'$) che servirà per il calcolo di ψ :

i = w [mm/h]	f _c ' (t) [mm/h]	w - f _c ' [mm/h]
25	25,00	0,00
25	25,00	0,00
25	25,00	0,00
25	15,85	9,15
25	10,05	14,95
25	6,87	18,13
25	5,12	19,88
25	4,17	20,83
12	4,15	7,85
12	3,64	8,36
12	3,35	8,65
12	3,19	8,81
12	3,11	8,89
12	3,06	8,94
12	3,03	8,97

$$\sum w = 259$$

$$\sum(w - f_c') = 143,40$$

Quindi il coefficiente di deflusso sarà:

$$\psi = \frac{\sum(w - f_c')}{\sum w} = 0,56$$

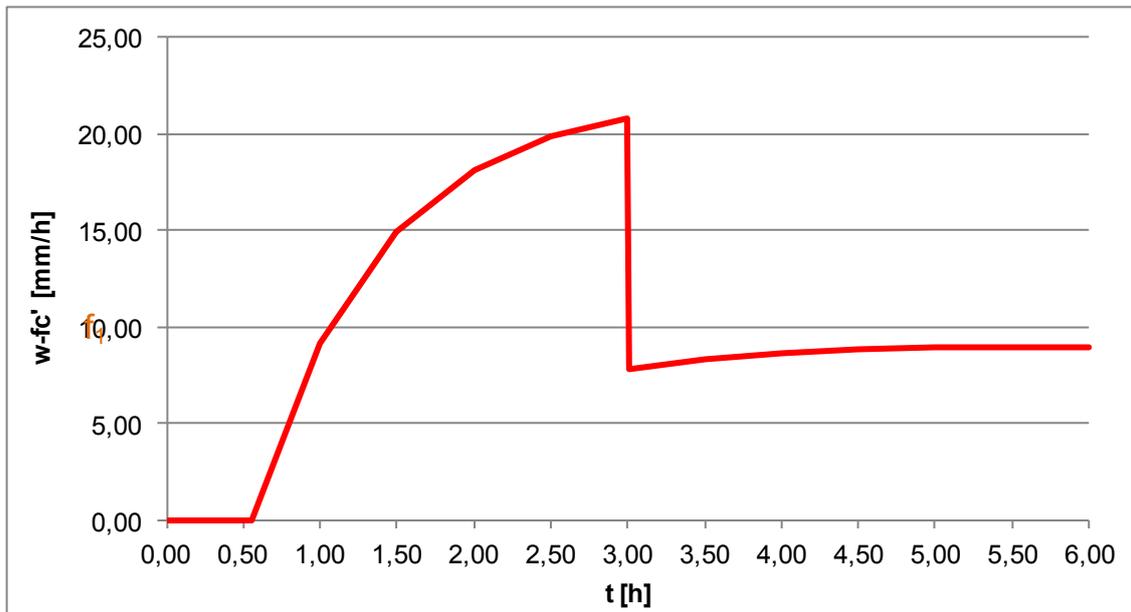


Figura 6.3. Andamento del deflusso superficiale dovuto all'infiltrazione

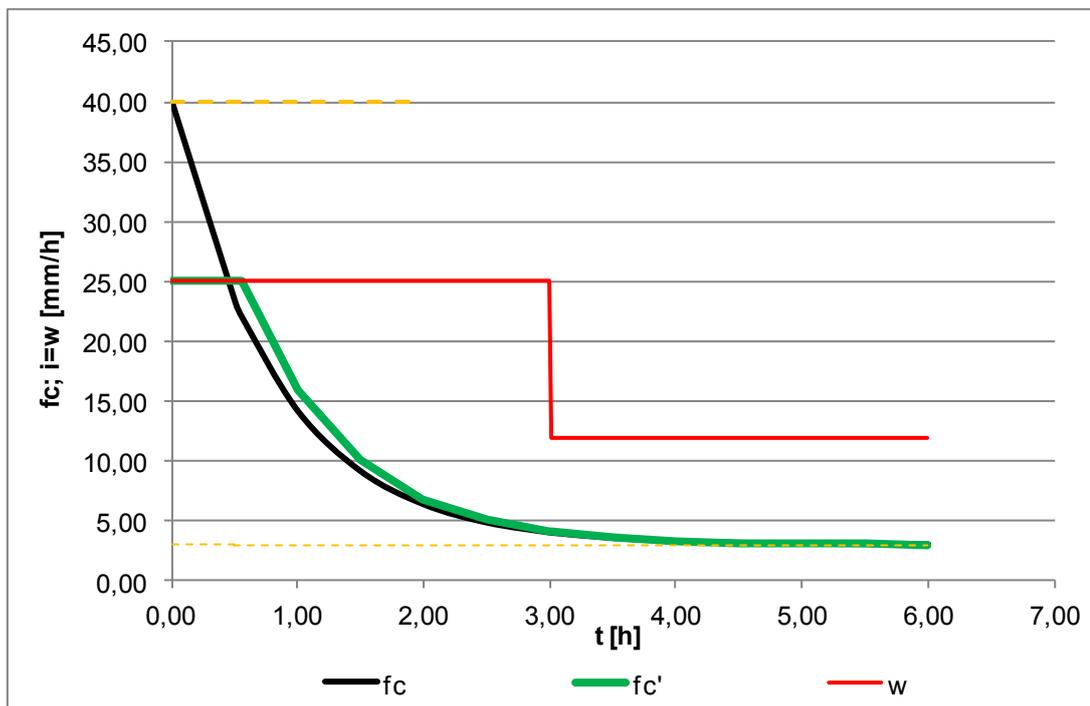


Figura 6.4. Pluviogramma ($i_1 = 25 \text{ mm/h}$; $i_2 = 12 \text{ mm/h}$)

Bibliografia

Materiale didattico

Sitografia

¹ Gallo, E., D. Ganora, F. Laio, A. Masoero, P. Claps “Atlante dei bacini imbriferi piemontesi”,
http://www.idrologia.polito.it/web2/open-data/Renerfor/atlante_bacini_piemontesi_LR.pdf (u.a. 2013)