



CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE

IDROLOGIA

A.A. 2011-2012

ESERCITAZIONI DI IDROLOGIA

DOCENTE: Prof. Pierluigi Claps

ESERCITATORE: Ing. Paola Allamano

ESERCITAZIONE 6

ANALISI ESPLORATIVA DI UNA SERIE DI DATI.

Si consideri la serie storica dei massimi annui della portata istantanea (colmi di piena) osservati alla stazione di Campertogno (VC) sul F. Sesia.

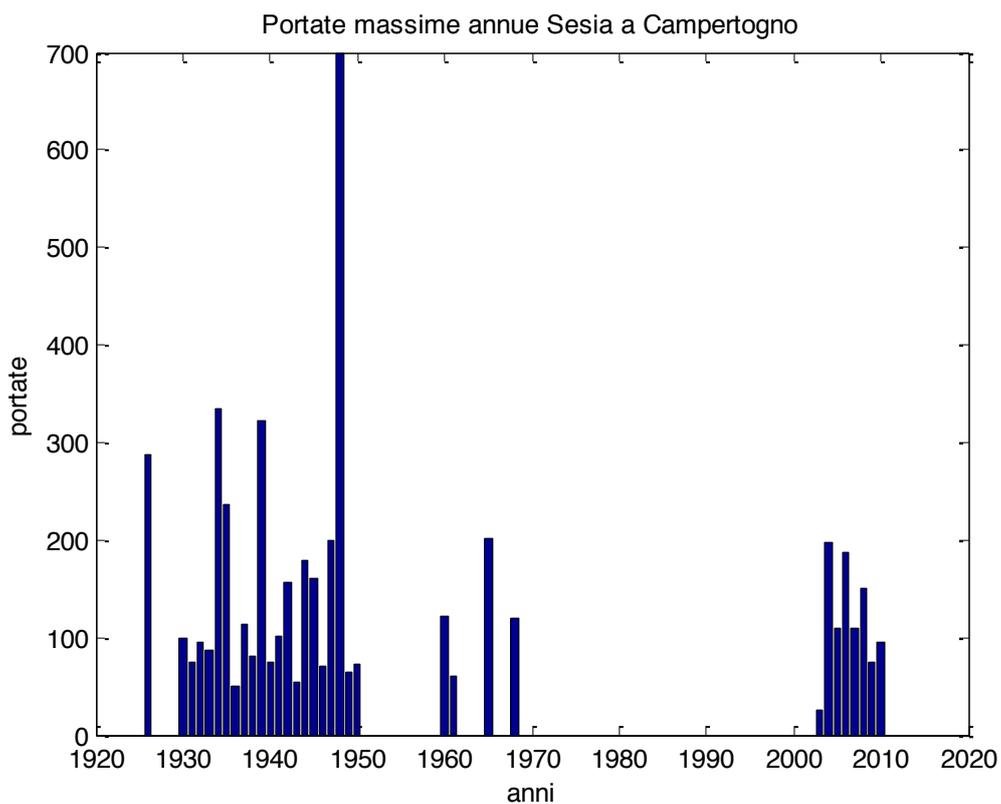
Dati Campertogno	
Anno	Portata (m³/s)
1926	288
1930	100
1931	75.5
1932	95.9
1933	86.4
1934	335
1935	237
1936	50
1937	113
1938	80.7
1939	322
1940	75.5
1941	101
1942	157
1943	55
1944	180
1945	160
1946	70
1947	200
1948	700
1949	63.8
1950	72
1960	122.7
1961	61.1
1965	201.8
1968	120
2003	25
2004	198
2005	110
2006	188
2007	110
2008	150
2009	75
2010	95

Si effettuino le seguenti operazioni:

1. Tracciamento del diagramma cronologico della serie

Si procede al tracciamento del diagramma cronologico di una serie di dati ponendo le portate massime in funzione degli anni in cui sono state misurate.

Dal diagramma sottostante si può osservare che gli anni in cui non è avvenuto il rilevamento siano stati quelli tra il 1920 e il 1925, tra il 1951 e il 1959, tra il 1962 e il 1964, il 1966 e 1967 e tra il 1969 e il 2002. La portata massima (pari a $700 \text{ m}^3/\text{s}$) in questi anni si è avuta nel 1948 mentre il valore minimo (uguale a $25 \text{ m}^3/\text{s}$) è stato individuato nel 2003.



Questa è una rappresentazione grafica della serie storica (successione cronologica).

2. Tracciamento del diagramma delle frequenze assolute di classe:

- ordinare in senso crescente i valori di x .
- dividere in k classi di uguale ampiezza l'intervallo $[x_{min}, x_{max}]$, con $k = \text{int}(1 + 3.3 \cdot \log(n))$ e $n = \text{numero dati}$.
- il diagramma corrisponde al numero di dati ricadenti in ciascuna classe diviso per n (stima della densità di probabilità delle x).

Sovrapporre al diagramma delle frequenze l'andamento della densità di probabilità normale.

Per tracciare il diagramma delle frequenze assolute di classe, dopo aver ordinato in senso crescente i valori di x , è necessario suddividere il campione in un numero di classi k . Onde evitare l'arbitrarietà della determinazione del numero di classi, si può utilizzare la relazione

suggerita da Sturges, che lega il numero delle classi k al numero di campioni n (nel nostro caso abbiamo $n=34$), secondo la relazione

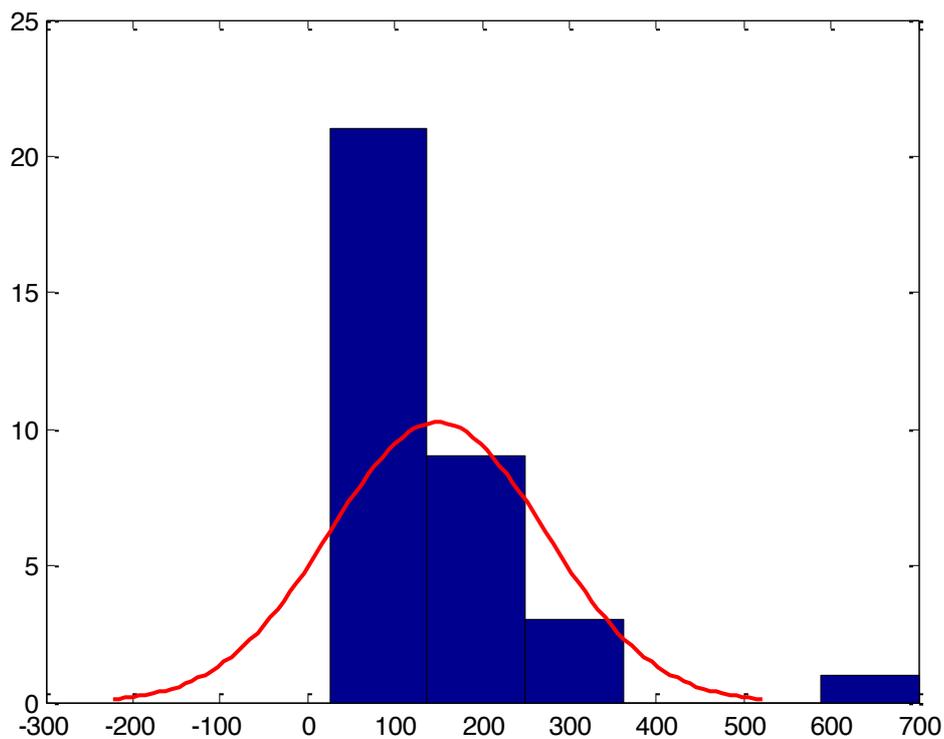
$$k = \text{int}(1 + 3,3 \log_{10} n) = 6$$

si ottengono così 6 classi di ampiezza pari a 112,5

<i>classe</i>	<i>intervalli classe</i>		<i>elementi nella classe</i>
1	25	137,5	21
2	137,5	250	9
3	250	362,5	3
4	362,5	475	0
5	475	587,5	0
6	587,5	700	1
			34

Classi in cui è stato suddiviso il campione

Una volta definito il numero di elementi per ogni classe, si può costruire il diagramma e sovrapporlo all'andamento della densità di probabilità normale:



Sovrapposizione diagramma frequenze assolute con andamento della densità di probabilità normale

3. Calcolo dei valori centrali e dei momenti campionari: media, mediana, scarto quadratico medio, coefficiente di asimmetria (skewness), coefficiente di appiattimento (Kurtosi).

media campionaria: rappresenta il valore intorno al quale si addensano i dati

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = 149.2471$$

varianza campionaria:

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = 124.0712$$

coefficiente di asimmetria (skewness): rappresenta il grado di asimmetria del grafico che rappresenta la funzione di densità di probabilità di una distribuzione. Un indice di asimmetria molto diffuso è costituito dal rapporto tra il momento del terzo ordine e il cubo dello scarto quadratico medio della distribuzione.

$$\gamma = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^3}{s^3} = 2.8009$$

coefficiente di appiattimento (kurtosi): descrive l'acutezza o la piattezza della distribuzione.

$$\kappa = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^4}{s^4} = 12.5574$$

4. Tracciamento del diagramma delle frequenze cumulate e delle frequenze relative cumulate, facendo corrispondere ad ogni valore di x la i/n ; dove i è la posizione di x nella sequenza ordinata delle x .

Il diagramma delle frequenze cumulate si costruisce come il diagramma delle frequenze assolute, con la differenza che sull'asse delle ascisse si avranno le classi mentre su quello delle ordinate saranno presenti i valori di:

$$F_j = \sum_{i=1}^j f_i$$

dove f_i sono i valori dell' i -esima classe.

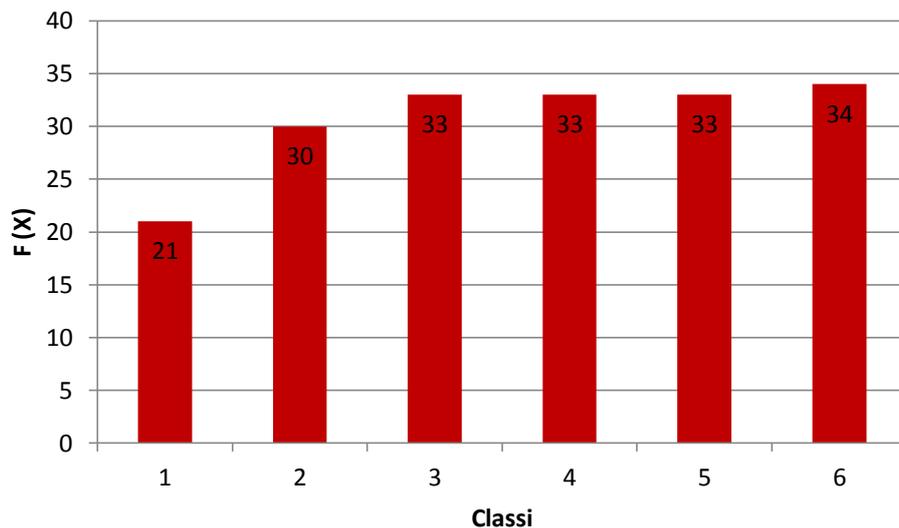


Diagramma delle frequenze cumulate

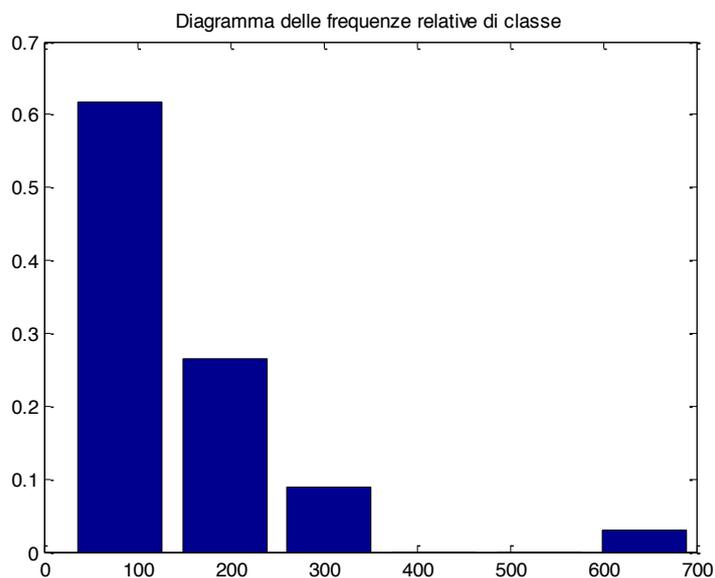
Si passa ora al diagramma delle frequenze relative di classe. La costruzione è identica al diagramma delle frequenze assolute con la differenza che sulle ordinate saranno presenti i valori

$$f_i = \frac{n_i}{n}$$

dove n_i sono gli elementi presenti nella classe i -esima classe

<i>classe</i>	<i>intervalli classe</i>		<i>elementi nella classe</i>	<i>Frequenze relative f_i</i>
1	25	137,5	21	0,62
2	137,5	250	9	0,26
3	250	362,5	3	0,09
4	362,5	475	0	0,00
5	475	587,5	0	0,00
6	587,5	700	1	0,03

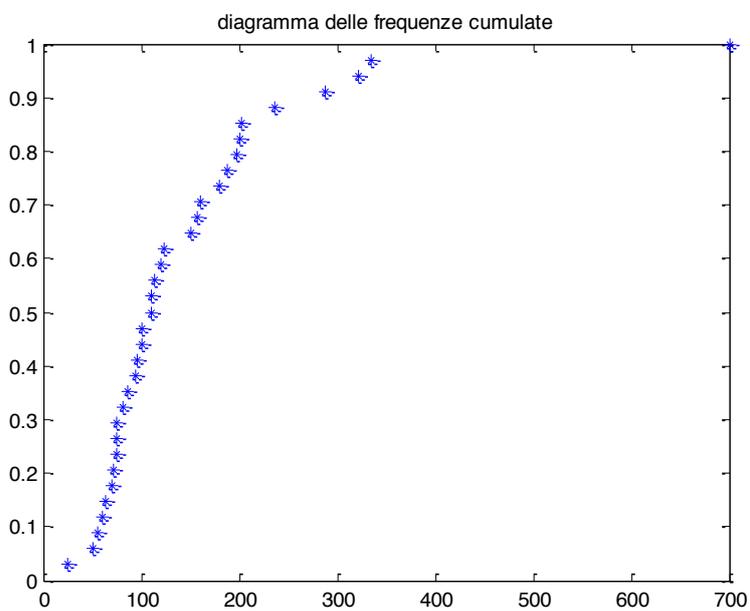
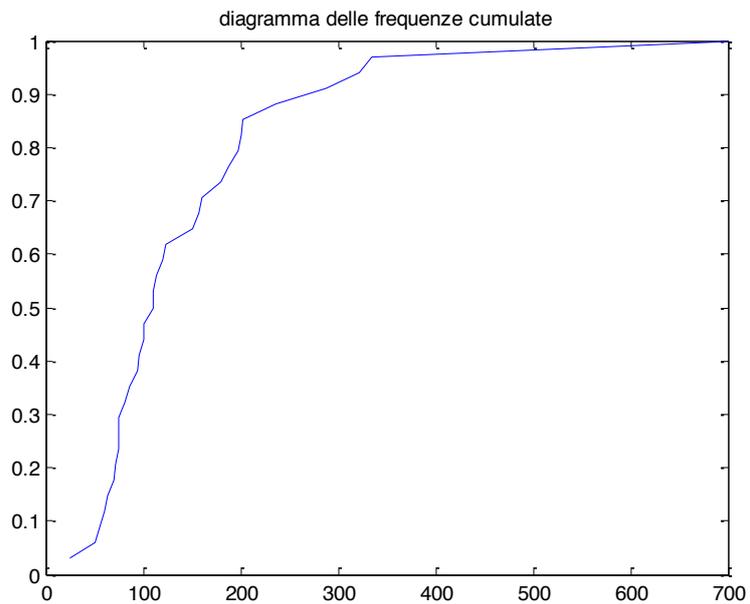
Valori del calcolo delle frequenze relative

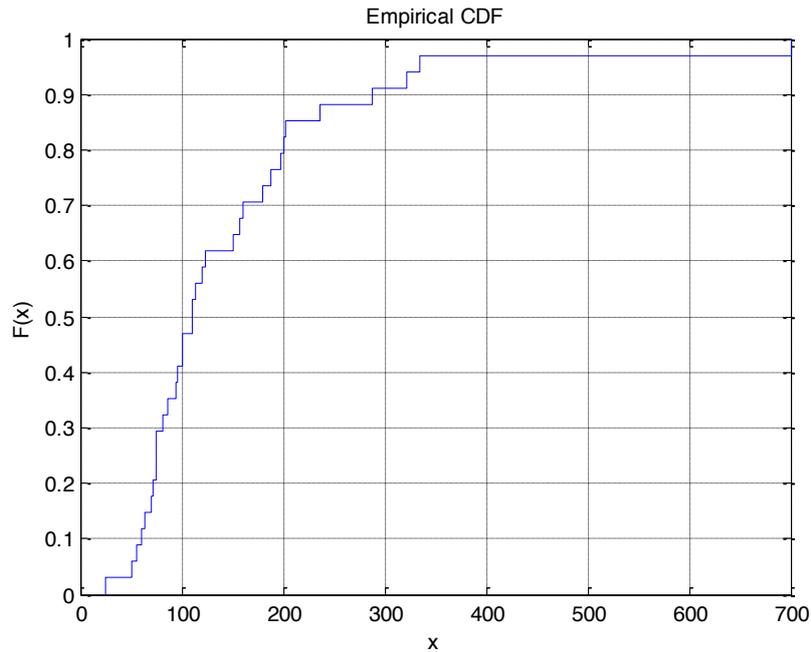


Si passa al tracciamento del diagramma delle frequenze cumulate, facendo corrispondere ad ogni valore di x la $\phi = i/n$; dove i è la posizione di x nella sequenza ordinata delle x

Dati Campertogno ordinati in senso crescente			
Anno	Portata ordinata (m³/s)	classe ordinata i	$\phi = i/n$
2003	25	1	0,03
1936	50	2	0,06
1943	55	3	0,09
1961	61.1	4	0,12
1949	63.8	5	0,15
1946	70	6	0,18
1950	72	7	0,21
2009	75	8	0,24
1931	75.5	9	0,26
1940	75.5	10	0,29
1938	80.7	11	0,32
1933	86.4	12	0,35
2010	95	13	0,38
1932	95.9	14	0,41
1930	100	15	0,44
1941	101	16	0,47
2005	110	17	0,50
2007	110	18	0,53
1937	113	19	0,56
1968	120	20	0,59
1960	122.7	21	0,62
2008	150	22	0,65
1942	157	23	0,68
1945	160	24	0,71
1944	180	25	0,74
2006	188	26	0,76
2004	198	27	0,79
1947	200	28	0,82
1965	201.8	29	0,85
1935	237	30	0,88
1926	288	31	0,91
1939	322	32	0,94
1934	335	33	0,97
1948	700	34	1,00

Tabella di calcolo per il tracciamento del diagramma delle frequenze cumulate





5. Determinazione dei quartili e rappresentazione Box-Plot della serie.

Il **box-plot**, detto anche **box and whiskers plot** (*diagramma a scatola e baffi*), è una rappresentazione grafica utilizzata per descrivere la distribuzione di un campione (in questo caso i massimi annui delle portate istantanee) tramite semplici indici di dispersione e di posizione.

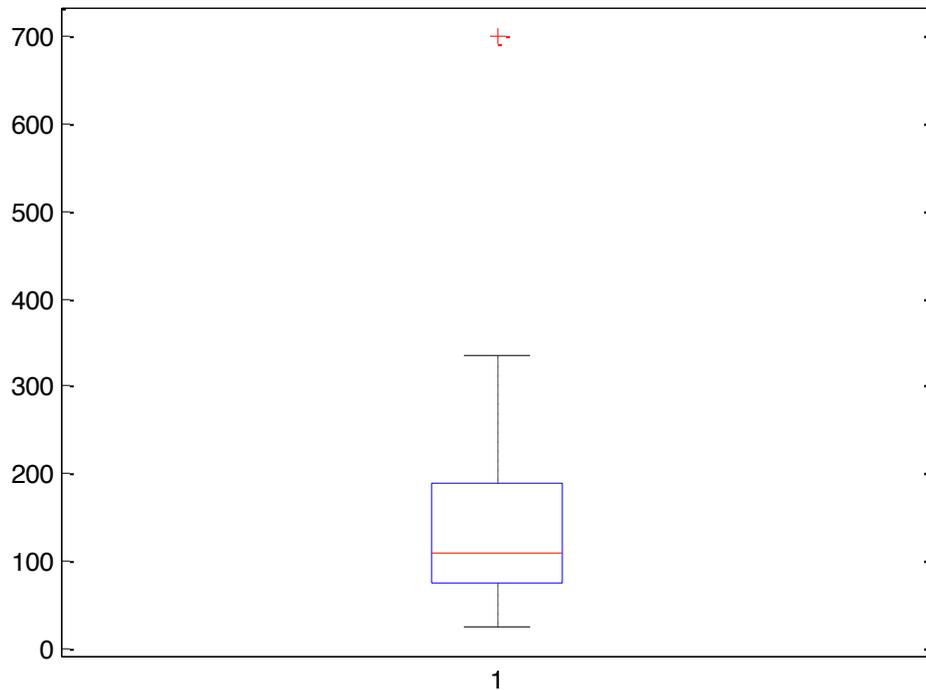
La rappresentazione, orientata verticalmente, è costituita da un rettangolo diviso in due parti, da cui escono due segmenti. Il rettangolo (il box) è delimitato inferiormente e superiormente rispettivamente dal primo e dal terzo quartile, $q_{1/4}$ e $q_{3/4}$, e diviso al suo interno dalla linea mediana (secondo quartile del campione), $q_{1/2}$. I segmenti (i baffi) sono delimitati dal minimo e dal massimo dei valori. In questo modo vengono rappresentati graficamente i quattro intervalli ugualmente popolati delimitati dai quartili. Inoltre nella rappresentazione con i whiskers (i baffi) si possono indicare tutte le osservazioni di valore inferiore al whisker minimo e superiore al whisker massimo.

Per poter disegnare il box-plot si definiscono il I, II e III quartile. Il procedimento è semplice: si va a vedere nella tabella per il calcolo delle frequenze cumulate i valori del campione per $\phi = 0,25$ (I quartile o limite inferiore del box), $\phi = 0,5$ (II quartile o linea mediana) e $\phi = 0,75$ (III quartile o limite superiore del box).

I quartile ($\phi = 0,25$)		II quartile ($\phi = 0,5$)		III quartile ($\phi = 0,75$)	
Portata (m^3/s)	ϕ	Portata (m^3/s)	ϕ	Portata (m^3/s)	ϕ
75	0,24	110	0,5	180	0,74
75.5	0,26			188	0,76

Si sono così trovati i limiti della scatola: il limite inferiore di x ha un valore tra i $75-75,5 \text{ m}^3/\text{s}$, la linea mediana ha un valore di $110 \text{ m}^3/\text{s}$ ed il limite superiore di x ha un valore compreso tra $180-188 \text{ m}^3/\text{s}$.

E' possibile ora disegnare il box-plot

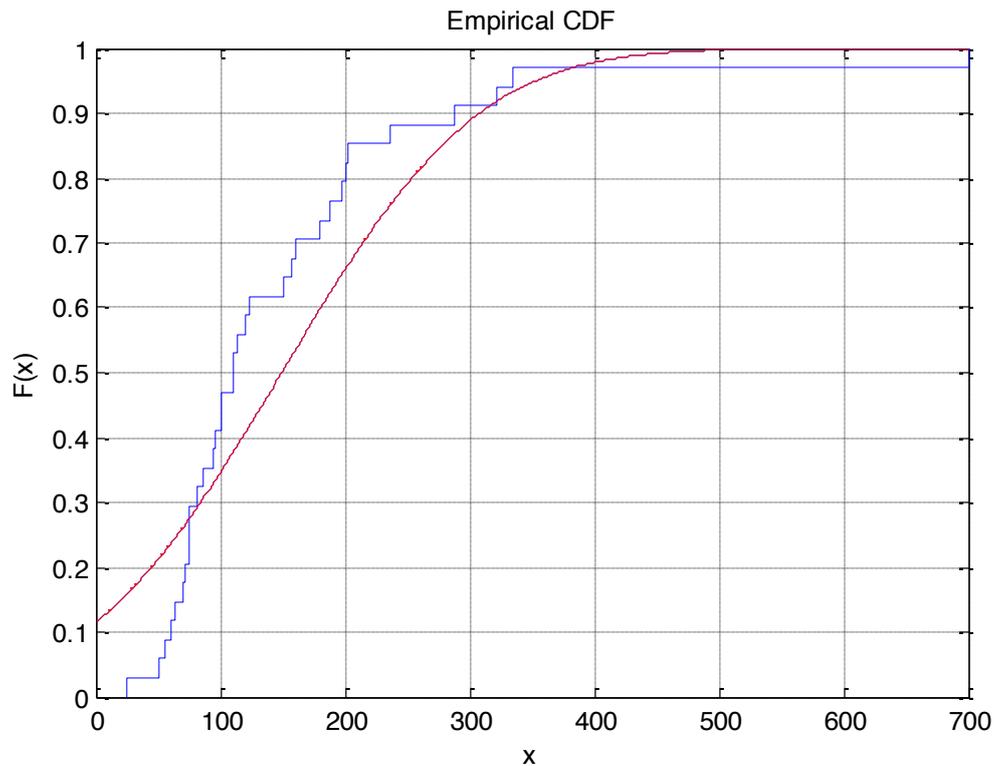


Rappresentazione box-plot

6. Sovrapporre al diagramma delle frequenze l'andamento della funzione di probabilità cumulata normale.

Il diagramma delle frequenze cumulate relative viene sovrapposto alla funzione di probabilità cumulata normale. Da ciò si nota quanto la distribuzione normale si presta ad interpretare il problema appena esposto.

A causa della mancanza di un qualunque criterio oggettivo di applicazione (si potrebbe arrivare a risultati di dubbio significato), si preferisce alla spezzata, creata con le frequenze cumulate relative, una distribuzione di probabilità di tipo noto (come la distribuzione normale) adattandola al campione disponibile.

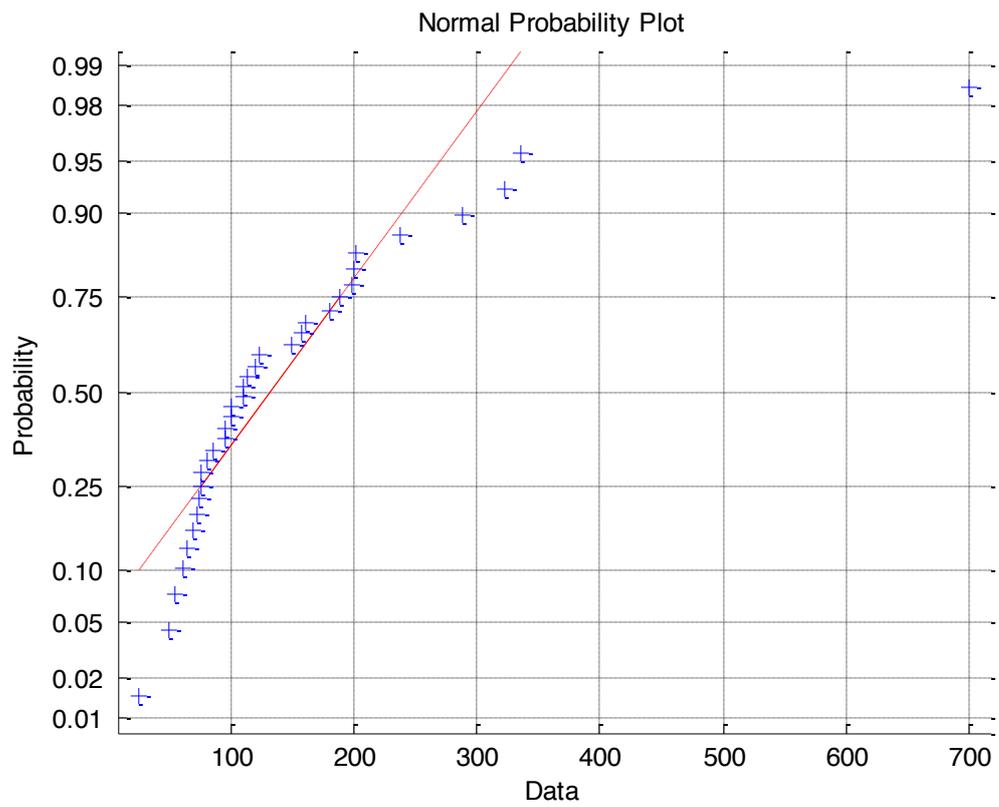


7. *Riportare i dati su carta probabilistica normale insieme alla retta teorica.*

L'attitudine di un dato di legge probabilistica (ad esempio la distribuzione normale) ad interpretare le osservazioni disponibili si può valutare, prima ancora di aver determinato i valori da assegnare ad i parametri che la caratterizzano, ponendo le singole osservazioni (vertici della spezzata creata con le frequenze cumulate relative) su carte speciali (carte probabilistiche), nelle quali tutte le curve di probabilità di un certo tipo risultano rappresentate da rette.

Sulla carta probabilistica normale si riportano sulle ascisse i valori della variabile x (in questo caso i massimi annui delle portate istantanee) e sull'altro le probabilità di non superamento $P(x)$ i punti aventi come coordinate i valori della variabile casuale x .

Su questa carta si riporta anche la retta teorica ossia la retta interpolante corrispondente alla distribuzione individuata (in questo caso la distribuzione normale) con il metodo dei momenti.



Carta probabilistica normale con dati e retta teorica

ESERCITAZIONE 7

VERIFICA E SCELTA DEL MODELLO PROBABILISTICO

Si consideri la serie storica dei massimi annui della portata istantanea (colmi di piena) osservati alla stazione di Campertogno (VC) sul Fiume Sesia (tabella 'Dati Campertogno' dell'esercitazione 6).

1- Al fine di individuare la legge di distribuzione che meglio si adatta al suddetto campione si eseguano, innanzitutto, le seguenti operazioni:

- disporre i valori x_i del campione in ordine crescente e associare a ciascun valore il numero d'ordine i ;

classe ordinata i	Portata ordinata x (m^3/s)
1	25
2	50
3	55
4	61.1
5	63.8
6	70
7	72
8	75
9	75.5
10	75.5
11	80.7
12	86.4
13	95
14	95.9
15	100
16	101
17	110
18	110
19	113
20	120
21	122.7
22	150
23	157
24	160
25	180
26	188
27	198

28	200
29	201.8
30	237
31	288
32	322
33	335
34	700

Disposizione valori del campione in ordine crescente e associazione alla classe i

- stimare la frequenza empirica di non superamento usando l'espressione proposta da

$$\text{Weibull } \Phi(x_i) = \frac{i}{n+1};$$

Utilizzando l'espressione di Weibull (con un numero di campioni n=34) si avrà:

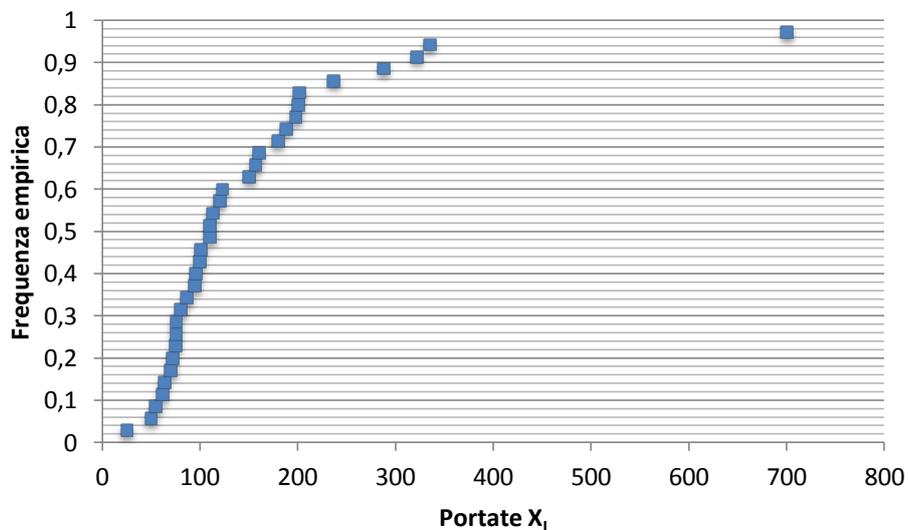
classe ordinata i	Portata ordinata x (m ³ /s)	$\Phi(x_i)$
1	25	0,03
2	50	0,06
3	55	0,09
4	61.1	0,11
5	63.8	0,14
6	70	0,17
7	72	0,20
8	75	0,23
9	75.5	0,26
10	75.5	0,29
11	80.7	0,31
12	86.4	0,34
13	95	0,37
14	95.9	0,40
15	100	0,43
16	101	0,46
17	110	0,49
18	110	0,51
19	113	0,54
20	120	0,57
21	122.7	0,60
22	150	0,63
23	157	0,66
24	160	0,69
25	180	0,71
26	188	0,74
27	198	0,77
28	200	0,80

29	201.8	0,83
30	237	0,86
31	288	0,89
32	322	0,91
33	335	0,94
34	700	0,97

Valore della stima della frequenza empirica di non superamento $\hat{\Phi}(x_i)$ tramite Weibull

- disporre su diagramma cartesiano i punti di coordinate $(x_i, \hat{\Phi}(x_i))$;

Disponendo sull'asse delle ascisse le portate x_i e sulle ordinate $\hat{\Phi}(x_i)$ si avrà il diagramma della frequenza empirica di non superamento



Frequenza empirica di non superamento

- sovrapporre al diagramma delle frequenze l'andamento della funzione di probabilità cumulata di Gumbel calcolandone i parametri α e ε con il metodo dei momenti (secondo cui $\varepsilon = \bar{x} - 0.5772 s_x (\sqrt{6}/\pi)$ e $\alpha = \pi/(s_x \sqrt{6})$).

Per poter diagrammare la funzione della probabilità cumulata di Gumbel bisogna effettuare la stima dei parametri. I metodi di stima sono diversi. Si utilizza, come suggerito, il metodo dei momenti.

Tale metodo consiste nell'attribuire a ciascun momento della popolazione il valore del corrispondente momento del campione estratto da quella popolazione. Alla media $\mu(x)$ della

popolazione della variabile casuale x si sostituisce la media \bar{x} del campione di N osservazioni, alla varianza $\sigma^2(x)$ della popolazione della variabile casuale x la varianza s^2 del campione e così via.

Per capire meglio: avendo ad esempio una distribuzione monodimensionale, poichè gli s parametri $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_s$ della distribuzione (che si riconducono a due, tre al massimo) si possono esprimere in funzione dei suoi momenti dei primi s ordini, il problema della loro stima si può ricondurre a quello della stima dei momenti.

Si adatta al campione di n osservazioni la distribuzione di Gumbel con la quale si determinano i parametri θ_1, θ_2 (cioè ε e α) in questo modo

$$\theta_1 = \varepsilon = \bar{x} - 0.5772 \cdot s \cdot \frac{\sqrt{6}}{\pi}$$

$$\theta_2 = \frac{1}{\alpha} = s \cdot \frac{\sqrt{6}}{\pi}$$

Ricordando che nell'esercitazione precedente si erano stimati la media \bar{x} e la varianza s , si determinano i parametri ε e α

\bar{x}	s	α	ε
149,2471	124,0712	0,010332	93,41506

Risultati calcolo dei parametri

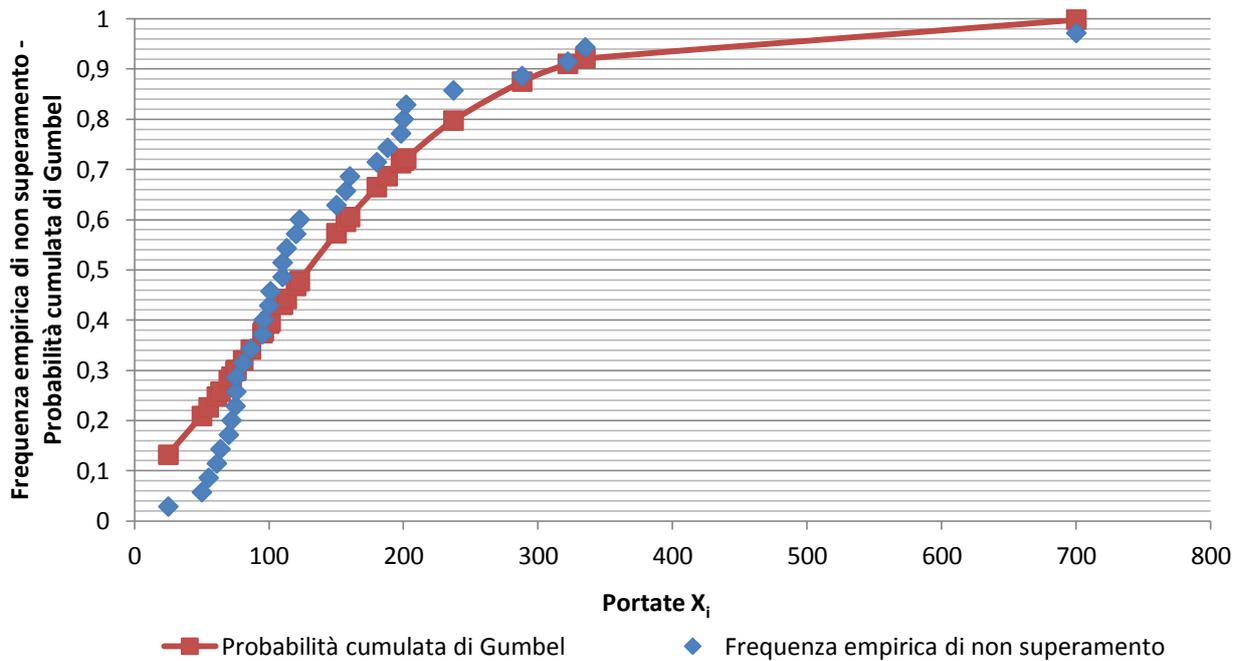
Conoscendo i parametri si può determinare la funzione di probabilità di Gumbel per ogni x (portata) differente

$$P(x) = e^{-e^{-\alpha(x-\varepsilon)}}$$

$x [m^3/s]$	$P(x)$
25	0,131649
50	0,208866
55	0,226002
61,1	0,247493
63,8	0,257186
70	0,279795
72	0,28718
75	0,298326
75,5	0,300191
75,5	0,300191

80,7	0,319694
86,4	0,34124
95	0,373903
95,9	0,377323
100	0,392889
101	0,39668
110	0,430623
110	0,430623
113	0,44184
120	0,467751
122,7	0,477631
150	0,572748
157	0,595457
160	0,604954
180	0,664464
188	0,686365
198	0,712196
200	0,717157
201,8	0,721563
237	0,797049
288	0,874652
322	0,910049
335	0,920894
700	0,998104

Risultati calcolo della probabilità cumulata di Gumbel



Sovrapposizione della frequenza empirica alla funzione di probabilità cumulata di Gumbel

2- Verificare poi l'adattamento del modello probabilistico al campione analizzato effettuando le seguenti analisi:

- riportare i punti su carta probabilistica di Gumbel, ovvero: i) tracciare per punti la funzione teorica $y = \frac{x-\varepsilon}{\alpha}$; ii) calcolare la variabile ridotta di Gumbel $y_i = -\ln(-\ln(\Phi(x_i)))$ in corrispondenza dei valori osservati x_i riportandoli sul grafico

Si verifica l'adattamento del modello probabilistico di Gumbel al campione analizzato. Partendo dai valori della frequenza cumulata $\Phi(x_i)$, si calcola la variabile ridotta y_i e la corrispondente funzione teorica y .

$$y_i = -\ln(-\ln(\Phi(x_i)))$$

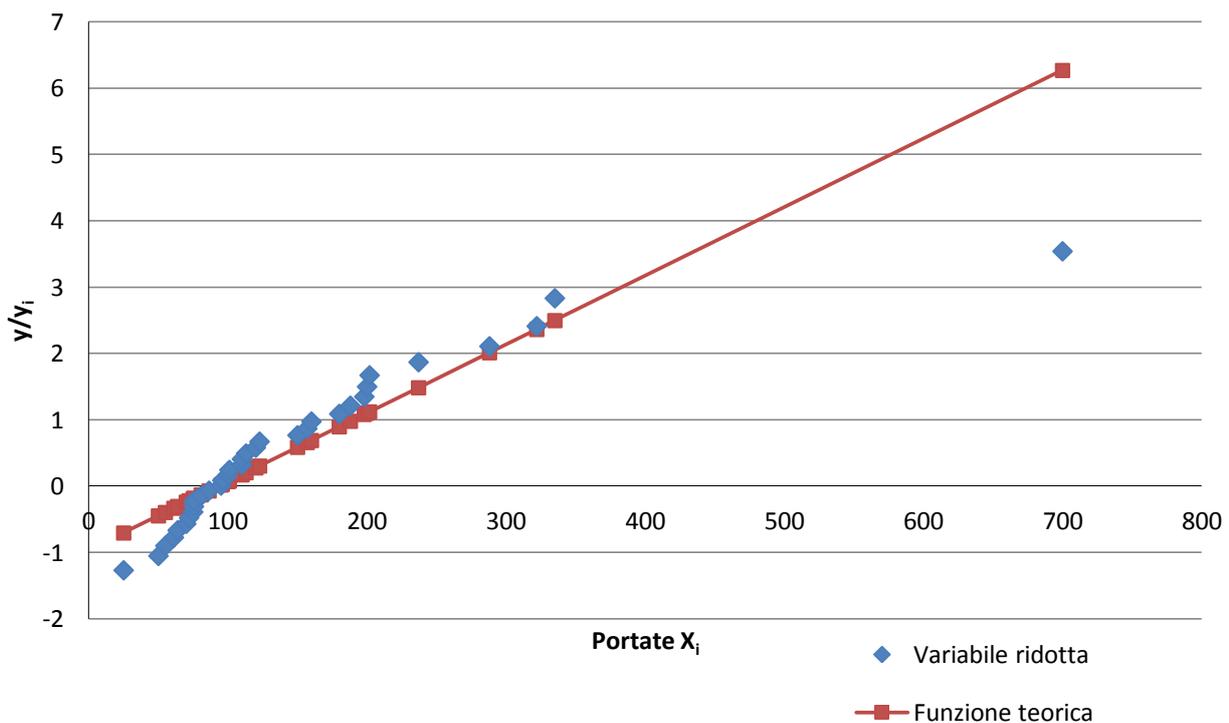
$$y = \frac{x - \varepsilon}{\alpha}$$

$x [m^3/s]$	$\Phi(x_i)$	y_i	y
25	0,028571	-1,26845	-0,70686
50	0,057143	-1,05159	-0,44856
55	0,085714	-0,89883	-0,3969
61,1	0,114286	-0,77429	-0,33388
63,8	0,142857	-0,66573	-0,30598
70	0,171429	-0,56735	-0,24192
72	0,2	-0,47588	-0,22126
75	0,228571	-0,38927	-0,19026
75,5	0,257143	-0,3061	-0,1851
75,5	0,285714	-0,22535	-0,1851
80,7	0,314286	-0,14622	-0,13137
86,4	0,342857	-0,06807	-0,07248
95	0,371429	0,009648	0,016376
95,9	0,4	0,087422	0,025674
100	0,428571	0,165703	0,068035
101	0,457143	0,24493	0,078367
110	0,485714	0,325544	0,171355
110	0,514286	0,408004	0,171355
113	0,542857	0,492807	0,202351
120	0,571429	0,580505	0,274675
122,7	0,6	0,671727	0,302571
150	0,628571	0,767212	0,584634
157	0,657143	0,867849	0,656958
160	0,685714	0,97473	0,687953
180	0,714286	1,08924	0,894593
188	0,742857	1,213177	0,977249

198	0,771429	1,348955	1,080568
200	0,8	1,49994	1,101232
201,8	0,828571	1,671036	1,11983
237	0,857143	1,869825	1,483515
288	0,885714	2,108987	2,010445
322	0,914286	2,412264	2,361732
335	0,942857	2,832925	2,496048
700	0,971429	3,540889	6,267216

Risultati calcolo funzione teorica e variabile ridotta

È possibile ora riportare su carta probabilistica entrambi i risultati ottenuti ponendo in ascisse le portate x_i ed in ordinata la funzione teorica y e la variabile ridotta y_i di Gumbel



Carta probabilistica di Gumbel con sovrapposizione variabile ridotta e funzione teorica

Si può notare da questo grafico come i dati della variabile ridotta non si allineino benissimo con la funzione teorica. Ciò ci consente di aspettarci un non passaggio del test di adattamento successivo.

I test di adattamento consistono nel valutare l'adattamento di una legge probabilistica $P(x)$ ad un insieme di n osservazioni, ossia l'ipotesi H_0 che $P(x)$ sia la distribuzione di probabilità da cui è stato estratto il campione a disposizione.

- applicare il test del χ^2 con livello di significatività del 5%.

Come da richiesta si effettua il test di Pearson o del χ^2 con livello di significatività del 5%.

Si suddivide il campione di dati in k classi

$$k = 2 \cdot n^{0.4} = 8.19 \cong 8$$

dove n è la dimensione del campione

Si valuta la probabilità f_i di ricadere nella classe i -esima

$$f_i = \frac{1}{k} = 0,125$$

Dopo aver calcolato la probabilità cumulata F_i , si trovano i valori di x_{\max} per ogni classe i -esima n_i invertendo la legge di probabilità di Gumbel e si contano il numero di elementi del campione che ricadono nella classe stessa

$$x_{\max} = \varepsilon - \frac{1}{\alpha} \ln [-\ln (F_i)]$$

classi i	F_i	X_{\max}	n° elementi n_i nella classe i
1	0,125	22,56	0
2	0,25	61,80	4
3	0,375	95,29	9
4	0,5	128,89	8
5	0,625	166,49	3
6	0,75	214,00	5
7	0,875	288,29	2
8	1	700,00	3

Riepilogo risultati

L'ipotesi formulata H_0 risulta accettata se $X^2 < \chi_{1-\alpha}^2(k-s-1)$

Sapendo che

$$\chi_{1-\alpha}^2(k-s-1) = \text{INV. CHI}(\alpha; k-s-1) = 11,07$$

dove $(k-s-1)$ sono i gradi di libertà ($k=8$; $s=2$) e $\alpha = 0,05$ rappresenta il livello di significatività del test.

È possibile calcolare la grandezza statistica di Pearson X_i^2 per l' i -esima classe

$$X_i^2 = \frac{(n_i - n \cdot f_i)^2}{n \cdot f_i}$$

classi i	F _i	X _{max}	n° elementi n _i nella classe i	X _i ²
1	0,125	22,56	0	4,25
2	0,25	61,80	4	0,014706
3	0,375	95,29	9	5,308824
4	0,5	128,89	8	3,308824
5	0,625	166,49	3	0,367647
6	0,75	214,00	5	0,132353
7	0,875	288,29	2	1,191176
8	1	700,00	3	0,367647

Riepilogo risultati

Dunque, la grandezza statistica di Pearson X^2 è la sommatoria dei singoli X_i^2

$$X^2 = \sum_{i=1}^k X_i^2 = 14,94117647$$

Si confrontano i due valori X^2 e $\chi_{1-\alpha}^2(k - s - 1)$, e si nota così che il test valuta in modo negativo l'adattamento della legge probabilistica di Gumbel alle n osservazioni

$X^2 > \chi_{1-\alpha}^2(k - s - 1)$ cioè $14,94117647 > 11,07$ quindi il test non è verificato

Ripetere le stesse operazioni con riferimento alla distribuzione Lognormale. Dopo aver trasformato il campione in forma logaritmica, utilizzare la funzione "norminv" di Matlab oppure la funzione "inv.norm" di Excel sia per posizionare i punti sulla carta probabilistica normale (precedente passo ii) che per valutare i limiti delle classi del test del X^2 .

Per la distribuzione Log-normale si eseguono inizialmente le stesse operazioni effettuate per Gumbel, con la differenza che stavolta si lavora con i logaritmi naturali delle portate x_i

<i>classe ordinata i</i>	<i>ln x</i>
1	3,218876
2	3,912023
3	4,007333
4	4,112512
5	4,155753
6	4,248495
7	4,276666
8	4,317488
9	4,324133
10	4,324133
11	4,390739
12	4,458988
13	4,553877
14	4,563306
15	4,60517
16	4,615121
17	4,70048
18	4,70048
19	4,727388
20	4,787492
21	4,809742
22	5,010635
23	5,056246
24	5,075174
25	5,192957
26	5,236442
27	5,288267
28	5,298317
29	5,307277
30	5,46806
31	5,66296
32	5,774552
33	5,814131
34	6,55108

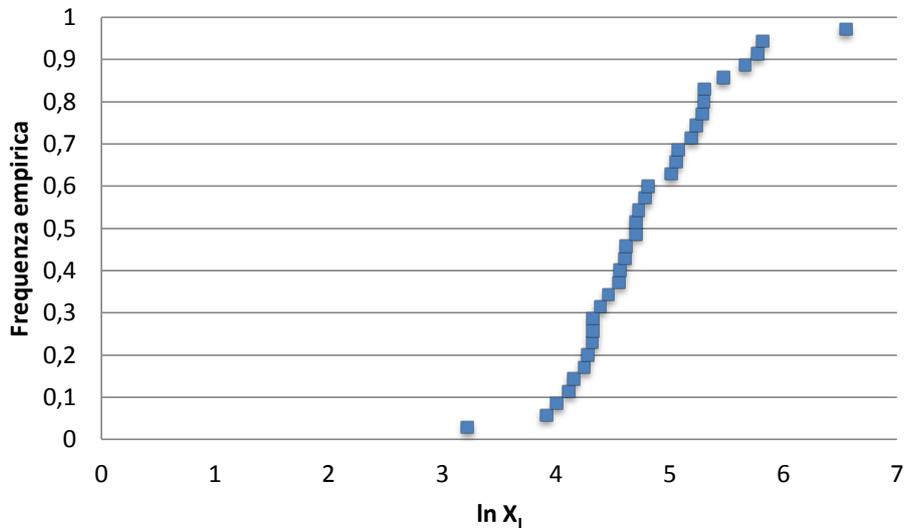
Disposizione valori logaritmici del campione in ordine crescente e associazione alla classe i

Utilizzando l'espressione di Weibull (con un numero di campioni $n=34$) si avrà

<i>classe ordinata i</i>	<i>ln x</i>	$\Phi(x_i)$
1	3,218876	0,028571
2	3,912023	0,057143
3	4,007333	0,085714
4	4,112512	0,114286
5	4,155753	0,142857
6	4,248495	0,171429
7	4,276666	0,2
8	4,317488	0,228571
9	4,324133	0,257143
10	4,324133	0,285714
11	4,390739	0,314286
12	4,458988	0,342857
13	4,553877	0,371429
14	4,563306	0,4
15	4,60517	0,428571
16	4,615121	0,457143
17	4,70048	0,485714
18	4,70048	0,514286
19	4,727388	0,542857
20	4,787492	0,571429
21	4,809742	0,6
22	5,010635	0,628571
23	5,056246	0,657143
24	5,075174	0,685714
25	5,192957	0,714286
26	5,236442	0,742857
27	5,288267	0,771429
28	5,298317	0,8
29	5,307277	0,828571
30	5,46806	0,857143
31	5,66296	0,885714
32	5,774552	0,914286
33	5,814131	0,942857
34	6,55108	0,971429

Valore della stima della frequenza empirica di non superamento $\Phi(x_i)$ tramite Weibull

Disponendo sull'asse delle ascisse i logaritmi delle portate x_i e sulle ordinate $\Phi(x_i)$ si avrà il diagramma della frequenza empirica di non superamento



Frequenza empirica di non superamento

Per poter diagrammare la funzione della probabilità cumulata della Log-normale bisogna effettuare la stima dei parametri. I metodi di stima sono diversi. Si utilizza, come suggerito, il metodo dei momenti.

Si adatta al campione di n osservazioni la distribuzione della Log-normale con la quale si determinano i parametri θ_1, θ_2 in questo modo

$$\theta_1 = \bar{x}$$

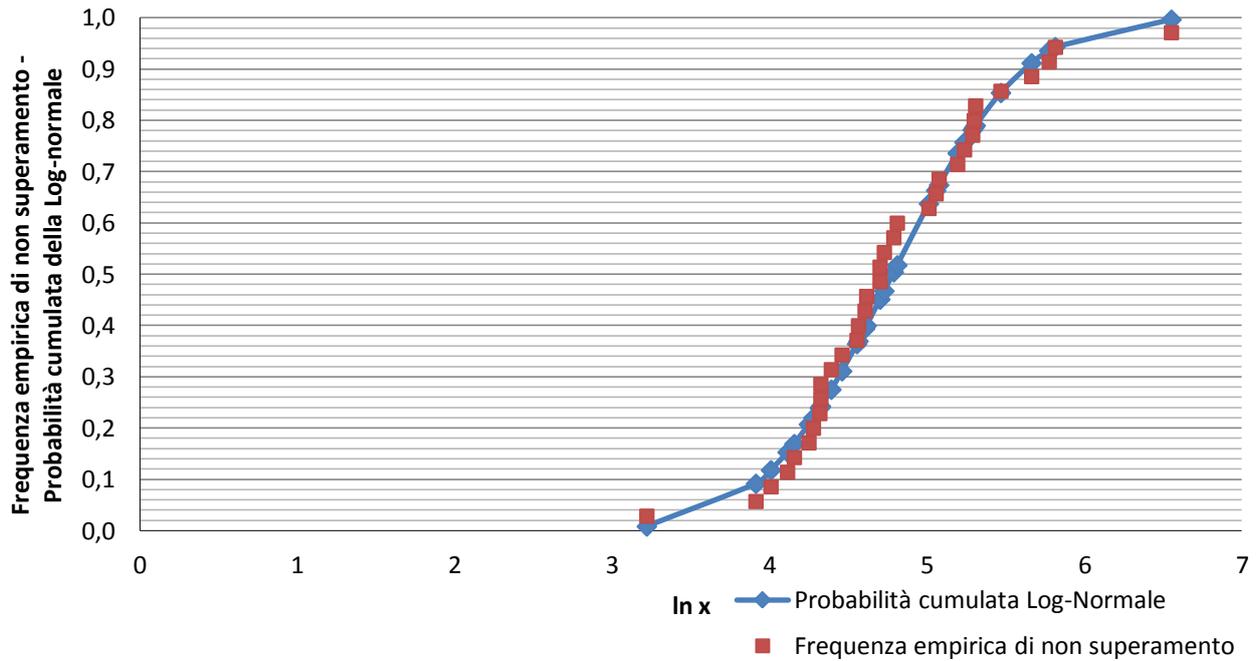
$$\theta_2 = s$$

dove si ricorda che per \bar{x} medio intendiamo la media dei $\ln(x)$

\bar{x}	s
4,7808	0,6528

Risultati calcolo dei parametri

Tramite la funzione di excel DISTRIB.NORM.ST, si riesce a tracciare la funzione di probabilità della Log-normale. Sovrapponendola alla frequenza empirica di non superamento



Sovrapposizione della frequenza empirica alla funzione di probabilità cumulata della Log-normale

Si verifica l'adattamento del modello probabilistico della Log-normale al campione analizzato. Partendo dai valori della frequenza cumulata $\Phi(x_i)$, si calcola la variabile ridotta y_i e la corrispondente funzione teorica y .

$$y_i = INV.NORM(\Phi(x_i))$$

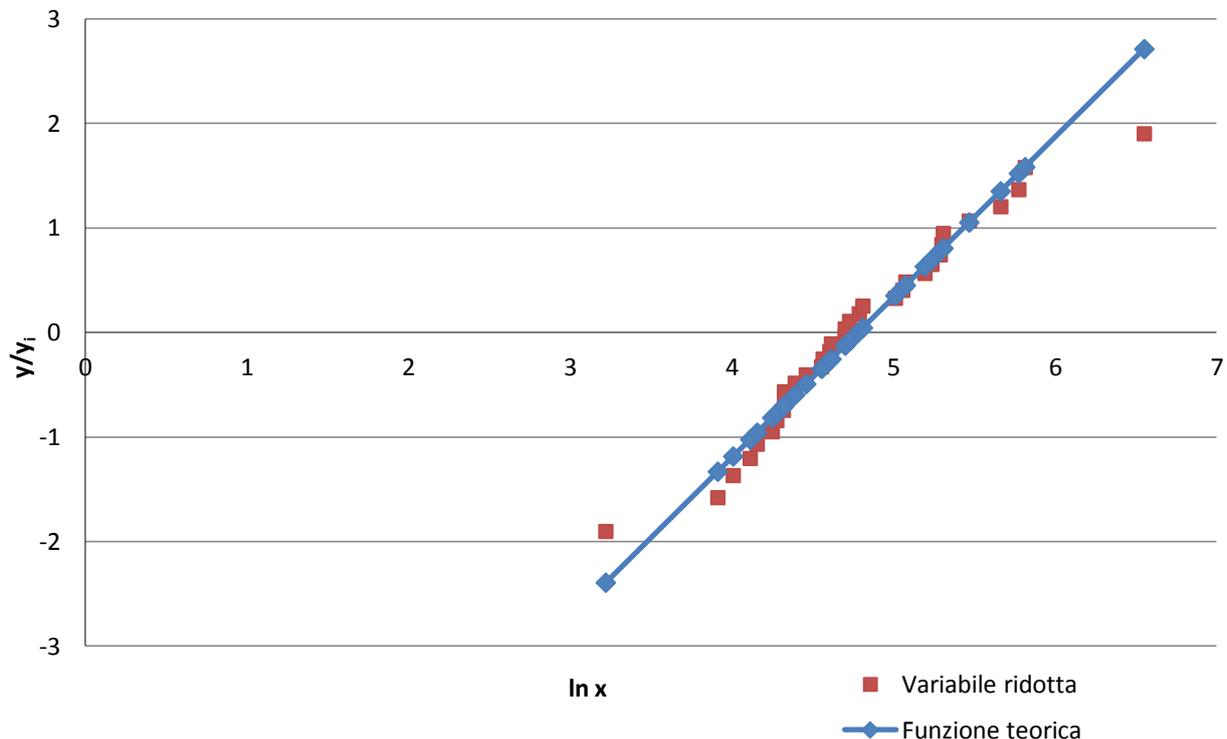
$$p = \frac{\ln(x) - \bar{x}}{s} \quad (\text{ricordando che } \bar{x} \text{ medio è la media dei logaritmi})$$

$$y = INV.NORM.ST(p)$$

$\ln x$	$\phi(x_i)$	y_i	ρ	y
3,218876	0,028571	-1,9022	0,0084	-2,3925
3,912023	0,057143	-1,5792	0,0916	-1,3308
4,007333	0,085714	-1,3676	0,1181	-1,1848
4,112512	0,114286	-1,2040	0,1530	-1,0237
4,155753	0,142857	-1,0676	0,1692	-0,9574
4,248495	0,171429	-0,9485	0,2074	-0,8154
4,276666	0,2	-0,8416	0,2200	-0,7722
4,317488	0,228571	-0,7436	0,2390	-0,7097
4,324133	0,257143	-0,6522	0,2421	-0,6995
4,324133	0,285714	-0,5659	0,2421	-0,6995
4,390739	0,314286	-0,4837	0,2751	-0,5975
4,458988	0,342857	-0,4047	0,3110	-0,4929
4,553877	0,371429	-0,3281	0,3641	-0,3476
4,563306	0,4	-0,2533	0,3695	-0,3331
4,60517	0,428571	-0,1800	0,3940	-0,2690
4,615121	0,457143	-0,1076	0,3998	-0,2537
4,70048	0,485714	-0,0358	0,4511	-0,1230
4,70048	0,514286	0,0358	0,4511	-0,1230
4,727388	0,542857	0,1076	0,4674	-0,0818
4,787492	0,571429	0,1800	0,5041	0,0103
4,809742	0,6	0,2533	0,5177	0,0444
5,010635	0,628571	0,3281	0,6376	0,3521
5,056246	0,657143	0,4047	0,6635	0,4220
5,075174	0,685714	0,4837	0,6740	0,4510
5,192957	0,714286	0,5659	0,7361	0,6314
5,236442	0,742857	0,6522	0,7574	0,6980
5,288267	0,771429	0,7436	0,7815	0,7774
5,298317	0,8	0,8416	0,7860	0,7928
5,307277	0,828571	0,9485	0,7900	0,8065
5,46806	0,857143	1,0676	0,8538	1,0528
5,66296	0,885714	1,2040	0,9117	1,3513
5,774552	0,914286	1,3676	0,9360	1,5223
5,814131	0,942857	1,5792	0,9433	1,5829
6,55108	0,971429	1,9022	0,9967	2,7118

Risultati calcolo funzione teorica e variabile ridotta

È possibile ora riportare su carta probabilistica entrambi i risultati ottenuti ponendo in ascisse i logaritmi delle portate x_i ed in ordinata la funzione teorica y e la variabile ridotta y_i della Log-normale.



Carta probabilistica della Log-normale con sovrapposizione variabile ridotta e funzione teorica

Si può notare da questo grafico come i dati della variabile ridotta si allineino con la funzione teorica. Ciò ci consente di aspettarci un passaggio del test di adattamento successivo.

Come da richiesta si effettua il test di Pearson o del χ^2 con livello di significatività del 5%.

Si suddivide il campione di dati in k classi

$$k = 2 \cdot n^{0.4} = 8.19 \cong 8$$

dove n è la dimensione del campione

Si valuta la probabilità f_i di ricadere nella classe i -esima

$$f_i = \frac{1}{k} = 0,125$$

Dopo aver calcolato la probabilità cumulata F_i , si trovano i valori di y_{\max} per ogni classe i -esima n_i e si contano il numero di elementi del campione che ricadono nella classe stessa

$$y_{max} = \bar{x} + s \cdot (INV.NORM.ST(F_i))$$

classi i	F_i	y_{max}	n° elementi n_i nella classe i
1	0,125	4,0298	3
2	0,25	4,3405	7
3	0,375	4,5728	4
4	0,5	4,7808	5
5	0,625	4,9888	2
6	0,75	5,2211	4
7	0,875	5,5317	5
8	1	6,551	4

Riepilogo risultati

L'ipotesi formulata H_0 risulta accettata se $X^2 < \chi_{1-\alpha}^2(k - s - 1)$

Sapendo che

$$\chi_{1-\alpha}^2(k - s - 1) = INV.CHI(\alpha; k - s - 1) = 11,07$$

dove (k-s-1) sono i gradi di libertà (k=8; s=2) e $\alpha = 0,05$ rappresenta il livello di significatività del test.

È possibile calcolare la grandezza statistica di Pearson X_i^2 per l'i-esima classe

$$X_i^2 = \frac{(n_i - n \cdot f_i)^2}{n \cdot f_i}$$

classi i	F_i	X_{max}	n° elementi n_i nella classe i	X_i²
1	0,125	4,0298	3	0,368
2	0,25	4,3405	7	1,779
3	0,375	4,5728	4	0,015
4	0,5	4,7808	5	0,132
5	0,625	4,9888	2	1,191
6	0,75	5,2211	4	0,015
7	0,875	5,5317	5	0,132
8	1	6,551	4	0,015

Riepilogo risultati

Dunque, la grandezza statistica di Pearson X^2 è la sommatoria dei singoli X_i^2

$$X^2 = \sum_{i=1}^k X_i^2 = 3,647$$

Si confrontano i due valori X^2 e $\chi_{1-\alpha}^2(k-s-1)$, e si nota così che il test valuta in modo positivo l'adattamento della legge probabilistica della Log-normale alle n osservazioni

$$X^2 < \chi_{1-\alpha}^2(k-s-1) \quad \text{cioè } 3,647 < 11,07 \quad \text{quindi il test è verificato}$$

Infine, per tutti i casi che superano il test, calcolare il valore di progetto per il periodo di ritorno $T=100$ anni.

Si calcola il valore di progetto per il periodo di ritorno $T=100$ per la distribuzione Log-normale, poichè quella di Gumbel non ha superato il test di adattamento e dunque non è adatta al nostro campione.

Si valuta la probabilità di non superamento P che si fissa per la determinazione della portata di progetto tramite questa relazione

$$T = \frac{1}{1-P}$$

$$P = 1 - \frac{1}{T(100 \text{ anni})} = 0.99$$

Si calcola la y per una probabilità di non superamento pari a 0,99

$$y(P) = \bar{x} + s \cdot (\text{INV.NORM.ST}(P)) = 6,2995$$

$$y(P) = 6,2995$$

Ricordando che $y_i = \ln x_i$ si avrà

$$x(P) = e^{y(P)} = 544,3 \text{ m}^3/\text{s}$$

Si avrà così una portata di progetto per un periodo di ritorno pari a 100 anni pari a $544,3 \text{ m}^3/\text{s}$.

ESERCITAZIONE 8

COSTRUZIONE DELLA CURVA DI PROBABILITÀ PLUVIOMETRICA (CPP) ATTRAVERSO IL MODELLO PROBABILISTICO DI GUMBEL.

1. TABELLA E STATISTICHE

Si calcolino, per la stazione di Coggiola, la media e lo scarto dei massimi annui dell'altezza di pioggia in 1,3,6,12,24 ore.

Conoscendo i valori dei massimi annui dell'altezza di pioggia per ogni intervallo orario richiesto

	1h	3h	6h	12h	24h
1938	70	80	83	98	148
1939	47	63	65	106	150
1940	48	61	102	114	130
1941	27	38	61	100	130
1942	37	40	48	90	136
1952	36	45	55	55	84
1953	43	52	68	103	142
1954	45	60	80	97	117
1955	38	38	55	88	113
1957	22	30	44	71	138
1958	30	50,1	80	107	127,4
1959	28,6	43	59	99	149,6
1960	55	66,2	104	172	244
1961	27	40,8	65	117,6	206,2
1962	16,4	36	56	92	160,6
1963	43	64,4	79	114,2	148,8
1964	33,8	34,2	53	88,2	112,2
1965	50	59,4	64,8	135,6	149,6
1966	29	45	49	110	200
1967	32	76	118,4	123,2	168,8
1968	54	108	177	255	404
1969	35	35,6	56	57	57
1970	25	36	36,4	50	76
1972	38,6	39,6	44	73,4	136,8
1973	49	82,4	133	169	280,6
1974	27,8	39,8	44,4	65,4	88,2
1975	38,8	55	55,8	62,6	91,2
1976	31,6	57,2	59,4	108,4	167,8
1977	25,4	46	71	100	178,6
1978	29	49,4	72,6	118,8	178,8
1979	48	76	95,8	115	184
1980	25,4	42,8	48,6	79	121
1981	67	77,4	93,4	128,4	173,6
1982	44	53,6	71,6	87,2	112,8
1983	35,6	46,6	57,2	87	131

1984	27,4	53,8	80	110,8	135,6
1985	76	85,8	87,2	87,2	100,6
1986	28,2	42	64,8	85,6	131,6
1987	29,8	64	87,4	121,4	206,2
1988	27,8	34,4	57	98	133
1989	38	42,2	47,6	82,2	124,6
1990	39,4	70,2	78,6	83,4	137,2
1991	30,6	47,6	68	87	143,6

posso calcolare la media e lo scarto.

Media:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Scarto:

$$\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Secondo queste formule si avrà dunque per i vari intervalli orari:

	1 ora	3 ore	6 ore	12 ore	24 ore
Media h_d [mm]	37,89	53,66	71,53	102,15	149,98
Scarto h_d	12,87	17,09	26,46	34,98	58,07

2. CURVA DI PROBABILITÀ PLUVIOMETRICA MEDIA:

Usando il modello di regressione

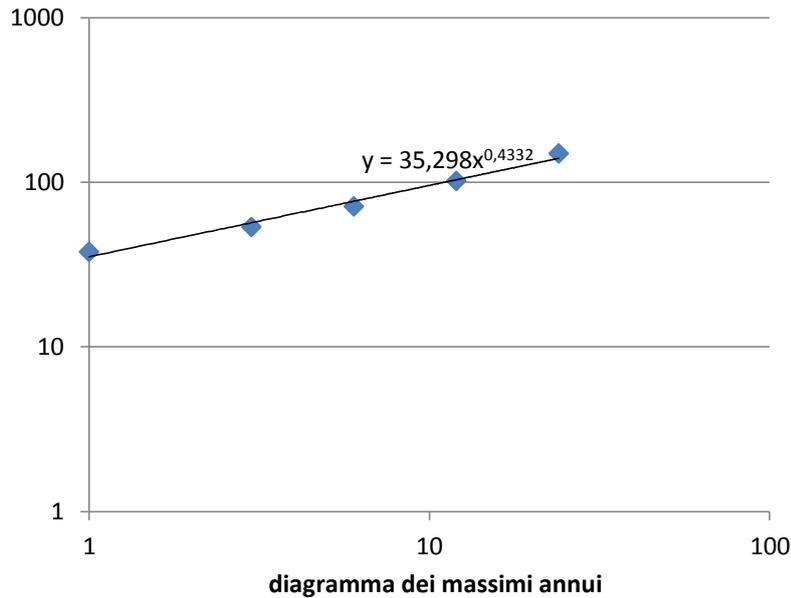
$$h_d = ad^n$$

con $d =$ durata (ore)

$hd =$ valore medio del massimo annuo della precipitazione in d ore

si stimano a ed n tramite regressione lineare sui logaritmi e si rappresentano in carta bilogarithmica la retta stimata ed i dati osservati.

L'altezza di progetto relativa all'altezza considerata si ottiene valutando tutte le durate separate l'una dall'altra e applicando ad ognuna il metodo di inferenza statistica. Usando il modello di regressione (definito in precedenza) si stimano a ed n tramite regressione lineare sui logaritmi.



Questo diagramma rappresenta la variabilità dell'altezza di precipitazione in funzione della durata, mentre i coefficienti a ed n rappresentano dei coefficienti empirici dipendenti dal tempo di ritorno: sono ricavati tramite regressione lineare sui logaritmi.

<i>intercetta</i>	<i>a</i>	35,298
<i>coefficiente angolare</i>	<i>n</i>	0,4332

Valori dei coefficienti empirici che dipendono dal tempo di ritorno

3. FATTORE DI CRESCITA

Tramite il modello probabilistico di Gumbel, calcolando il relativo fattore di crescita della media (K_T), si determini la curva di probabilità pluviometrica corrispondente ad un periodo di ritorno pari a $T=100$ anni.

Essendo C_V variabile in funzione del tempo di ritorno, per determinare la curva di probabilità pluviometrica si utilizza in metodo indice

$$h_{a,T} = K_T \cdot a d^n = K_T \cdot h_d$$

Il fattore di crescita K_T si ottiene da questa formula

$$K_T = 1 - C_V \left(0,45 + \frac{\sqrt{6}}{\pi} \ln \ln \frac{T}{T-1} \right)$$

dove C_V rappresenta il coefficiente di variazione

$$C_V = \frac{\text{scarto } h}{\text{media } h}$$

Per il calcolo di K_T si prende la media dei C_V calcolati per 1,3,6,12,24 ore

	1h	3h	6h	12h	24h
Cv	0,34	0,32	0,37	0,34	0,39
Cv medio	0,35				
K_T	2,10				

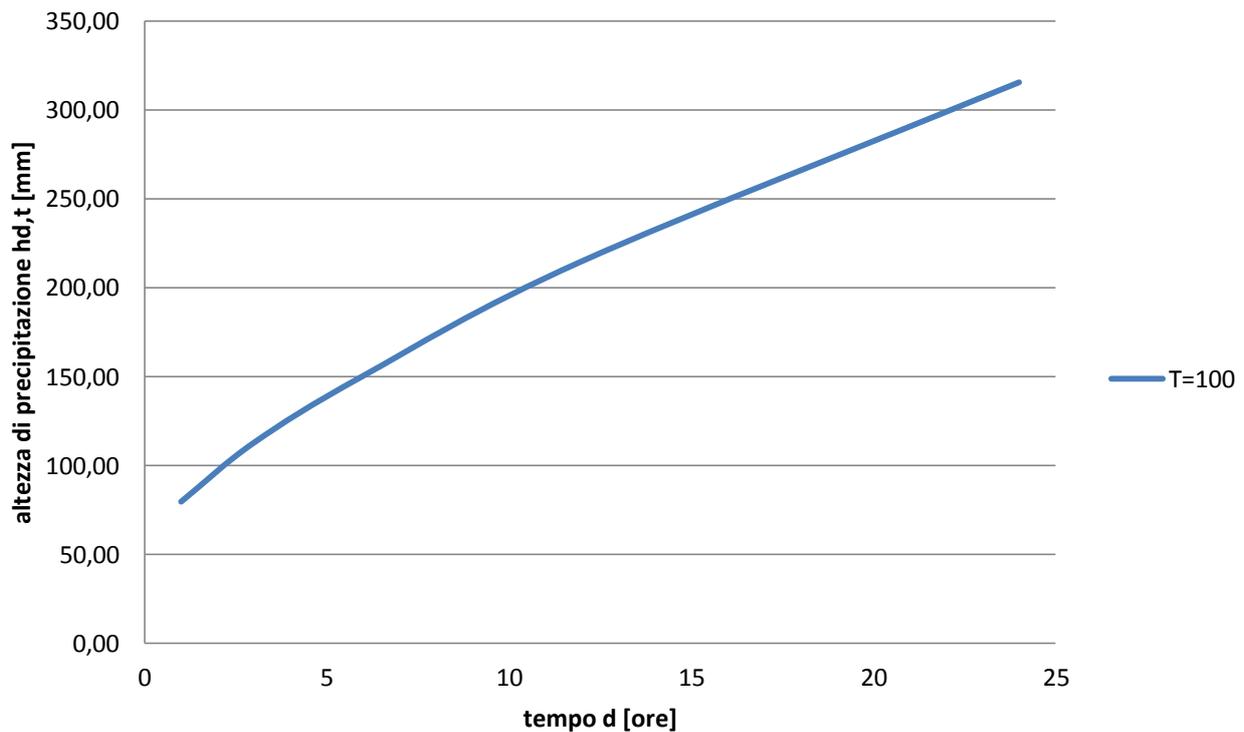
Risultato del calcolo del $K_{T=100}$

Ricaviamo così le altezze di precipitazione $h_{d,T}$

	1h	3h	6h	12h	24h
Media h_d [mm]	37,89	53,66	71,53	102,15	149,98
$h_{d,T}$ [mm]	79,69	112,87	150,46	214,86	315,44

Risultati del calcolo delle altezze di precipitazione $h_{d,T=100}$

Ora si può diagrammare sul piano con coordinate (h,d) la curva di probabilità pluviometrica.



Curva di probabilità pluviometrica per T=100

4. IETOGRAMMA DI PROGETTO

Si costruisca lo ietogramma di progetto secondo il metodo Chicago assumendo una durata di pioggia pari al tempo di corrvazione del bacino del Sessera a Miste. Posizionare il picco dello ietogramma in centro. Assumere un intervallo dt congruo con la discretizzazione della funzione di risposta del bacino trattata nell'esercitazione scorsa.

Ricordando che il tempo di corrvazione del bacino del Sessera a Miste è pari a 2,54 ore e assumendo un intervallo congruo $dt=0,25$ ore, si ricavano le intensità di pioggia i_j al j -esimo intervallo di tempo

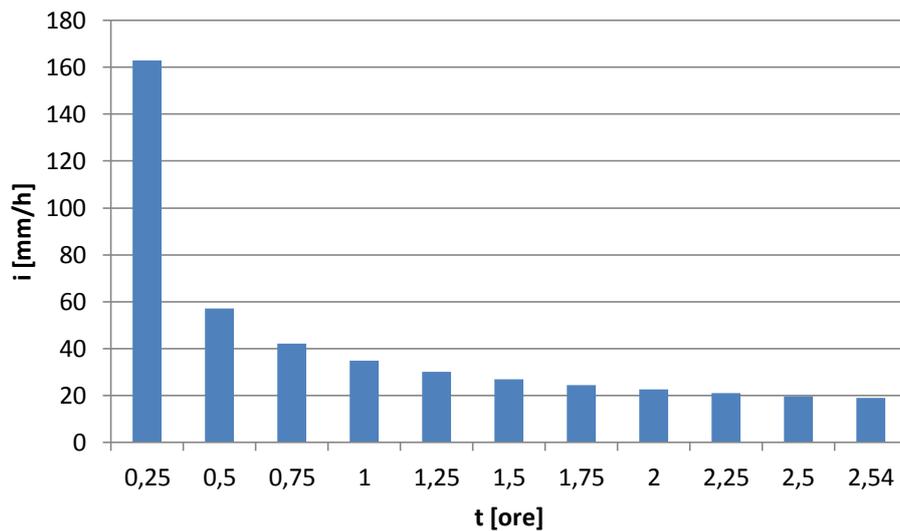
$$i_j = \frac{h_{j,t} - h_{(j-1),t}}{\Delta t}$$

fondamentali per la costruzione dello ietogramma di progetto tramite il metodo Chicago.

<i>dt [h]</i>	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	2,25	2,50	2,54
<i>h_{j,t} [mm]</i>	40,72	54,98	65,54	74,24	81,78	88,50	94,61	100,24	105,49	110,42	111,18
<i>i_j [mm/h]</i>	162,89	57,05	42,23	34,80	30,14	26,88	24,45	22,54	20,99	19,71	19,05

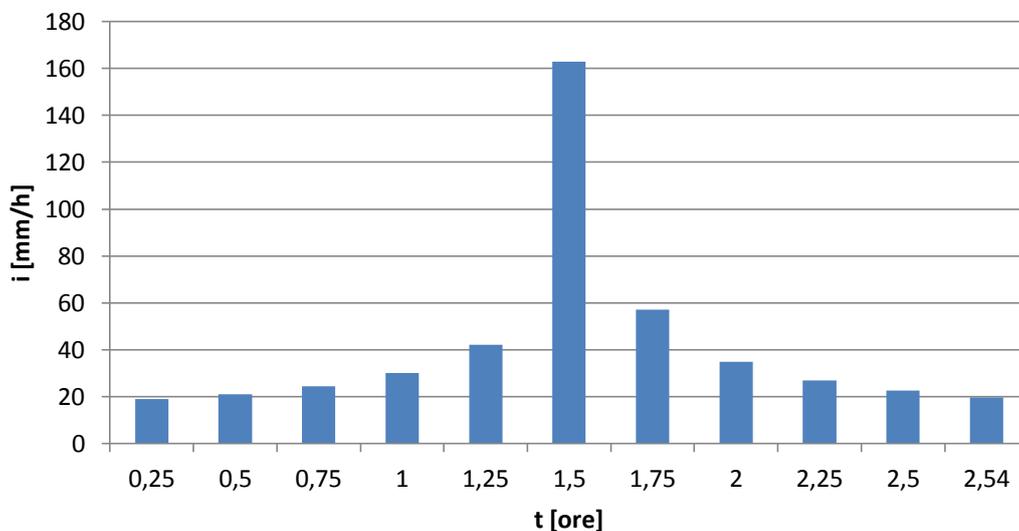
Valori delle intensità di pioggia nei vari intervalli per T=100

Si può costruire ora lo ietogramma Chicago



Ietogramma Chicago per T=100

Lo ietogramma con picco al centro si ottiene mettendo il valore più alto al centro, e poi distribuendo i valori decrescenti di *i* rispettivamente prima a destra e poi a sinistra



Ietogramma Chicago con picco al centro per T=100

5. RAPPRESENTAZIONE

Si ripeta la valutazione con T=20, 50, 200 anni. Si rappresentino la curva CPP media e quelle a T=20, 50, 100, 200 anni sia in scala log-log che cartesiana.

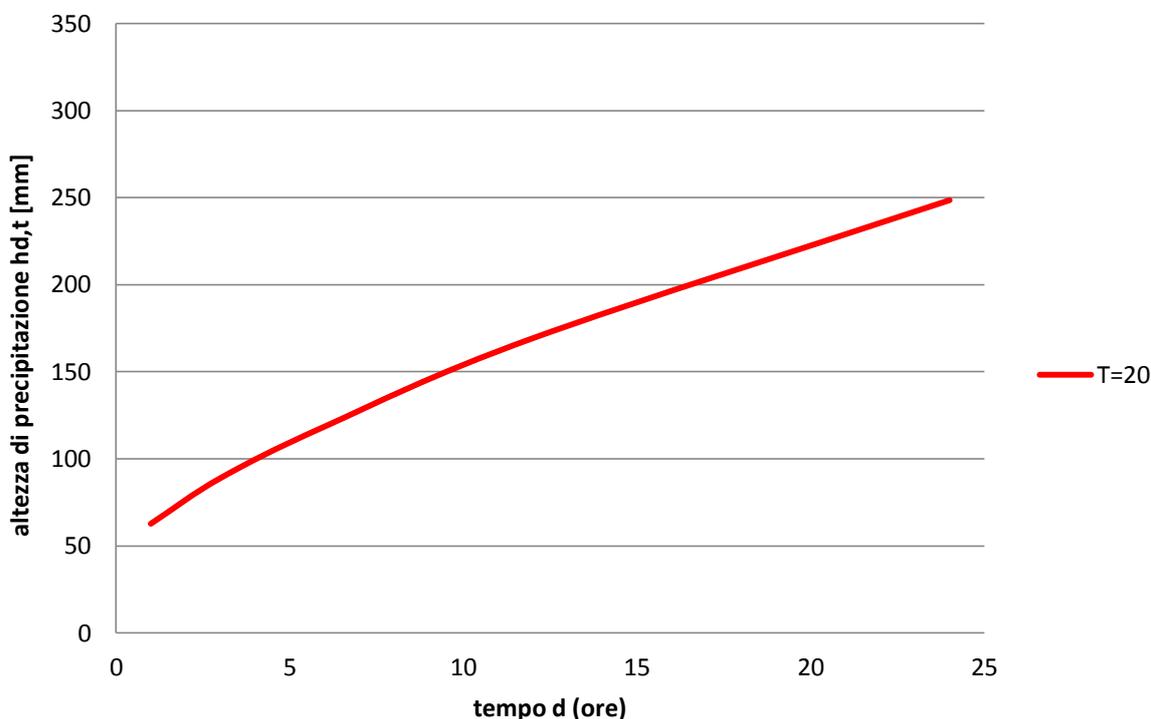
Effettuando gli stessi passaggi ed impiegando le stesse relazioni usate per T=100 anni, per T=20, 50, 200 anni si avranno i seguenti risultati e grafici

	1h	3h	6h	12h	24h
Cv	0,34	0,32	0,37	0,34	0,39
Cv medio	0,35				
K_T	1,66				

Risultato del calcolo del $K_{T=20}$

	1h	3h	6h	12h	24h
Media h_d [mm]	37,89	53,66	71,53	102,15	149,98
$h_{d,T}$ [mm]	62,75	88,88	118,48	169,20	248,41

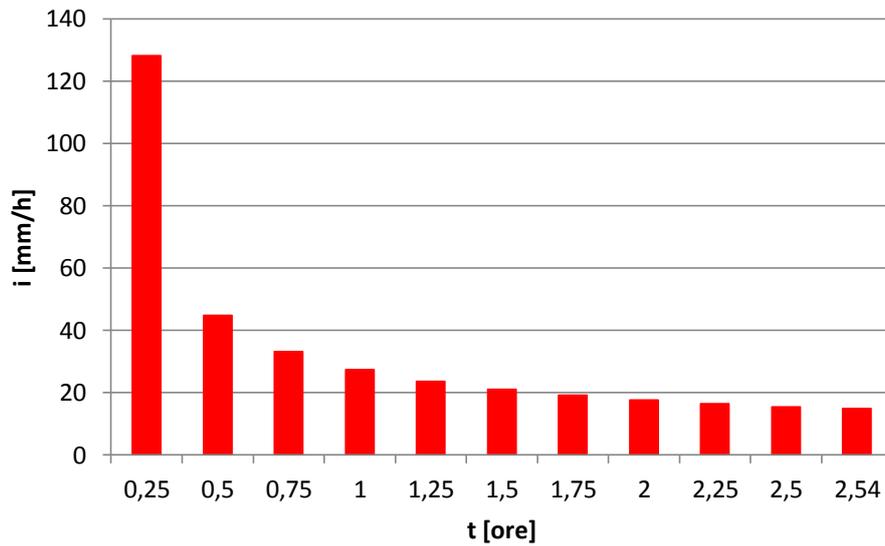
Risultati del calcolo delle altezze di precipitazione $h_{d,T=20}$



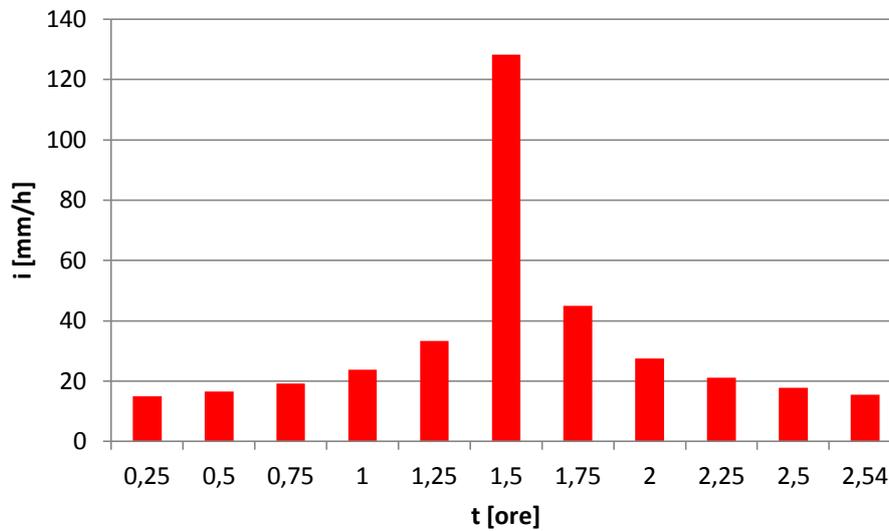
Curva di probabilità pluviometrica per T=20

dt [h]	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5	2,54
$h_{j,t}$ [mm]	32,07	43,30	51,61	58,46	64,40	69,69	74,50	78,94	83,07	86,95	87,55
i_j [mm/h]	128,27	44,92	33,26	27,40	23,73	21,17	19,25	17,75	16,53	15,52	15,00

Valori delle intensità di pioggia nei vari intervalli per T=20



Ietogramma Chicago T=20



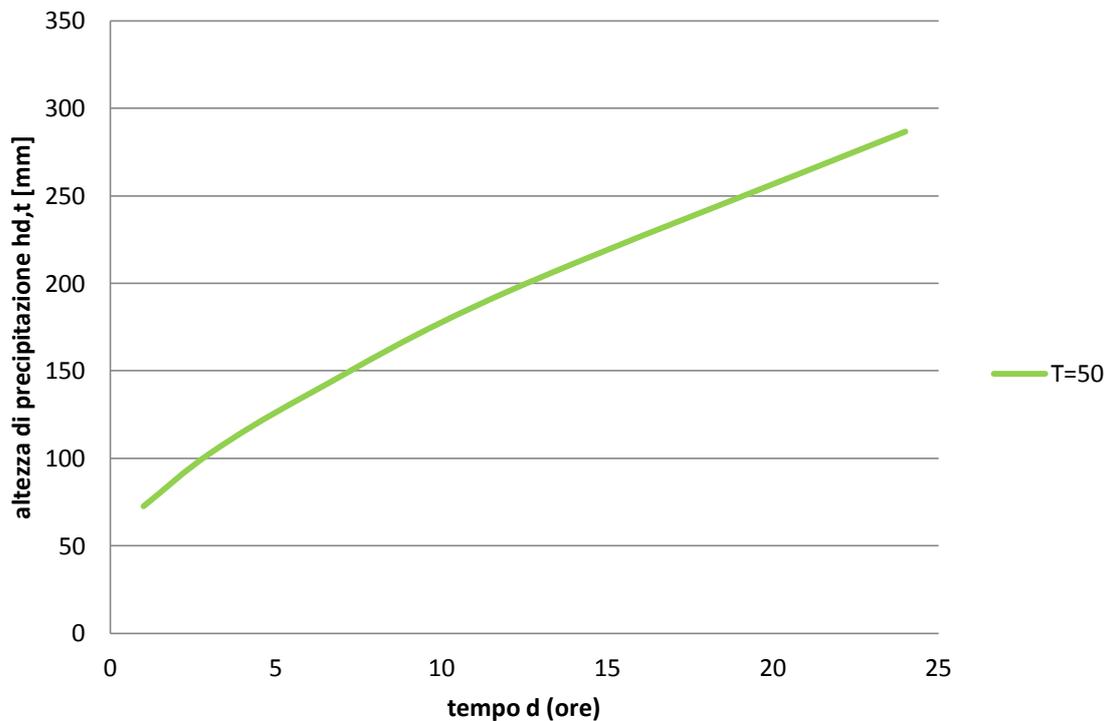
Ietogramma Chicago con picco al centro per T=20

	1h	3h	6h	12h	24h
Cv	0,34	0,32	0,37	0,34	0,39
Cv medio	0,35				
K_T	1,91				

Risultato del calcolo del $K_{T=50}$

	1h	3h	6h	12h	24h
Media h_d [mm]	37,89	53,66	71,53	102,15	149,98
$h_{d,T}$ [mm]	62,75	88,88	118,48	169,20	248,41

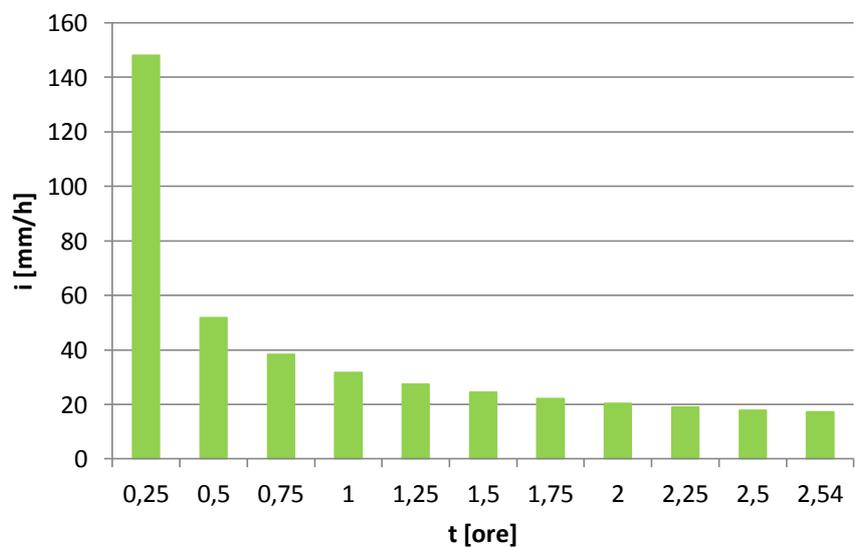
Risultati del calcolo delle altezze di precipitazione $h_{d,T=50}$



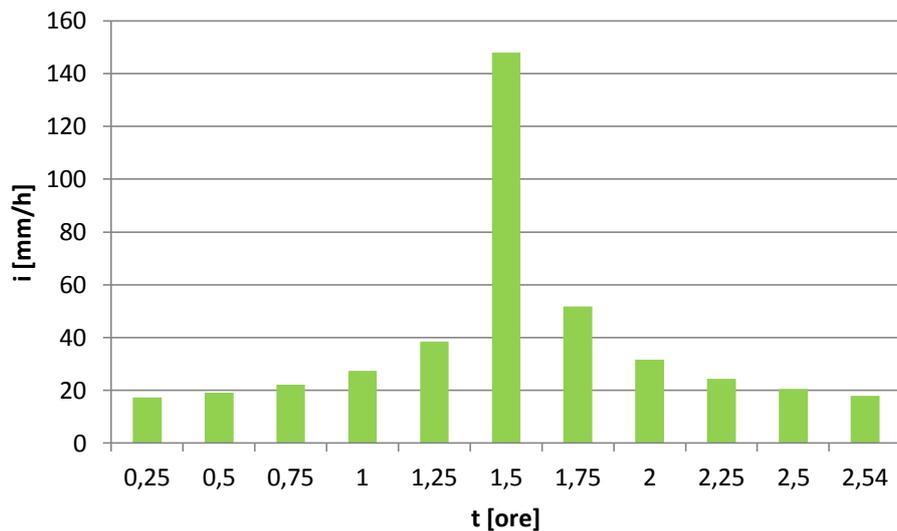
Curva di probabilità pluviometrica per T=50.

dt [h]	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5	2,54
$h_{i,t}$ [mm]	37,02	49,98	59,58	67,48	74,33	80,44	86,00	91,12	95,89	100,36	101,06
i_j [mm/h]	148,06	51,85	38,39	31,63	27,40	24,44	22,22	20,48	19,08	17,91	17,31

Valori delle intensità di pioggia nei vari intervalli per T=50



Ietogramma Chicago T=50



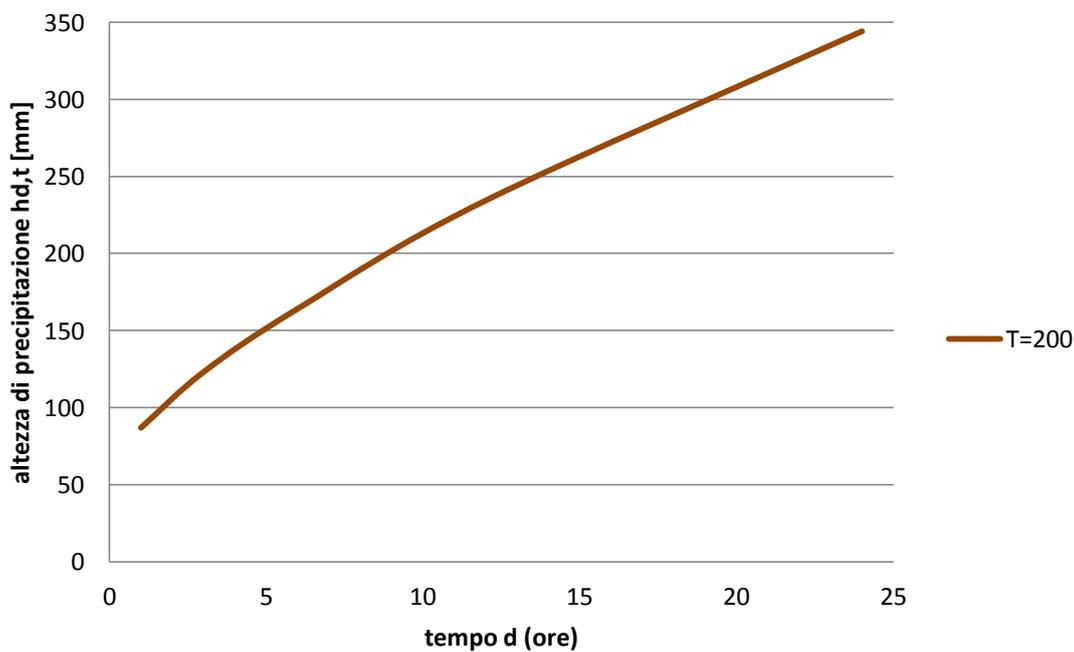
letogramma Chicago con picco al centro per T=50

	1h	3h	6h	12h	24h
Cv	0,34	0,32	0,37	0,34	0,39
Cv medio	0,35				
K_T	2,29				

Risultato del calcolo del K_{T=200}

	1h	3h	6h	12h	24h
Media h_d [mm]	37,89	53,66	71,53	102,15	149,98
h_{d,T} [mm]	62,75	88,88	118,48	169,20	248,41

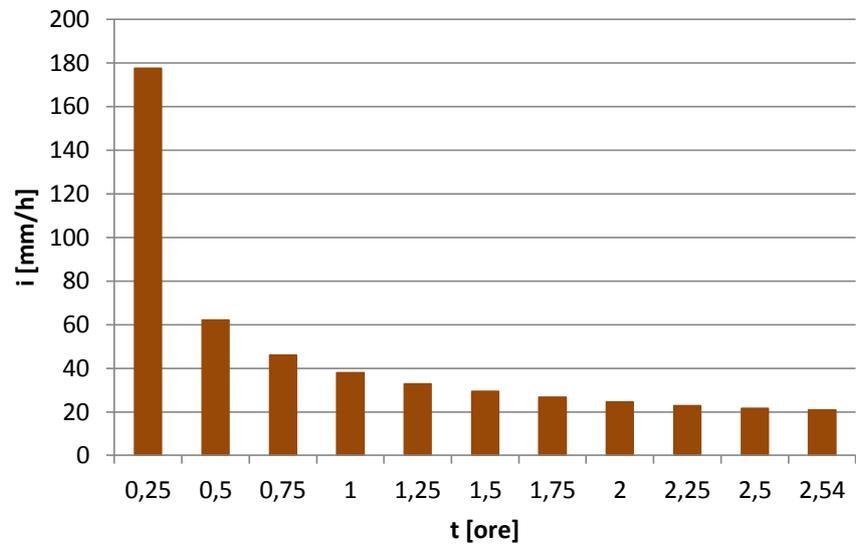
Risultati del calcolo delle altezze di precipitazione h_{d,T=200}



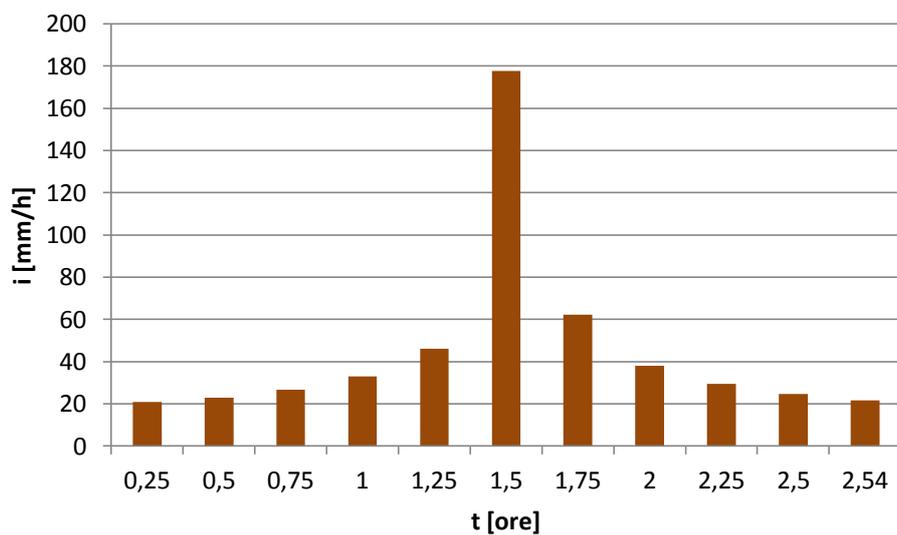
Curva di probabilità pluviometrica per T=200

dt [h]	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5	2,54
$h_{j,t}$ [mm]	44,42	59,97	71,49	80,97	89,19	96,52	103,19	109,33	115,06	120,43	121,26
i_j [mm/h]	177,66	62,22	46,06	37,95	32,87	29,32	26,66	24,58	22,89	21,49	20,77

Valori delle intensità di pioggia nei vari intervalli per T=200

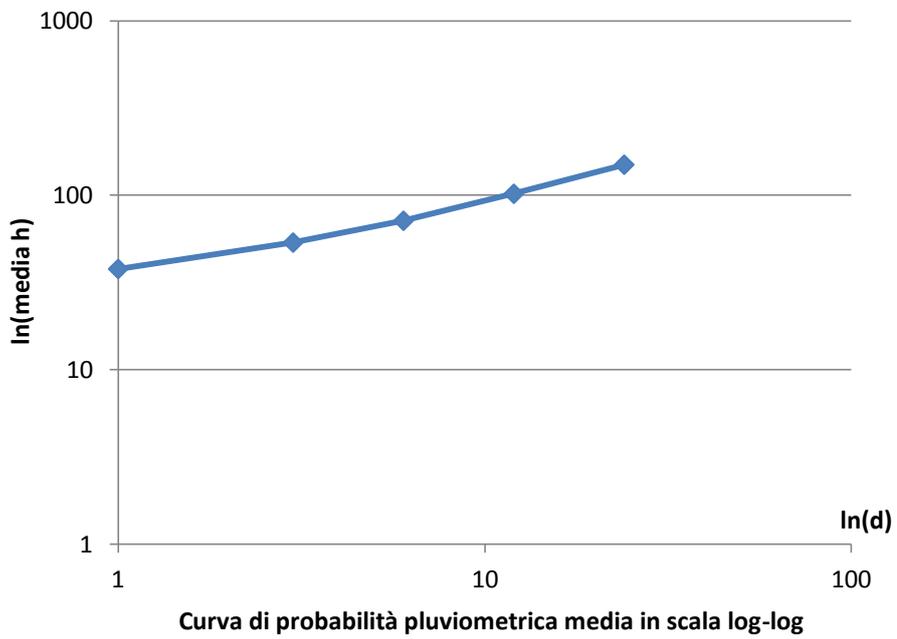
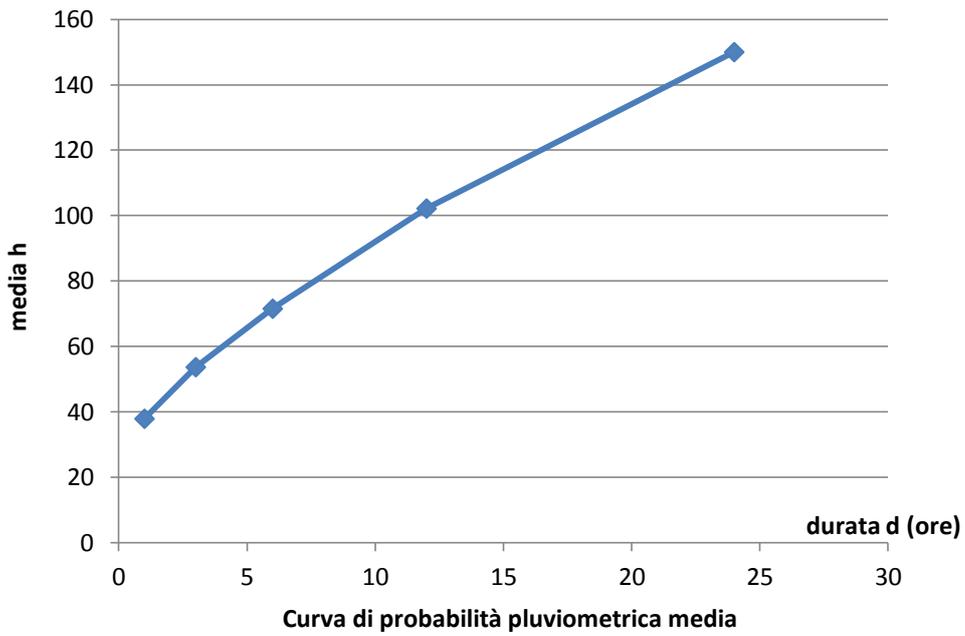


Ietogramma Chicago T=200



Ietogramma Chicago con picco al centro per T=200

Riprendendo la prima parte dell'esercitazione, si rappresenta ora la curva di probabilità pluviometrica media



ESERCITAZIONE 9

DETERMINAZIONE DEL PICCO DI PIENA E DELL'IDROGRAMMA DI PROGETTO

Con riferimento al bacino sotteso dalla diga sul torrente Sessera a Mistè, con caratteristiche già note dalle esercitazioni precedenti (area = 51.6 km², tempo di corrivazione = 2.5 ore), utilizzando lo ietogramma totale già determinato con periodo di ritorno pari a $T=100$ anni eseguire le seguenti operazioni:

STIMA PRELIMINARE

Per tale stima considerare inizialmente il metodo razionale, ricavando la stima della portata al picco da quella dell'intensità di precipitazione per $T=100$ e durata pari al tempo di corrivazione del bacino. Per il coefficiente Ψ si usi un valore medio pari a 0.5, calcolato per l'area in esame da una cartografia specifica riferita alla regione Piemonte.

DETERMINAZIONE DEL PLUVIOGRAMMA NETTO

Con riferimento allo ietogramma Chicago già determinato, si configuri la forma che massimizza la portata alla fine del tempo di corrivazione e si proceda alla determinazione dello ietogramma di precipitazione netta utilizzando il metodo del Curve Number.

La determinazione del valore medio spaziale del CN risulta dagli studi per la valutazione della sicurezza idrologica della diga. In particolare, si può determinare il valor medio spaziale a partire dalla tabella 6 allegata, che fornisce le aree attribuite a determinate classi di uso del suolo (da cartografia Corine Land Cover). Il bacino di interesse è il n. 1.

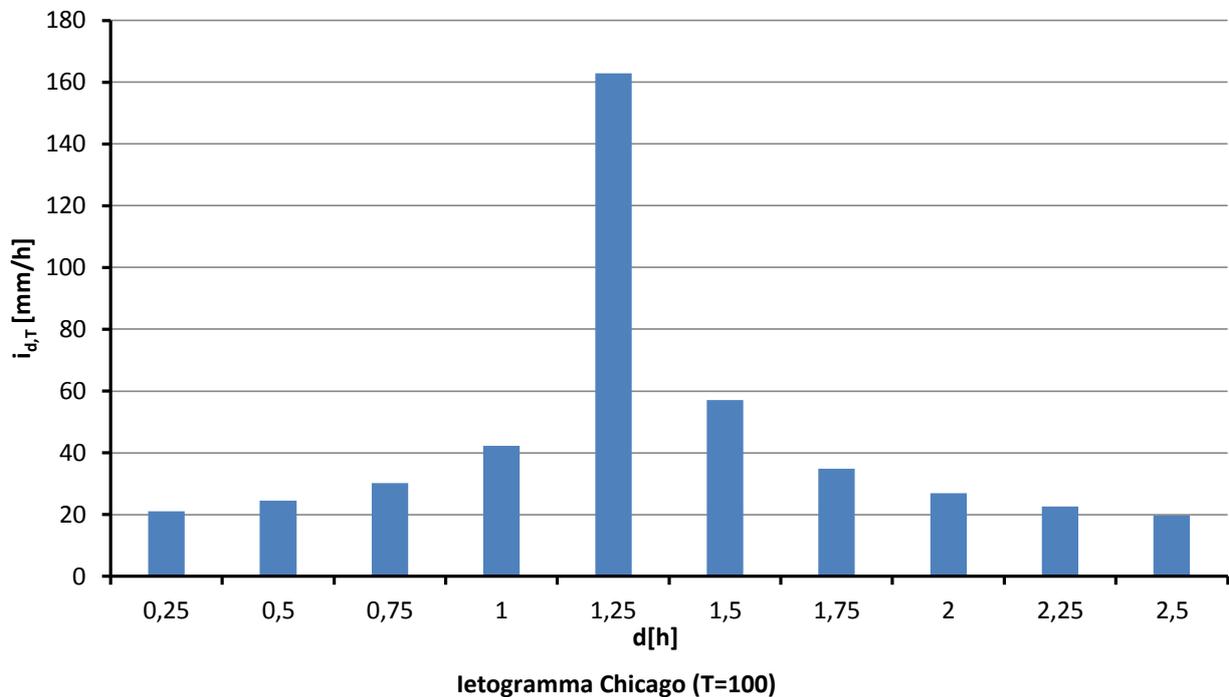
Il valore del CN attribuibile ad ognuna delle classi indicate deriva dalla tabella 8 allegata, che considera per tutto il bacino un solo 'hydrological soil type', al quale viene attribuita classe 'C'. In base alle percentuali di incidenza delle aree ad ugual soil use, si verifichi che il valor medio spaziale di CN risulta pari a 89. Si faccia riferimento ad una classe AMC III (suolo umido).

Per la determinazione della pioggia netta si consideri che il metodo CN è concepito per operare su altezze di pioggia cumulata sull'intero intervallo di misura. Si deve quindi operare calcolando le altezze cumulate di pioggia netta per ogni generico intervallo $[0 - (i + 1) \Delta t]$ e calcolando quelle relative all'intervallo elementare $[i \Delta t - (i + 1) \Delta t]$ per differenza rispetto al totale cumulato all'intervallo precedente $[0 - i \Delta t]$. Si deve fare attenzione al fatto che con queste relazioni si determinano le altezze di pioggia, mentre nel pluviogramma netto compaiono le intensità di precipitazione (netta).

Si rappresenti graficamente il pluviogramma netto ottenuto in confronto con quello totale.

Il calcolo dell'idrogramma di piena viene effettuato operando una convoluzione tra ietogramma ed IUH si calcoli l'idrogramma di piena e si confronti il valore di picco con quello derivato dalla formula razionale.

In questa esercitazione si fa riferimento al bacino già analizzato nell'esercitazione 5 (area = 51,6 km²) tempo di corrivazione 2,5 h.



Utilizzando lo ietogramma totale con tempo di ritorno T=100, già determinato nell'esercitazione precedente, si stima con il metodo razionale la portata di picco per la precipitazione di durata pari al tempo di corrivazione del bacino.

$$Q_T = \Psi \cdot i_{d,T} \cdot \frac{A}{3,6}$$

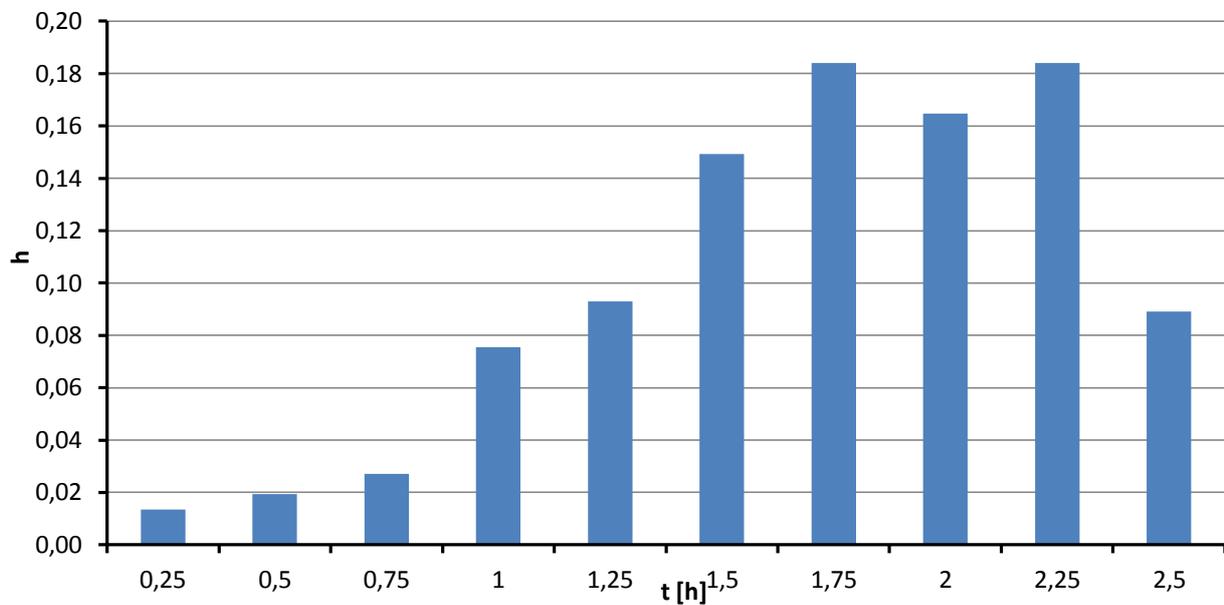
Per il coefficiente Ψ si usa un valore medio pari a 0,5, mentre per $i_{d,T}$ si intende il valore di intensità di precipitazione ricavato dalla CPP per T=100 ed una durata di 2,5 h.

Sostituendo i valori nella precedente relazione si ha:

$$Q_T = 0,5 \cdot 43,76 \cdot \frac{51,6}{3,6} = 313,6 \text{ m}^3/\text{s}$$

Con riferimento allo ietogramma Chicago si configura la forma che massimizza la portata alla fine del tempo di corrivazione e si procede alla determinazione dello ietogramma di precipitazione netta utilizzando il metodo del Curve Number.

In particolare si recupera l'andamento della funzione di risposta del bacino ottenuta nell'esercitazione 5 e si ricavo l'ordinamento dell' intervalli di precipitazione che massimizzano la portata.



Funzione di risposta idrologica del bacino di Sessera

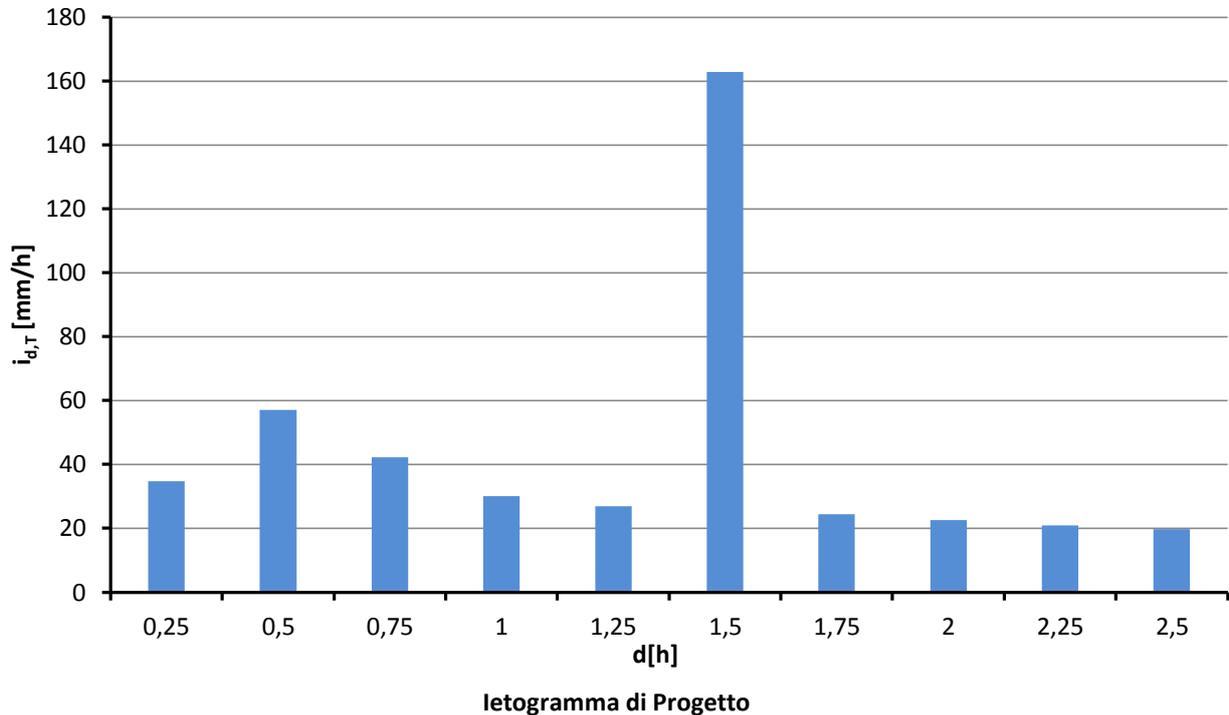
Consideriamo i valori della funzione di risposta $h(t)$ del bacino:

U1	U2	U3	U4	U5	U6	U7	U8	U9	U10
0,014	0,019	0,027	0,076	0,093	0,149	0,184	0,165	0,184	0,089

Di seguito è riportato l'ordinamento che massimizza la portata.

U_h	0,014	0,019	0,027	0,076	0,089	0,093	0,149	0,165	0,184	0,184
U_j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
r	1	2	3	4	10	5	6	8	9	7
i	19,702	20,986	22,532	24,441	26,878	30,134	34,789	42,224	57,037	162,859
i_j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
r	1	2	3	4	10	5	6	8	9	7
r speculare	7	9	8	6	5	10	4	3	2	1
i progetto	34,789	57,037	42,224	30,134	26,878	162,859	24,441	22,532	20,986	19,702

Dall' ultima riga si ottengono i valori dello ietogramma totale di progetto riassunti nella seguente grafico:



Ottenuto lo ietogramma di progetto, con l'ausilio del Curve Number si ricava lo ietogramma della pioggia netta da utilizzare nell'integrale di convoluzione.

Il metodo proposto dal Soil Conservation Service , noto con il termine inglese di Curve Number, considera la seguente equazione di moto:

$$\frac{R}{P - I_a} = \frac{F}{S}$$

Dove P è l'altezza di pioggia cumulata, R rappresenta la precipitazione netta, F è il volume effettivo di infiltrazione ed S la capacità complessiva di ritenzione idrica del suolo; tutte le grandezze in gioco sono espresse in [mm].

Inoltre è possibile scrivere la seguente equazione di continuità ai fini del bilancio idrologico del suolo:

$$R = P - I_a - F$$

I_a rappresenta un volume di pioggia sottratto a priori dal bilancio in esame, che descrive in modo globale processi differenti, quali l'intercettazione da parte della vegetazione e l'accumulo nelle depressioni superficiali; così definito, esso risulterebbe di difficile taratura, dovendo tenere conto di fattori climatici, ed antropici molto complessi.

Per ovviare alle difficoltà di taratura, la procedura del SCS-CN suggerisce di esprimerne la stima semplicemente come una quota percentuale di S, ponendo $I_a = c \cdot S$, con c generalmente variabile tra 0.1 e 0.2.

Combinando la 2 equazioni si ottiene la seguente relazione che esprima la pioggia netta in funzione di un solo parametro S:

$$R = \frac{(P - I_a)^2}{(P - I_a + S)}$$

Il volume specifico di saturazione, S, dipende dalla natura del terreno e dall'uso del suolo, globalmente rappresentati dal parametro CN, secondo la relazione

$$S = S_0 \cdot \left(\frac{100}{CN} - 1 \right)$$

dove $0 < CN \leq 100$, ed S_0 è un fattore di scala, che dipende dall'unità di misura adottata e che per valori di S, F, P misurati in mm, è pari a 254 mm.

Per CN pari a 100 il deflusso superficiale coincide con la pioggia totale cumulata, per cui l'infiltrazione risulta nulla (superfici completamente impermeabili); viceversa per CN pari a 0 si hanno superfici completamente permeabili.

Il parametro CN è un fattore decrescente della permeabilità e risulta legato:

- 1) alla tipologia litologica del suolo;
- 2) all'uso del suolo;
- 3) al grado di umidità del terreno prima dell'evento meteorico esaminato.

Per quanto riguarda l'influenza dello stato di umidità del suolo all'inizio dell'evento meteorico, l'SCS individua tre classi, AMC I, AMC II e AMC III, caratterizzate da differenti condizioni iniziali (AMC=Antecedent Moisture Condition) a seconda del valore assunto dall'altezza di pioggia caduta nei 5 giorni precedenti l'evento meteorico.

Il CN individuato ad una condizione media di umidità del terreno all'inizio della precipitazione (classe II) può essere adattato a diverse condizioni di umidità attraverso le seguenti formule di conversione:

$$CN(I) = \frac{CN(II)}{2.3 - 0.013 \cdot CN(II)}$$

$$CN(III) = \frac{CN(II)}{0.43 + 0.0057 \cdot CN(II)}$$

Nell'esercitazione si è determinato il valore medio di CN individuato come valore medio spaziale a partire dalla tabella seguente, che fornisce le aree attribuite a determinate classi di suolo.

Ripartizione areale delle classi di suolo Corine Land Cover 2000														
ID bacino	112	121	231	243	311	312	313	321	322	324	331	332	333	Totale
1	0	0	0	0	14,86	1,95	10,22	15,68	5,38	1,49	0	0,65	1,08	51,31
%	0	0	0	0	0,29	0,04	0,20	0,31	0,10	0,03	0	0,01	0,02	/

Il valore del CN attribuibile a ciascuna classe è indicato nella tabella sottostante; si tiene presente che ci si è riferiti ad una classe di umidità di suolo AMC III.

Codice classe d'uso del suolo	CN(II)	CN(III)
112	83	93
121	91	97
231	1	85
243	88	96
311	77	89
312	77	89
313	77	89
314	75	88
315	77	89
316	80	91
317	57	75
318	100	102
319	100	102

Facendo la media spaziale sull'intero bacino si ottiene un valore medio di CN pari a 89.

Noto il valore il CN si ottiene la massima capacità di ritenzione idrica S e I_a dalle relazioni precedenti. I risultati vengono riassunti nella seguente tabella.

CN	89
S [mm]	31,39
I_a [mm]	6,28

Pertanto si passa a determinare nel generico intervallo j, il valore della precipitazione netta. In particolare si ottiene dallo ietogramma di progetto il valore dell'intensità di precipitazione discretizzata su $\Delta t=0.25h$, e dividendo per tale intervallo temporale si ottiene il valore dell'altezza di pioggia P_j . Bisogna porre attenzione al fatto che nel metodo CN va inserito il valore della precipitazione cumulata. Utilizzando quindi la seguente relazione:

$$R_j = \frac{(P_j - I_a)^2}{(P_j - I_a + S)}$$

si ottiene il valore R_j della precipitazione netta cumulata; per ottenere il valore di $h_{j,netta}$ relativo ad ogni intervallo si fa ricorso alla seguente relazione:

$$h_{j,netta} = R_j - R_{j-1}$$

E per passare al valore dell'intensità netta $i_{j,netta}$:

$$i_{j,netta} = \frac{h_{j,netta}}{\Delta t}$$

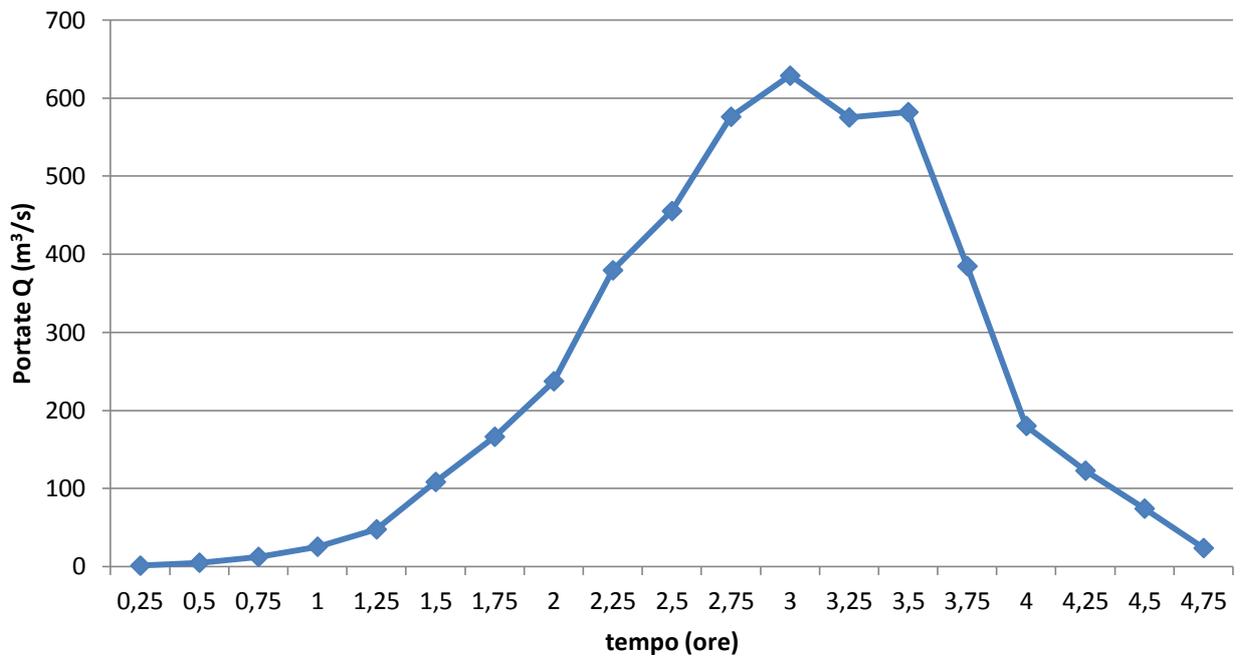
i [mm/h]	P _j [mm]	P _{j,cumulata} [mm]	R _{j,cumulata} [mm]	R _{j,netta} [mm]	i _{netta} [mm/h]
34,789	8,697	8,697	0,173	0,173	0,692
57,037	14,259	22,957	5,786	5,613	22,453
42,224	10,556	33,513	12,651	6,865	27,458
30,134	7,534	41,046	18,270	5,619	22,477
26,878	6,720	47,766	23,616	5,346	21,384
162,859	40,715	88,480	59,484	35,868	143,472
24,441	6,110	94,591	65,152	5,667	22,670
22,532	5,633	100,224	70,415	5,263	21,052
20,986	5,247	105,470	75,345	4,931	19,722
19,702	4,926	110,396	79,996	4,651	18,605

Riepilogo risultati ottenuti dal problema

Operando una convoluzione tra ietogramma netto ed IUH è possibile calcolare l'idrogramma di piena e la relativa portata di picco

tempo(h)	Uh	Q	i netta											
			6,474	16,68	27,46	22,48	21,389	143,5	22,67	21,05	19,72	18,60		
0,25	0,0135	1,258	0,087											
0,5	0,0193	5,041	0,125	0,226										
0,75	0,0271	12,49	0,175	0,323	0,372									
1	0,0755	25,50	0,489	0,452	0,532	0,305								
1,25	0,0930	47,78	0,602	1,260	0,745	0,435	0,2901							
1,5	0,1492	108,4	0,966	1,551	2,075	0,610	0,4145	1,946						
1,75	0,1841	166,3	1,191	2,489	2,555	1,699	0,5803	2,781	0,307					
2	0,1647	237,4	1,066	3,071	4,098	2,091	1,6166	3,893	0,439	0,285				
2,25	0,1841	379,5	1,191	2,747	5,056	3,355	1,9897	10,84	0,615	0,408	0,267			
2,5	0,0891	455,4	0,577	3,071	4,524	4,139	3,1918	13,34	1,713	0,571	0,382	0,252		
2,75		576,1		1,487	5,056	3,703	3,938	21,41	2,109	1,591	0,535	0,36		
3		628,8			2,448	4,139	3,5234	26,42	3,383	1,958	1,490	0,504		
3,25		575,3				2,004	3,9380	23,63	4,174	3,142	1,835	1,406		
3,5		582,1					1,9068	26,42	3,735	3,876	2,943	1,731		
3,75		384,7						12,79	4,174	3,468	3,631	2,776		
4		180,2							2,021	3,876	3,249	3,425		
4,25		122,8								1,877	3,631	3,065		
4,5		74,31									1,758	3,425		
4,75		23,77										1,658		

La portata di picco si ha a 3 ore ed ha un valore di 628,8 m³/s



Idrogramma di piena

ESERCITAZIONE 1

CALCOLO DELL'EVAPORAZIONE MEDIA MENSILE DA SPECCHIO LIQUIDO

Si deve determinare mese per mese l'entità della radiazione netta mensile alla diga di Sessera (le cui caratteristiche sono riportate nella scheda in allegato) per l'anno 2000. I valori mensili di radiazione netta possono essere approssimati con i valori di radiazione calcolati nel giorno mediano di ogni mese.

Consideriamo come rappresentative le condizioni termiche della stazione di Pettinengo (per l'anno 2000).

A partire dei valori mensili di radiazione, stimare il tasso di evaporazione potenziale mensile (assumendo condizioni di cielo limpido e una velocità del vento pari a 1 m/s).

Per valutare la evapotraspirazione si fa riferimento al metodo di FAO - Penman – Monteith.

Si utilizza la formula:

$$ET_o = \frac{0,408 \Delta (R_n - G) + \gamma \frac{900 u_2 (e_s - e_a)}{T + 273}}{\Delta + \gamma(1 + 0,34 u_2)}$$

che rappresenta una semplificazione dell'equazione di Penman – Monteith, in quanto considera una superficie vegetativa di riferimento coincidente, con un prato ben irrigato, con piantine alte 12 cm, resistenza superficiale di 70 s/m e albedo pari a 0,23.

Le variabili coinvolte sono:

- ET_o : evapotraspirazione di riferimento
- T : temperatura media giornaliera
- u_2 : velocità del vento
- R_n : radiazione netta
- Δ : declinazione solare
- G : flusso di calore nel suolo
- e_s : tensione di vapore saturo media
- e_a : tensione di vapore effettiva

Ora si procede al calcolo.

Si è deciso di utilizzare per i calcoli il giorno mediano di ogni mese (Julian day), considerando mese per mese i valori diversi di Tmax e Tmin.

1. Julian day :

$$J = \text{intero}(30,42 * N^{\circ}\text{mese} - 15,23)$$

	GEN	FEB	MAR	APR	MAG	GIU	LUG	AGO	SET	OTT	NOV	DIC
N°mese	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
J	15,19	45,61	76,03	106,45	136,87	167,29	197,71	228,13	258,55	288,97	319,37	349,81
J_{corretto}	15	46	76	106	137	167	198	228	259	289	319	350

Calcolo Julian day per ogni mese dell'anno

2. La tensione di vapore saturo media:

$$e_s = \frac{e(T_{\max}) + e(T_{\min})}{2}$$

dove $e(T_{\max})$ e $e(T_{\min})$ sono le tensioni di vapore saturo rispettivamente alla temperatura massima e a quella di rugiada (all'incirca coincidente con quella minima)

	GEN	FEB	MAR	APR	MAG	GIU	LUG	AGO	SET	OTT	NOV	DIC
T_{min}	18,5	15,5	21,4	21,7	23,4	27,3	26,4	30,6	23,8	22	13,4	13,7
T_{max}	-7,1	-1,8	0,5	2,6	10,1	12,8	8,6	12,3	10,4	7,3	2,6	-3,8

$$e(T_{\max}) = 0,611 \exp \left[\frac{17,27 \cdot T_{\max}}{T_{\max} + 237,3} \right]$$

$$e(T_{\min}) = 0,611 \exp \left[\frac{17,27 \cdot T_{\min}}{T_{\min} + 237,3} \right]$$

Oppure dalla formula $e_a = e_s * RH$ se è disponibile l'umidità relativa.

$$RH = 0,6$$

3. *Gradiente di vapor saturo* : rappresenta la pendenza della curva relativa alla tensione di vapor saturo in funzione della temperatura

$$\Delta = \frac{4098[0,6108 \exp(\frac{17,27T}{T + 273,3})]}{(T + 273,3)^2}$$

4. *Costante psicrometrica* : è funzione del calore specifico e della pressione atmosferica: si calcola attraverso la formula:

$$\gamma = (c_p \cdot P) / (\xi \cdot \lambda)$$

dove P rappresenta la pressione atmosferica [KPa], λ il calore latente di evaporazione [$MJ Kg^{-1}$], c_p il calore specifico a pressione costante, ed ξ il rapporto tra peso molecolare di vapor d'acqua e quello dell'aria secca.

La pressione atmosferica P è la pressione ricavata dal peso dell'atmosfera terrestre.

$$P_{atm} = 100 \text{ KPa}$$

5. *Flusso di calore nel suolo* : energia che viene utilizzata per riscaldare il suolo, considerata in questo caso pari a 0 [$MJ m^{-2} day^{-1}$]
6. *Radiazione netta* [$MJ m^{-2} day^{-1}$]: è la differenza tra la radiazione proveniente dal cielo e quella in arrivo dalla superficie in esame

$$R_n = (R_{ns} - R_{nl})$$

Per il calcolo della radiazione netta bisogna prima calcolare la radiazione netta ad onda corta e quella ad onda lunga, definite rispettivamente dalle seguenti formule:

$$R_{ns} = (1 - \alpha) * R_s$$

$$R_{nl} = f \varepsilon' \sigma T^4$$

dove:

- α : albedo della superficie (= 0,23)
- R_s : radiazione globale, funzione della radiazione netta al limite dell'atmosfera R_0 e dell'eliofanìa relativa n/N (rapporto del numero di ore di effettiva insolazione e numero massimo di ore di insolazione possibili in un giorno, fissato pari a 1 (cielo scoperto), e R_0 è funzione della costante solare G_{SC} , della latitudine e diversi altri parametri, quali la distanza relativa terra-sole, la declinazione solare, l'angolo orario al tramonto, che dipendono dalla data giuliana e della latitudine.
- f : fattore di correzione per la nuvolosità (dipende da: radiazione globale, radiazione globale in condizioni di cielo limpido e coefficienti a_c e b_c).

- ε' : emissività netta (dipende da: tensione di vapore effettiva e temperatura media giornaliera)
- σ : costante di Stefan-Boltzmann ($\sigma = 4,9 * 10^{-9}$)
- La temperatura media giornaliera misurata in gradi Kelvin

Dopo aver calcolato tutti questi dati, sostituendo rispettivamente nella formula principale dell'evapotraspirazione (scritta all'inizio) è possibile ricavare

	GEN	FEB	MAR	APR	MAG	GIU	LUG	AGO	SET	OTT	NOV	DIC
$ET_0 \left[\frac{mm}{gg} \right]$	1,26	1,5	2,39	3,2	3,98	4,56	4,29	4	2,68	1,73	1,01	0,98
$ET_0 \left[\frac{mm}{mese} \right]$	39,06	42	74,09	96	123,38	136,8	132,99	124	80,4	53,63	30,3	30,38

Risultati calcolo evapotraspirazione con il metodo Penman-Monteith

Nota la curva dei volumi di invaso e le corrispondenti superfici del lago

Z [m s.l.m.]	V [m ³]	A [m ²]
924	1661400	126800
920	1206800	102000
910	496000	47800
900	163600	18600
885	0	0

E note, inoltre, le quote di invaso [m s.l.m.] medie mensili per l'anno 2000

GEN	FEB	MAR	APR	MAG	GIU	LUG	AGO	SET	OTT	NOV	DIC
910,7	915,7	914,1	923,6	923,8	920,7	915,7	919,0	924,0	924,0	924,0	923,4

è stato possibile valutare i volumi mensili persi per evaporazione nella diga nell'anno 2000.

Avendo già a disposizione i valori sia dell'evapotraspirazione per ogni mese, e avendo come dato di partenza le quote invaso e l'area rispettiva, riesco a trovare il valore del volume evaporato

$$\text{vol. evap.} = \frac{ET_0 * \text{Area}}{1000} \text{ [m}^3\text{/mese]}$$

	GEN	FEB	MAR	APR	MAG	GIU
$ET_0 \left[\frac{mm}{mese} \right]$	39,06	42	74,09	96	123,38	136,8

Quote invaso	910,7	915,7	914,1	923,6	923,8	920,7
Area [m²]	51594	78694	70022	124320	125560	106304
Volume evapor.	2015,3	3305,1	5187,9	11934,7	15491,6	14542,4

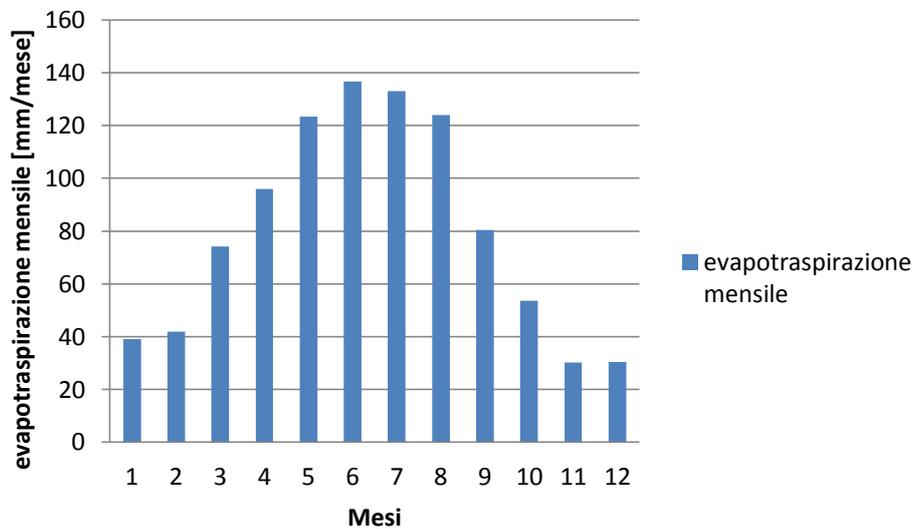
Risultati calcolo volume evaporato da Gennaio a Giugno

	LUG	AGO	SET	OTT	NOV	DIC
$ET_0 \left[\frac{mm}{mese} \right]$	132,99	124	80,4	53,63	30,3	30,38
Quote invaso	915,7	919	924	924	924	923,4
Area [m²]	78694	96580	126800	126800	126800	123080
Volume evapor.	10465,5	11975,9	10194,7	6800,3	3842,0	3739,2

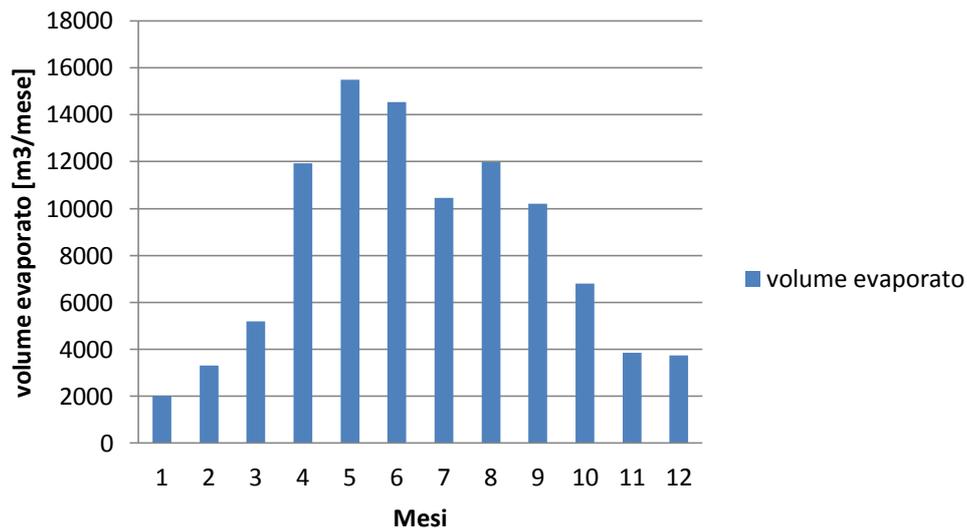
Risultati calcolo volume evaporato da Luglio a Dicembre

Elaborando i dati è possibile come richiesto ricavare alcuni grafici riportati di seguito:

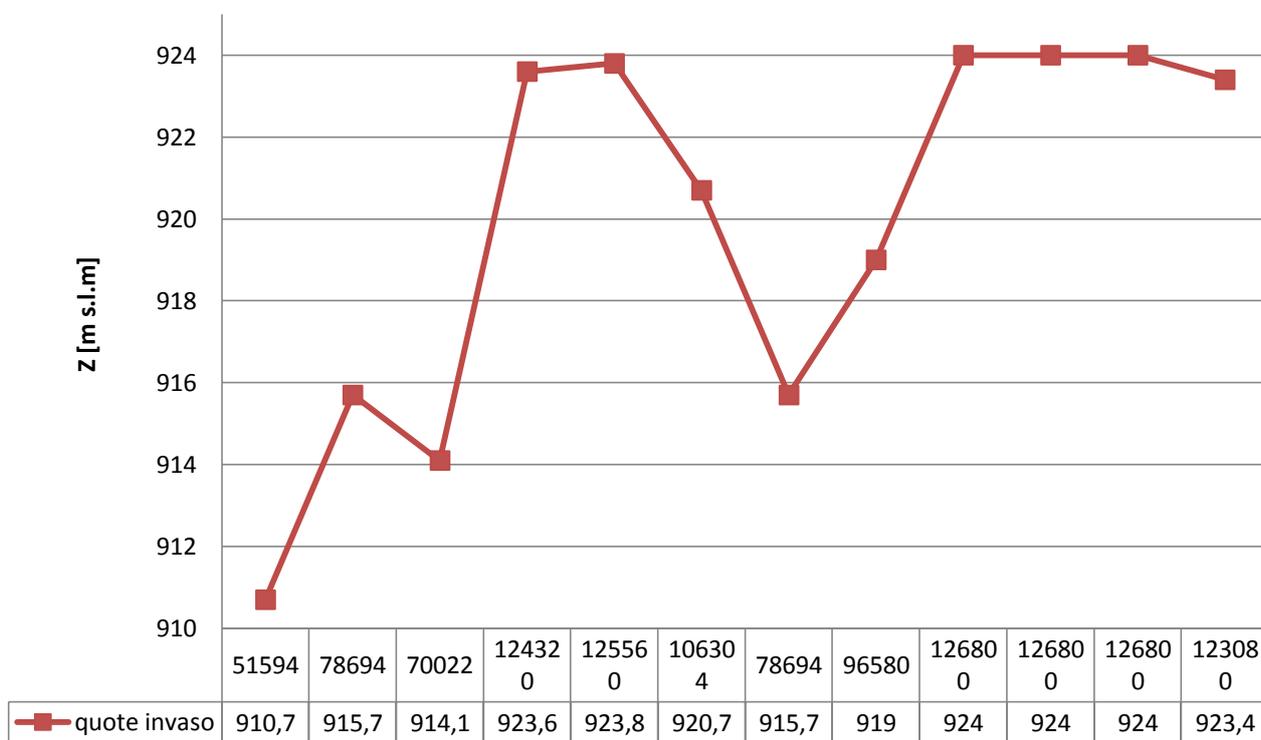
- Variazione dell'evapotraspirazione mensile



- Volume evaporato ogni mese



Così le rispettive aree in funzione delle quote d'invaso saranno



ESERCITAZIONE 2

VALUTAZIONE DELL'INFILTRAZIONE CON IL METODO GREEN-AMPT

Si valutino l'evoluzione dell'infiltrazione cumulata (F) e del tasso di infiltrazione (f) entro le prime tre ore di pioggia con intensità w costante pari a 20 mm/h, per un terreno sabbioso, uno limoso ed uno argilloso (le cui caratteristiche sono riportate in tabella) caratterizzati da un grado di saturazione iniziale del 30%. Valutare inoltre cosa accade dopo la terza ora quando l'intensità di pioggia si riduce a 5 mm/h.

Tipo di suolo	Porosità (n)	Potenziale di suzione (Ψ , mm)	Conducibilità sat. (K , mm/h)
Sabbia	0,401	61,3	30
Limo	0,486	166,8	6,5
Argilla	0,385	316,3	0,3

Rappresentare gli andamenti temporali del tasso di infiltrazione e dell'infiltrazione cumulata nei tre casi.

L'infiltrazione cumulata F (mm) è il volume d'acqua che si infila attraverso l'unità di superficie del suolo (è un'altezza d'acqua) in un assegnato intervallo di tempo.

L'acqua che si infila nella superficie del terreno va, almeno in parte, ad accrescere il contenuto d'acqua del suolo purché esso non sia già saturo (generalmente il suolo non è saturo d'acqua). Ricordando che il contenuto d'acqua o contenuto di umidità del suolo si misura generalmente come rapporto tra il volume d'acqua e il volume totale di un'assegnata porzione di suolo (esso varia tra zero e il valore della porosità), l'infiltrazione cumulata torna utile per tener conto delle variazioni del contenuto d'umidità del suolo sul tasso d'infiltrazione.

Il tasso di infiltrazione f (mm/h) è il volume d'acqua che si infila attraverso l'unità di superficie del terreno nell'unità di tempo. Esso dipende da diversi fattori come l'entità della precipitazione (senza pioggia non può esistere infiltrazione), la struttura del suolo (infiltrazione maggiore, per esempio, nei suoli sabbiosi rispetto a quelli argillosi) e il suo contenuto d'acqua al momento considerato.

Da un punto di vista più pratico riguardo l'infiltrazione, si è potuto constatare (da analisi delle reali dinamiche) che la pioggia in un primo momento si infila totalmente fino alla saturazione della superficie del terreno. Da questo momento in poi si forma un velo d'acqua sul terreno che da luogo al deflusso superficiale. L'intervallo di tempo che intercorre tra l'inizio della pioggia ed il raggiungimento della saturazione prende il nome di tempo di saturazione t_p (o ponding time).

Il fenomeno dell'infiltrazione è schematizzato da diversi modelli.

Come suggerito dal testo dell'esercitazione si utilizza il modello di Green-Ampt.

Tale modello, decisamente semplificato rispetto al caso reale, presuppone che il fronte dell'acqua, che avanza verso il basso, costituisca una netta divisione (orizzontale) tra gli strati del suolo non ancora raggiunti dall'acqua di infiltrazione, nei quali il contenuto di umidità è uguale al contenuto di umidità iniziale, e gli strati già raggiunti, nei quali si assume che il mezzo poroso sia saturo e quindi che il contenuto di umidità sia uguale alla porosità.

Dopo questa premessa, che aiuta a capire i calcoli fatti successivamente, si passa alla risoluzione numerica dell'esercitazione.

Inizialmente, si calcola il tempo di saturazione o di ponding

$$t_p = \frac{K\Psi\Delta\theta}{w(w - K)}$$

dove w è l'intensità di pioggia per le prime tre ore (20mm/h), K_t è la permeabilità, Ψ è il coefficiente di suzione e $\Delta\theta$ è la differenza tra i contenuti di umidità iniziale (θ_i) e il contenuto di umidità degli strati in cui è giunta l'acqua. Per il modello di Green-Ampt il contenuto di umidità degli strati già raggiunti dall'acqua di infiltrazione è considerato saturo e, dunque sarà uguale alla porosità (n) del terreno stesso.

$$\Delta\theta = n - \theta_i$$

	limo	argilla	sabbia
porosità n	0,486	0,385	0,401
θ_i	0,1458	0,1155	0,1203
$\Delta\theta$	0,3402	0,2695	0,2807
t_p (ore)	1,366092	0,064906	/

Calcolo del $\Delta\theta$ e del t_p

Come si può notare da quest'ultima tabella, la sabbia non ha tempo di saturazione (al contrario del limo e dell'argilla): rimarrà sempre non satura, per le 3 ore di pioggia calcolate. Ciò dipende in gran parte dalla permeabilità k del terreno considerato: maggiore è questa maggiore sarà il tempo di saturazione del suolo (avendo il limo più permeabilità dell'argilla avrà un tempo di ponding maggiore).

L'infiltrazione cumulata e il tasso di infiltrazione per la sabbia, mai satura nelle tre ore considerate, vengono determinati in modo molto semplice

$$F(t) = w \cdot t \quad \text{per } t < t_p$$

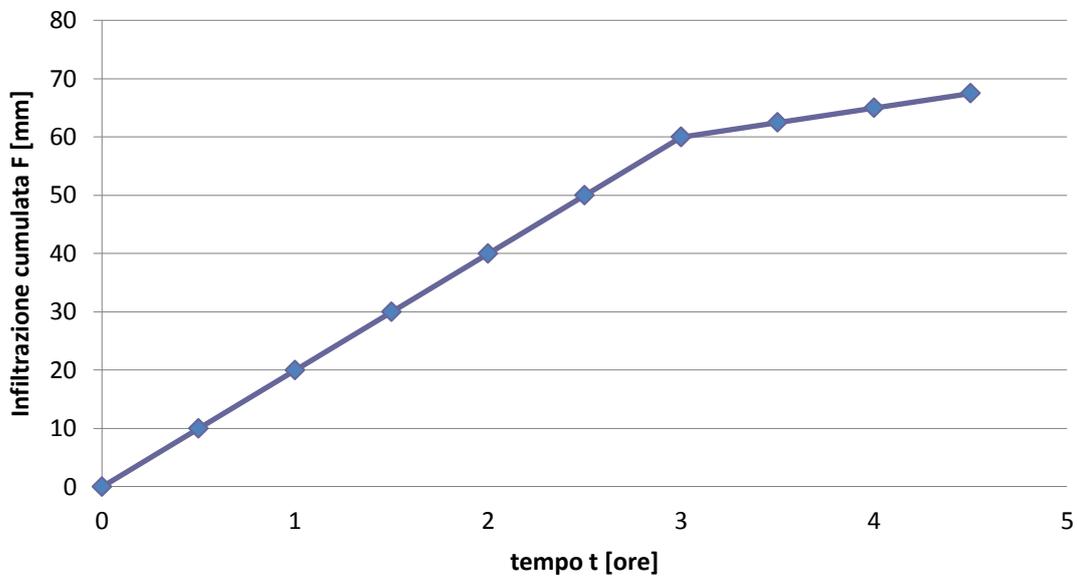
$$f(t) = \frac{F(t)}{t} = w \quad \text{per } t < t_p$$

Lo stesso calcolo viene fatto anche per tempi maggiori di 3 ore con un'intensità di pioggia w di 5 mm/h

t (ore)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3	3,5	4	4,5
w (mm/h)	20	20	20	20	20	20	20	5	5	5	5
f (mm/h)	20	20	20	20	20	20	20	5	5	5	5
F (mm)	0	10	20	30	40	50	60	60	62,5	65	67,5

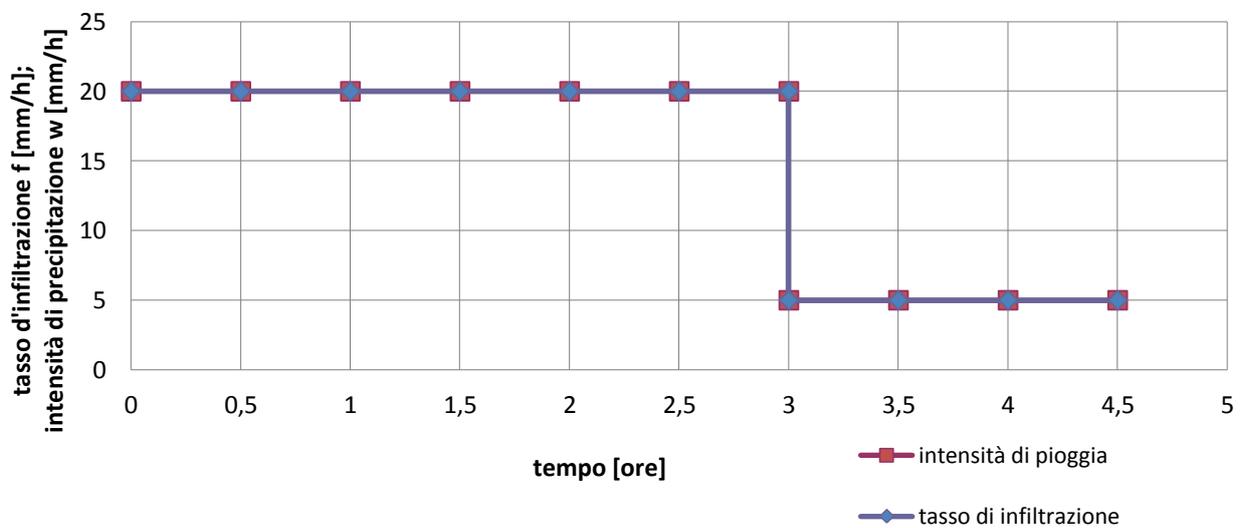
Calcolo infiltrazione cumulata e tasso di infiltrazione per la sabbia

È possibile ora diagrammare sia l'infiltrazione cumulata che il tasso di infiltrazione in funzione del tempo.



Infiltrazione cumulata della sabbia in funzione del tempo

Come si può notare da questo grafico, non essendoci mai saturazione, l'infiltrazione della sabbia mantiene un andamento rettilineo per ogni w costante.



Tasso d'infiltrazione della sabbia e intensità di pioggia in funzione del tempo

Quest'ultimo grafico è molto interessante poichè si riesce a notare come, essendo la sabbia un mezzo ad alta permeabilità K , tutta l'intensità di pioggia viene infiltrata attraverso il suolo (mai saturo in questo caso). Dunque non avremo un volume defluito in questo caso.

Invece, per il suolo argilloso e il suolo limoso non è possibile applicare queste formule: hanno un tempo di saturazione.

È possibile calcolare l'infiltrazione cumulata al tempo di saturazione tramite la seguente formula (derivata dalla definizione dell'infiltrazione cumulata stessa)

$$F_p = w \cdot t_p$$

Per il calcolo dell'infiltrazione cumulata F dopo il tempo di saturazione si può utilizzare l'equazione di Green-Ampt

$$F(t) = F_p + K(t - t_p) + \psi \cdot \Delta\theta \cdot \ln\left(\frac{\psi \cdot \Delta\theta + F}{\psi \cdot \Delta\theta + F_p}\right) \quad \text{per } t > t_p$$

La soluzione di quest'equazione si ricava con un metodo iterativo. Si inserisce al secondo membro dell'equazione un valore di $F(t)$ di primo tentativo (si scelga quello uguale ad F_p); si ricava dall'equazione un secondo valore di $F(t)$, che si sostituisce al secondo membro; si ricava dall'equazione un terzo valore di $F(t)$, che si sostituisce ancora al secondo membro; e così via, fino a che la differenza tra i due $F(t)$ consecutivi ricavati è quasi zero (si scelga una precisione almeno a tre cifre di zeri dopo la virgola: esempio 0,0007).

Una volta determinato l'andamento dell'infiltrazione cumulata $F(t)$, è immediato determinare quello del tasso di infiltrazione $f(t)$

$$f(t) = K \left(\frac{\psi \cdot \Delta\theta}{F} + 1 \right) \quad \text{per } t > t_p$$

Il calcolo iterativo è stato effettuato del seguente modo (le prime due tabelle per il limo, le altre due per l'argilla)

t [h]	F tentativi	F _j -F _{j-1}	f (t=1,5h)	t [h]	F tentativi	F _j -F _{j-1}	f (t=2h)
1,5	F _p = 27,32184			2	31,442242	verifica	
	28,19224	verifica			34,15750221	2,71526	
	28,77674	0,584501			35,87831104	1,720809	
	29,1659	0,389157			36,94247082	1,06416	
	29,42353	0,257627			37,59070548	0,648235	
	29,59344	0,169911			37,98197974	0,391274	
	29,70522	0,111782			38,21685365	0,234874	
	29,77864	0,07342			38,35737811	0,140524	
	29,82681	0,048172			38,44128745	0,083909	
	29,8584	0,031584			38,49133192	0,050044	
	29,8791	0,020699			38,52115801	0,029826	
F(t)=	29,89266	0,013561	18,83531		38,53892666	0,017769	
					38,54950954	0,010583	
				F(t)=	38,5558117	0,006302	16,06652

Tabella iterazione per limo (prima parte)

t [h]	F tentativi	F _j -F _{j-1}	f (t=2,5h)	t [h]	F tentativi	F _j -F _{j-1}	f (t=3h)
2,5	34,69224	verifica		3	37,94224	verifica	
	39,46114	4,768898			44,69304	6,750802	
	42,34608	2,884941			48,60102	3,907978	
	44,02269	1,676607			50,74611	2,145091	
	44,97478	0,952088			51,88997	1,143857	
	45,50841	0,533631			52,49063	0,600658	
	45,80532	0,296912			52,80352	0,312888	
	45,96985	0,164531			52,96582	0,162305	
	46,06082	0,090969			53,04983	0,08401	
	46,11105	0,050234			53,09327	0,043436	
	46,13877	0,02772			53,11571	0,022444	
	46,15406	0,015291			53,12731	0,011594	
F(t)=	46,1625	0,008433	14,49014	F(t)=	53,13329	0,005988	13,44188

Tabella iterazione limo (seconda parte)

t [h]	F tentativi	F _j -F _{j-1}	f (t=0,1h)	t [h]	F tentativi	F _j -F _{j-1}	f (t=1h)	t [h]	F tentativi	F _j -F _{j-1}	f (t=1h)
0,1	1,298114			1	1,578643	verifica		2	1,878643	verifica	
	1,308643	verifica			1,854516	0,275873			2,448554	0,569911	
	1,319012	0,01037			2,124944	0,270428			3,004359	0,555806	
	1,329225	0,010212			2,389204	0,26426			3,542941	0,538581	
	1,339281	0,010056			2,646647	0,257443			4,061605	0,518664	
F(t)=	1,349182	0,009901	19,25434		2,896705	0,250057			4,558124	0,496518	
					3,138888	0,242183			5,030747	0,472624	
					3,37279	0,233902			5,478205	0,447458	
					3,598087	0,225297			5,899684	0,421478	
					3,814535	0,216447			6,294794	0,39511	
					4,021963	0,207428			6,66353	0,368736	
					4,220276	0,198313			7,00622	0,342689	
					4,409444	0,189168			7,323472	0,317252	
					4,589497	0,180054			7,616126	0,292654	
					4,760524	0,171026			7,885201	0,269075	
					4,922658	0,162134			8,13185	0,246649	
					5,076078	0,15342			8,357317	0,225467	
					5,221	0,144921			8,5629	0,205583	
					5,357666	0,136667			8,749922	0,187022	
					5,486348	0,128682			8,919703	0,169781	
					5,607335	0,120986			9,073539	0,153837	
					5,720929	0,113595			9,21269	0,139151	
					5,927206	0,099759			9,338361	0,125671	
					6,020531	0,093325			9,4517	0,113338	
					6,107744	0,087213			9,553787	0,102087	
					6,189164	0,081421			9,645635	0,091848	
					6,265108	0,075943			9,728186	0,082551	
					6,335881	0,070773			9,802314	0,074128	
					6,401783	0,065902			9,868822	0,066508	
					6,463103	0,061321			9,92845	0,059628	
					6,520121	0,057018			9,981875	0,053425	
					6,573104	0,052983			10,02971	0,047838	
					6,622308	0,049204			10,07253	0,042812	
					6,667978	0,045669			10,11082	0,038297	
					6,710345	0,042367			10,14507	0,034243	
					6,749629	0,039284			10,17567	0,030606	
					6,786038	0,036409			10,20302	0,027347	
					6,819769	0,033731			10,22745	0,024427	
					6,851008	0,031238			10,24926	0,021813	
					6,879927	0,028919			10,26873	0,019474	
					6,906691	0,026764			10,28611	0,017382	
					6,931453	0,024761			10,30163	0,015512	
					6,954355	0,022902			10,31547	0,013841	
					6,995111	0,019578			10,32781	0,012347	
					7,013206	0,018095			10,33883	0,011014	
					7,029927	0,016721		F(t)=	10,34865	0,009823	2,77112
					7,045376	0,015449					
					7,059646	0,01427					
					7,072826	0,01318					
					7,084997	0,012171					
					7,096235	0,011238					
					7,10661	0,010375					
				F(t)=	7,116187	0,009577	3,893618				

Tabella iterazione argilla (prima parte)

t [h]	F tentativi	f (t=2,5h)	t [h]	F tentativi	F _j -F _{j-1}	f (t=3h)	t [h]	F tentativi	F _j -F _{j-1}	f (t=4h)
2,5	2,028643		3	2,178643	verifica		4	2,478643	verifica	
	2,745193			3,04158	0,862938			3,633603	1,154961	
	3,442229			3,878887	0,837307			4,748605	1,115002	
	4,114857			4,683537	0,80465			5,811369	1,062764	
	4,758939			5,449712	0,766175			6,812156	1,000787	
	5,371157			6,172907	0,723195			7,743958	0,931802	
	5,94904			6,849949	0,677042			8,602468	0,85851	
	6,490943			7,478947	0,628998			9,385871	0,783402	
	6,995995			8,059181	0,580233			10,09451	0,708637	
	7,464023			8,59095	0,53177			10,73048	0,635972	
	7,895459			9,075408	0,484458			11,29722	0,566745	
	8,291239			9,514379	0,438971			11,79912	0,501899	
	8,652701			9,910191	0,395812			12,24114	0,442018	
	8,981487			10,26552	0,355328			12,62853	0,387393	
	9,279452			10,58325	0,317728			12,96661	0,338076	
	9,548591			10,86635	0,283107			13,26056	0,293946	
	9,790962			11,11782	0,251468			13,51531	0,254755	
	10,00864			11,34057	0,222746			13,73549	0,220175	
	10,20367			11,53739	0,196818			13,92532	0,189832	
	10,37803			11,71092	0,173532			14,08865	0,163332	
	10,5336			11,86362	0,152708			14,22893	0,140281	
	10,67218			11,99778	0,134157			14,34923	0,1203	
	10,79543			12,11547	0,117685			14,45226	0,103029	
	10,90489			12,21857	0,103103			14,5404	0,088139	
	11,002			12,30879	0,090225			14,61573	0,075329	
	11,08804			12,38767	0,078877			14,68006	0,064328	
	11,16422			12,45657	0,068897			14,73495	0,054895	
	11,2316			12,5167	0,060133			14,78177	0,046817	
	11,29116			12,56915	0,05245			14,82168	0,039908	
	11,34377			12,61487	0,045723			14,85568	0,034003	
	11,39021			12,65471	0,039838			14,88464	0,028962	
	11,43119			12,68941	0,034695			14,9093	0,02466	
	11,46733			12,71961	0,030205			14,93029	0,020992	
	11,49919			12,7459	0,026287			14,94816	0,017865	
	11,52727			12,76877	0,022871			14,96336	0,015201	
	11,55201			12,78866	0,019894			14,97629	0,012932	
	11,57379			12,80596	0,0173			14,98729	0,011	
	11,59298			12,82101	0,015042			F(t)=	14,99665	0,009356
	11,60987			12,83408	0,013076					
	11,62474			12,84545	0,011366					
	11,63782		F(t)=	12,85533	0,009878	2,289281<5				
	11,64933									
	11,65946									
F(t)=	11,66837	2,491638								

Tabella iterazione argilla (seconda parte)

Come si può notare dalle tabelle del limo e dell'argilla, il calcolo per iterazione dell'argilla ,a differenza di quello del limo, viene proseguito anche per la quarta ora (intensità 5 mm/h) perchè il tasso d'infiltrazione (ciò che realmente si infila nel suolo) è pari a 2,289281 mm/h che è minore dell'intensità di pioggia: il suolo è ancora saturo (vi è un volume di deflusso).

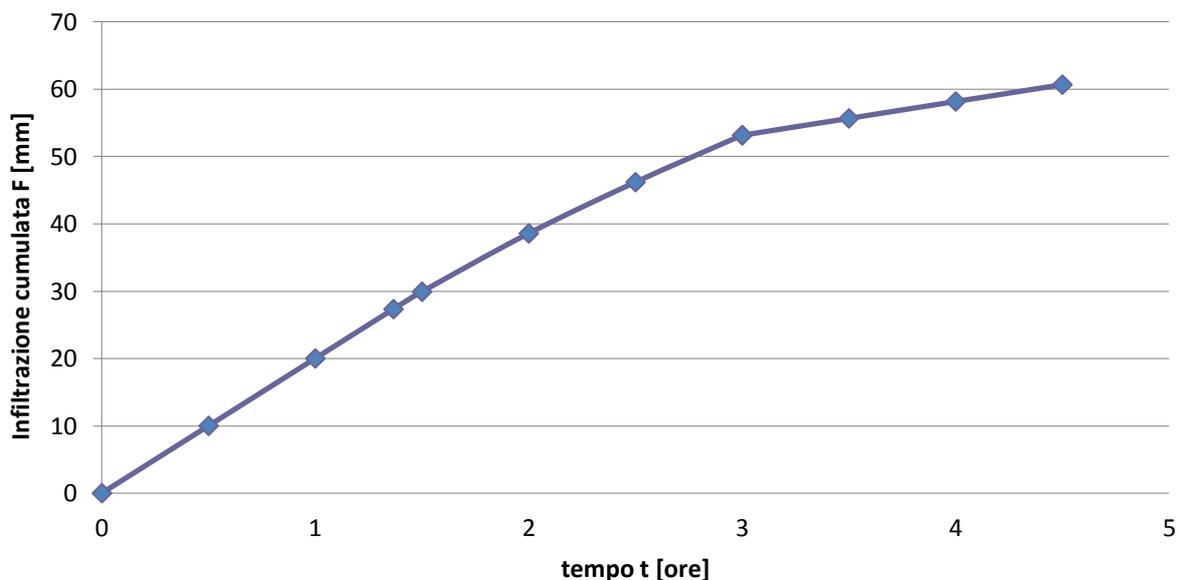
t (ore)	0	1	1,366092	1,5	2	2,5	3	3	3,5	4	4,5
w (mm/h)	20	20	20	20	20	20	20	5	5	5	5
f (mm/h)	20	20	20	18,83531	16,06652	14,49014	13,44188	5	5	5	5
F (mm)	0	20	27,32184	29,90154	38,55581	46,1625	53,13329	53,13329	55,63329	58,13329	60,63329

Tabella riassuntiva risultati limo

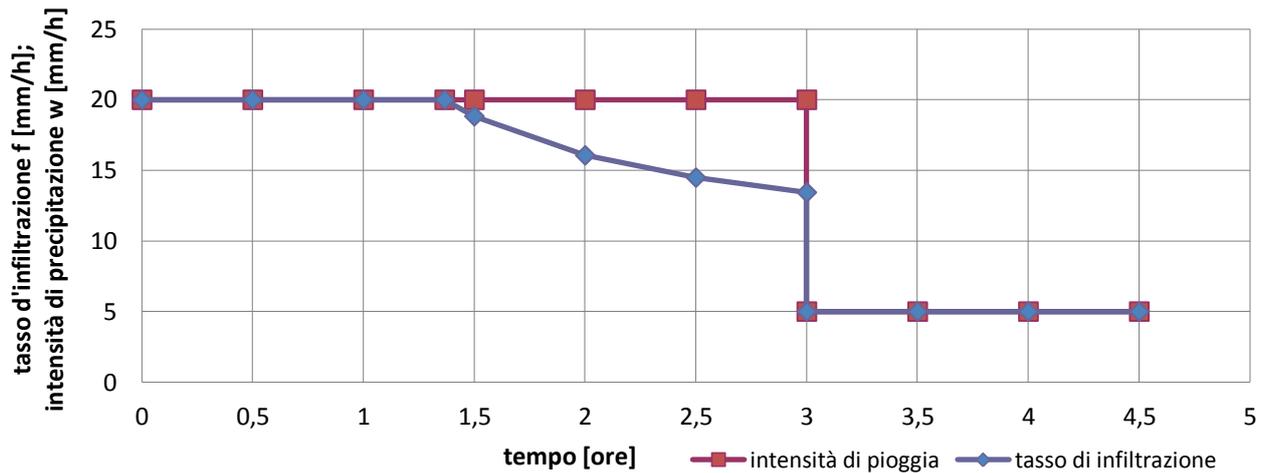
t (ore)	0	0,064906	0,1	1	2	2,5	3	3	4
w (mm/h)	20	20	20	20	20	20	20	5	5
f (mm/h)	20	20	19,25434	3,893618	2,771129	2,491638	2,289281	2,289281	2,005238
F (mm)	0	1,298114	1,349182	7,116187	10,34865	11,66837	12,85533	12,85533	14,99665

Tabella riassuntiva risultati argilla

È possibile ora diagrammare sia l'infiltrazione cumulata che il tasso di infiltrazione in funzione del tempo sia per il limo che per l'argilla.

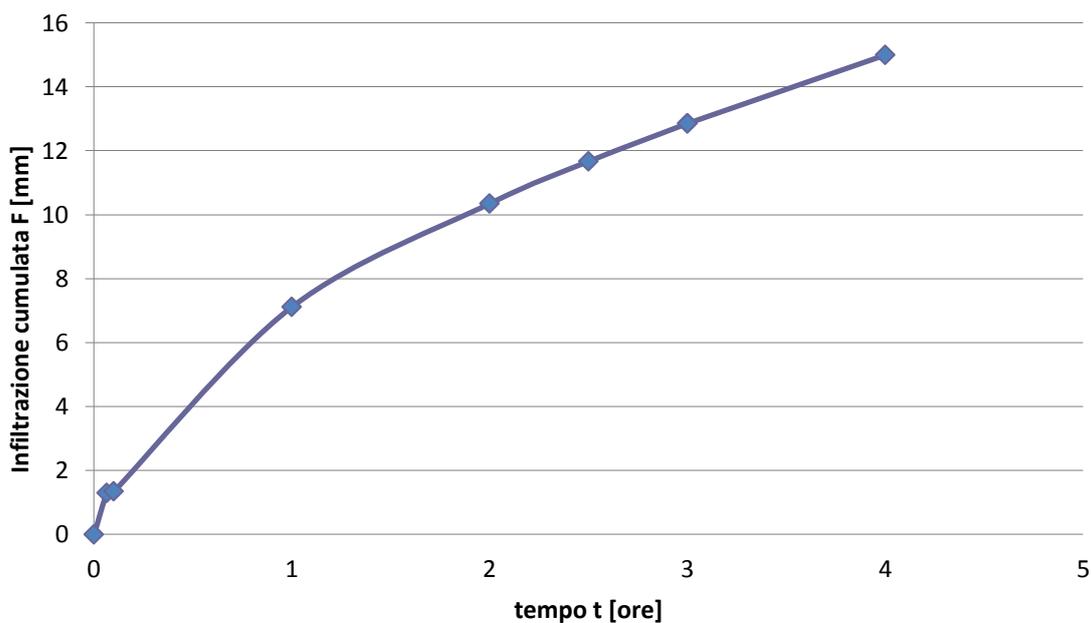


Infiltrazione cumulata del limo in funzione del tempo

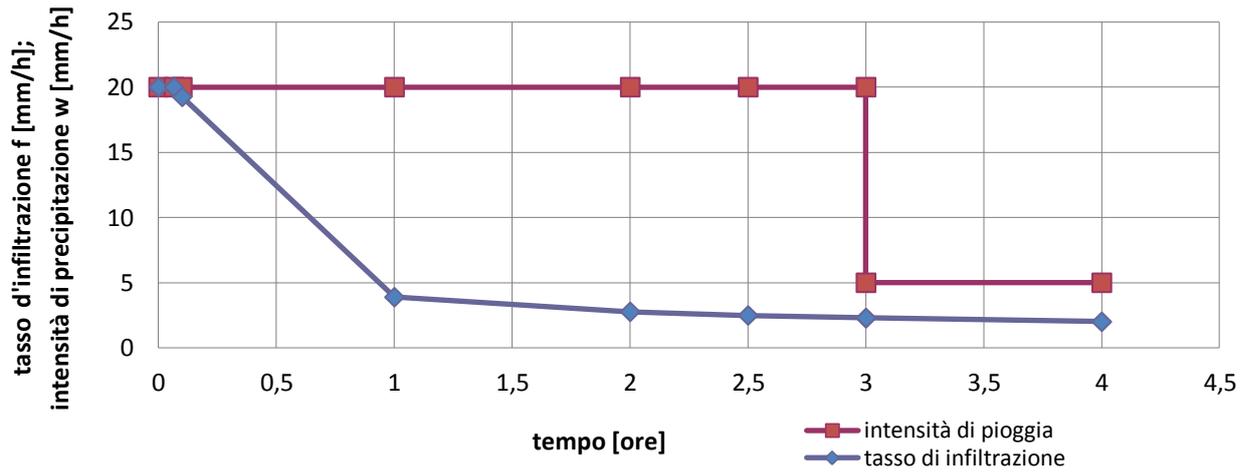


Tasso d'infiltrazione del limo e intensità di pioggia in funzione del tempo

In quest'ultimo grafico del limo possiamo notare come l'area compresa tra l'intensità di pioggia ed il tasso d'infiltrazione (in mezzo al tempo di saturazione t_p e alla terza ora) rappresenti il volume di pioggia defluito poichè il suolo è saturo in quell'intervallo temporale. Con la diminuzione dell'intensità dopo la terza ora, il suolo è non saturo e dunque non vi sarà volume defluito ma solo infiltrazione.



Infiltrazione cumulata dell'argilla in funzione del tempo



Tasso d'infiltrazione dell'argilla e intensità di pioggia in funzione del tempo

Si nota come l'argilla risulta non satura solo per un breve tratto iniziale fino al tempo di saturazione. Successivamente, nonostante dopo la terza ora diminuisca l'intensità, essa avrà, per tutto il resto dell'evento successivo al tempo di ponding, un volume defluito.

ESERCITAZIONE 3

VALUTAZIONE DELL'INFILTRAZIONE CON IL METODO GREEN-AMPT

Dato un suolo limoso (nelle stesse condizioni e con le stesse caratteristiche considerate nella scorsa esercitazione) interessato da un evento di pioggia con intensità variabile (come quello descritto nella tabella qui di seguito)

t [h]	1	2	3	4	5	6	7	8
w [mm/h]	10	15	19	22	15	7	20	7

valutare con il metodo di Green-Ampt:

- se e quando si raggiungono per la prima volta le condizioni di ponding (per individuare il tempo di ponding considerare l'intensità di precipitazione media per intervalli di tempo Δt di durata crescente- p. es.: 1h, 2h, etc. - fino a soddisfare la condizione $t_p \in \Delta t$)

Si riprendano i dati del suolo limoso dell'esercitazione precedente

Tipo di suolo	Porosità (n)	Potenziale di suzione(Ψ, mm)	Conducibilità sat. (K, mm/h)
Limo	0,486	166,8	6,5

Considerando intervalli di tempo Δt di durata crescente (1 ora, 2 ore e via via incrementando sempre di un'ora) tramite un'intensità di precipitazione w media, si calcola il t_p quando viene soddisfatta la condizione $t_p \in \Delta t$.

Il tempo di saturazione viene calcolato tramite la formula di Green-Ampt

$$t_p = \frac{K\Psi\Delta\theta}{w(w - K)} = 3,07 \text{ h}$$

Δt [ore]	w	w medio	t_p [ore]
1	10	10	
2	15	12,5	
3	19	14,66667	3,07

Quindi avremo un tempo di ponding pari a 3,07 ore.

Si può ricavare l'infiltrazione cumulata fino al tempo di saturazione tramite questa relazione

$$F_p = w \cdot t_p = 45,16 \text{ mm}$$

- se e quando le condizioni di ponding vengono a mancare (a questo scopo controllare ad ogni passo temporale se è verificata la condizione $f \leq w$) e se eventualmente esse vengono ripristinate.

Per vedere se le condizioni di ponding vengono a mancare bisogna valutare il tasso di infiltrazione f dopo il ponding stesso e guardare se è verificata la condizione $f \leq w$. Per valutare il tasso d'infiltrazione dopo la saturazione, occorre conoscere l'infiltrazione cumulata F.

Ricordando che dopo la saturazione la F cumulata si calcola con la formula di Green-Ampt

$$F(t) = F_p \cdot K_s \cdot (t - t_p) + \Psi \cdot \Delta\theta \cdot \ln \left(\frac{\Psi \cdot \Delta\theta + F}{\Psi \cdot \Delta\theta + F_p} \right)$$

si esegue il processo iterativo (svolto anche nell'altra esercitazione) per determinare prima l'infiltrazione cumulata F e poi il tasso d'infiltrazione f tramite

$$f(t) = K \left(\frac{\Psi \cdot \Delta\theta}{F} + 1 \right)$$

che ci permette di verificare se vengono o meno a mancare le condizioni di ponding

t [h]	F tentativi	F _J -F _{J-1}	f (t=4h)	w	t [h]	F tentativi	F _J -F _{J-1}	f (t=5h)	w
4	F _p =45,16467				5	45,16467			
	51,14851	verifica				57,64851	verifica		
	54,38627	3,237758				64,20584	6,557329		
	56,06408	1,677806				67,36881	3,162967		
	56,91438	0,850308				68,83367	1,464864		
	57,3405	0,426118				69,49949	0,665818		
	57,55285	0,212344				69,79956	0,300068		
	57,65837	0,10552				69,93428	0,134717		
	57,71073	0,052363				69,99465	0,060378		
	57,7367	0,025967				70,02169	0,027039		
	57,74957	0,012872				70,0338	0,012105		
F(t)=	57,75595	0,00638	12,88627	<w= 22	F(t)=	70,03922	0,005418	11,76626	<w=15

Tabella iterazione per limo (prima parte)

t [h]	F tentativi	F _J -F _{J-1}	f (t=6h)	w	t [h]	F tentativi	f (t=7h)	w	t [h]	F tentativi	F _J -F _{J-1}	f (t=8h)	w
6	45,16467				7	77,03922			8	88,31824	verifica		
	64,14851				F=	88,32697	11,28775	< w=20		97,18882	8,870575		
	73,84191	9,693393								100,5568	3,367996		
	78,2186	4,376692								101,785	1,22817		
	80,08927	1,870671								102,2263	0,441331		
	80,87039	0,781119								102,3841	0,157753		
	81,1934	0,323009								102,4404	0,056283		
	81,32643	0,133036								102,4604	0,020067		
	81,38113	0,054702								102,4676	0,007153	10,099	> w=7
	81,40361	0,022477							F=	95,3	f=w=	7	
	81,41284	0,009233	11,03055	>w= 7									
F=	77,03922	f=w=	7										

Tabella iterazione per limo (seconda parte)

Come si nota dall'iterazione delle F(t) e dal tasso d'infiltrazione corrispondente, le condizioni di ponding non sono verificate alla sesta ed all'ottava ora. Dunque, esse vengono a mancare alla sesta ora, vengono ripristinate alla settima e mancano nuovamente all'ottava ora.

La mancanza della condizione di ponding $f \leq w$, porta al calcolo dell'infiltrazione cumulata per un $f=w$: si sommano l'infiltrazione cumulata dell'ora precedente all'interruzione al w, per trovare l'infiltrazione cumulata all'ora dell'interruzione. Un'altra osservazione di carattere pratico è che

nell'ora successiva all'interruzione, l'iterazione non partirà più dall'infiltrazione cumulata al tempo di ponding ma dall'infiltrazione cumulata all'ora dell'interruzione.

<i>t (ore)</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8
<i>w (mm/h)</i>	10	10	15	19	22	15	7	20	7
<i>f (mm/h)</i>	10	10	15	19	12,88627	11,76626	7	11,28775	7
<i>F (mm)</i>	0	10	25	44	57,75595	70,03922	77,03922	88,32697	95,32697

Tabella riassuntiva dei valori calcolati

- come varia il tasso di infiltrazione effettivo lungo tutta la durata dell'evento, notando quando esso è diverso da quello potenziale

È possibile ora diagrammare il tasso d'infiltrazione effettivo (quanto infila realmente) con quello potenziale (quanto potrebbe infiltrare) in funzione del tempo

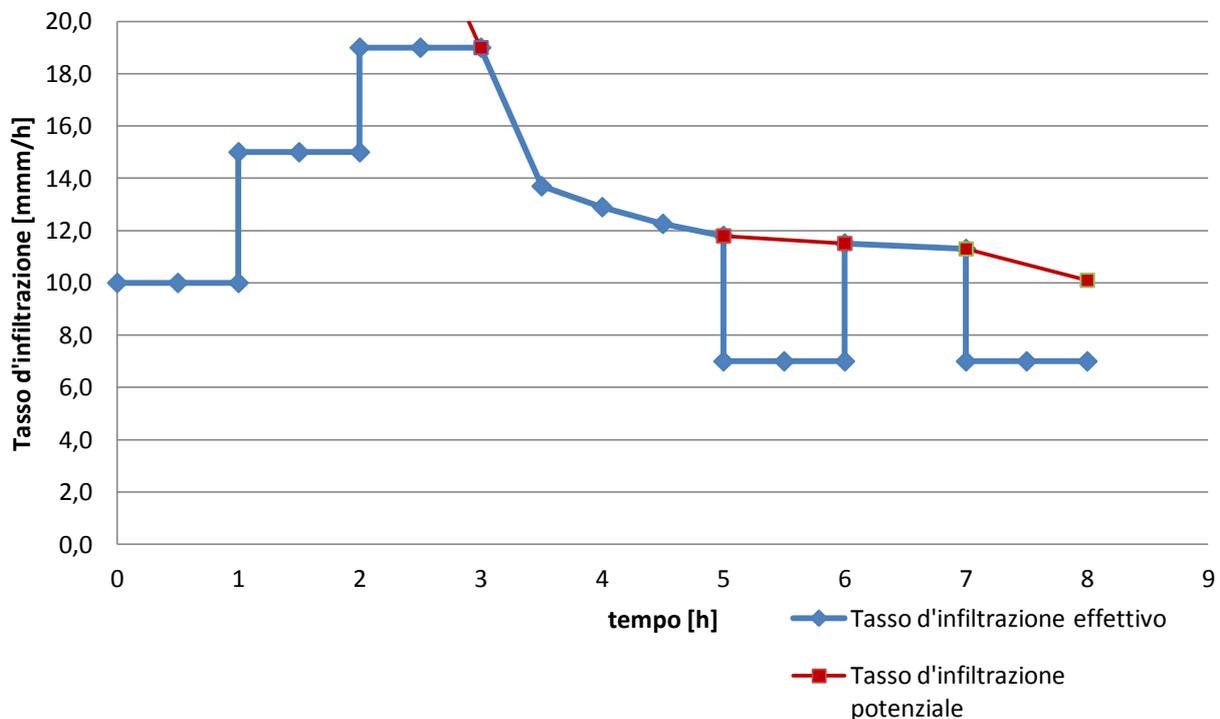


Diagramma tasso d'infiltrazione effettivo-tasso d'infiltrazione potenziale

Le considerazioni da fare su questo grafico sono numerose. Si possono notare innanzitutto le proprietà di infiltrazione del suolo con un'intensità di pioggia variabile. Avendo un'intensità di pioggia per un certo intervallo di tempo, il contenuto d'acqua del terreno aumenta. Ciò rende l'infiltrazione più difficile. Essenzialmente è per questo che il tasso d'infiltrazione (potenziale) decresce con il passare del tempo durante un evento di pioggia: l'acqua che si infila nel terreno riempie via via gli spazi vuoti disponibili aumentando il contenuto d'acqua del suolo. Il tasso d'infiltrazione dipende dall'intensità di pioggia, dalla struttura del suolo e come abbiamo detto dal contenuto di umidità dello stesso.

Il tasso d'infiltrazione effettivo si adatta all'evento di pioggia. Infatti se ho un'intensità di pioggia pari a 7 mm/h, come nel caso della sesta ora, ma il suolo può assorbitne 11 mm/h, il terreno non potrà assorbire più di quanto è piovuto: senza pioggia non esisterebbe l'infiltrazione.

- l'evoluzione dell'infiltrazione cumulata nel tempo, riferita alle condizioni effettive

Si diagramma invece ora l'infiltrazione cumulata in funzione del tempo

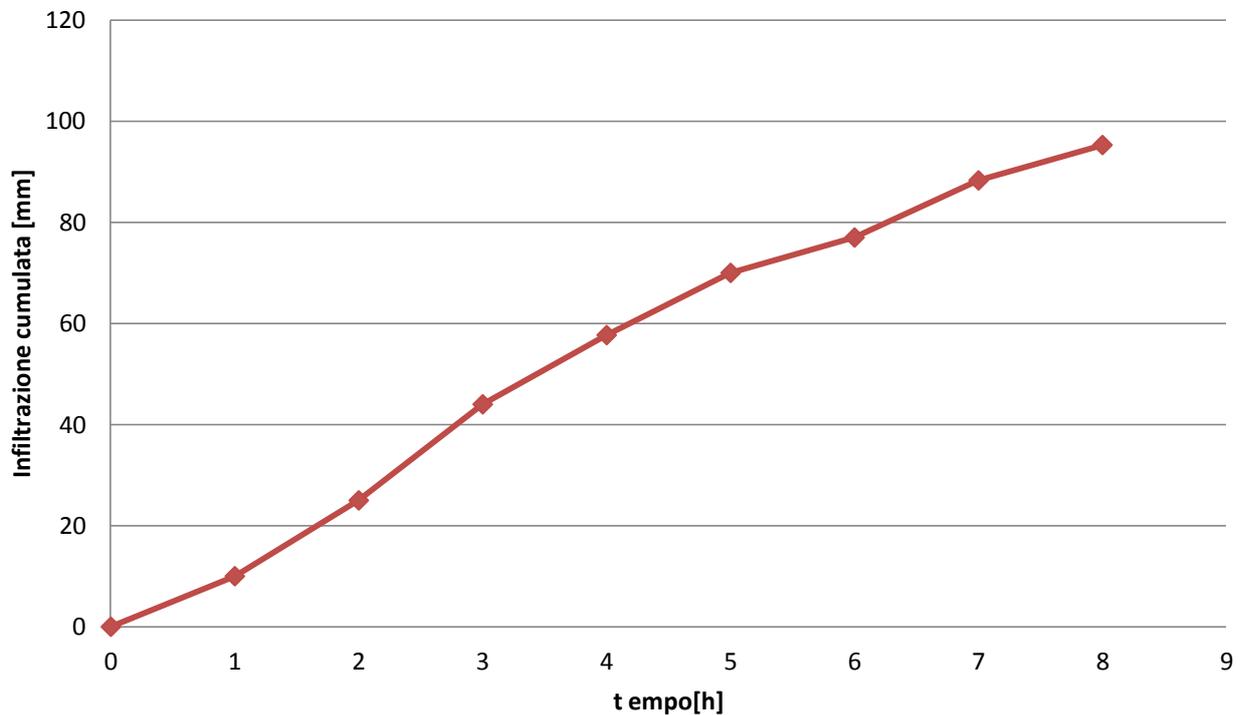


Diagramma di infiltrazione cumulata

- la curva dell'eventuale deflusso superficiale (come differenza tra l'intensità di precipitazione ed il tasso di infiltrazione) e il volume totale defluito.

Il deflusso superficiale sarà pari alla quantità d'acqua non infiltrata nel terreno per i vari intervalli di tempo con un'intensità di pioggia w . Fino al tempo di ponding (essendo il terreno non saturo), non si avranno infiltrazioni.

Il deflusso superficiale è uguale a

$$R = w - f(t)$$

t (ore)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
w (mm/h)	10	10	15	19	22	15	7	20	7
f (mm/h)	10	10	15	19	12,88627	11,76626	7	11,28775	7
F (mm)	0	10	25	44	57,75595	70,03922	77,03922	88,32697	95,32697
R (mm)	0	0	0	0	9,113734	3,233738	3,233738	0	8,712246

Calcolo deflusso superficiale per i vari intervalli di tempo

È così immediato calcolare il volume totale defluito (mm), moltiplicando il deflusso superficiale per l'intervallo di tempo in cui è avvenuto

$$V = 9,1 \cdot 1 + 3,2 \cdot 1 + 8,9 \cdot 1 = 21,2 \text{ mm}$$

È possibile diagrammare il deflusso superficiale con l'intensità di pioggia e il tasso d'infiltrazione per far notare che

$$w = R + f(t) \text{ se } t > t_p \text{ e } f \leq w$$

$$\text{sennò } w = f(t)$$

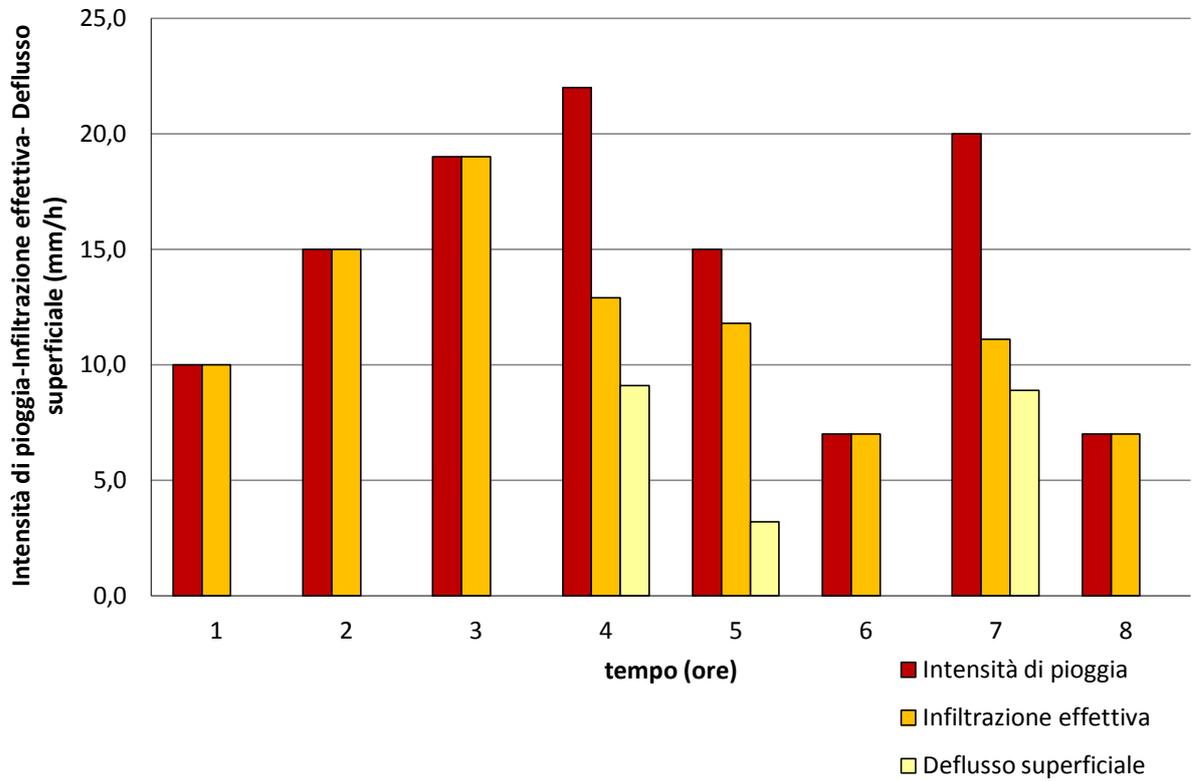


Diagramma intensità di pioggia, infiltrazione effettiva e deflusso superficiale

ESERCITAZIONE 4

SIMULAZIONE DEL BILANCIO IDRICO DEL SUOLO CON IL METODO DI THORNTHWAITE-MATHER

L'obiettivo dell'esercitazione è la costruzione del bilancio idrico del suolo con il modello di Thornthwaite e Mather per il bacino del Sessera a Miste, avente una superficie di 51.6 km² ed una quota media di 1486 m s.l.m. Gli anni di interesse vanno dal 1957 al 1968.

I dati di temperatura che si hanno a disposizione sono relativi alla stazione di Oropa (che si trova nella valle accanto, a 1180 m s.l.m.), con dettaglio mensile, dal 1951 al 1986.

Assumendo che le temperature di Oropa siano, in prima approssimazione, rappresentative delle condizioni medie del bacino, stimare l'evapotraspirazione potenziale media mensile con la relazione di Hargreaves.

I dati di precipitazione sono disponibili, con dettaglio mensile, in 8 stazioni ricadenti all'interno del bacino, di cui solo quattro funzionanti nel periodo di interesse. In tabella è riportato l'elenco delle stazioni attive, con i rispettivi anni di funzionamento e le aree (in percentuale di area di bacino) dei relativi topoi.

Stazione	Anni	Pesi [%area]
<i>Coggiola</i>	<i>1916 - 1986</i>	<i>2%</i>
<i>Trivero</i>	<i>1951 - 1981</i>	<i>1%</i>
<i>Piedicavallo</i>	<i>1914 - 1986</i>	<i>20%</i>
<i>Bielmonte</i>	<i>1953 - 1968</i>	<i>77%</i>

Tramite il modello di Thornthwaite e Mather, valutare l'evapotraspirazione mensile effettiva ET e il conseguente deficit idrico agricolo per gli anni tra il 1957 e il 1968. Effettuare il calcolo assumendo alcuni valori caratteristici del parametro di massima ritenzione idrica da parte del suolo (es. ϕ 50mm, 100 mm, 200 mm...).

Riportare i risultati su opportuni grafici, in particolare rappresentare le seguenti curve:

- regime pluviometrico e termometrico;*
- evapotraspirazione potenziale ed effettiva;*
- deficit idrico agricolo;*
- diagramma ombro-termico.*

La serie storica considerata comprende il periodo dall'anno 1957 al 1968.

Lo studio del bilancio idrico dei suoli comporta comunque, necessariamente, delle semplificazioni di tutti i fenomeni fisici e i processi fisiologici che interagiscono nel sistema terreno- pianta- bassa atmosfera.

Tali considerazioni conducono alla scelta, ad esempio, di una metodologia che utilizzi delle relazioni empiriche per il calcolo del bilancio idrico, in particolare per quanto riguarda l'evapotraspirazione potenziale (ETP).

Numerose sono le formulazioni empiriche, per la stima calcolo della ETP, mediante la correlazione con alcune grandezze meteorologiche (radiazione solare, umidità dell'aria, vento, temperatura dell'aria, ecc.). Disponendo tuttavia, come accade per la maggior parte del territorio regionale, di serie storiche complete di dati relativi ad una rete di stazioni di densità accettabile, solo per la temperatura dell'aria e le precipitazioni, la scelta ricade su quelle equazioni che utilizzano soltanto queste due grandezze, quale ad esempio, nel nostro caso, quella di Thornthwaite (1957).

Il bilancio idrico del suolo secondo Thornthwaite è stato indicato come il metodo standard per il calcolo del regime idrico dei suoli a livello tassonomico, dalla Soil Taxonomy, del Dipartimento dell'Agricoltura degli Stati Uniti d'America (U.S.D.A.) (1975).

La vasta raccolta di dati ottenuti dall'Autore a livello mondiale, ha permesso inoltre di addivenire alla stesura di un vero e proprio sistema climatico noto con il suo nome.

Di seguito, verranno forniti alcuni elementi fondamentali sulla metodologia utilizzata da Thornthwaite, per giungere alla definizione del bilancio idrico.

Lo schema di calcolo è costituito da una matrice (vedi tabella sotto), in cui nelle colonne sono riportati i mesi dell'anno e alcuni totali annui, mentre nelle righe, in sequenza, una serie di parametri che saranno descritti in dettaglio nelle pagine successive.

parametro	Mese												anno
	gen	feb	mar	apr	mag	giug	lug	ago	set	ott	nov	dic	
T													
I													
P													
PE													
P-PE													
AWL													
ST													
CST													
AE													
D													
S													

dove:

T (Temperature) = temperatura media mensile (°C).

I (Index of heat) = indice di calore annuale. Questo indice viene calcolato come sommatoria dei dodici indici di calore mensili i, in funzione di ciascun valore della temperatura media mensile:

$$I = \sum_{i=1}^{12} i$$

l'indice i , per ciascun mese, è così calcolato:

$$i = \left(\frac{T}{5}\right)^{1,514}$$

PE (Potential Evapotranspiration) = evapotraspirazione potenziale (ETP) (mm).

Il calcolo della PE mensile si effettua in tre fasi successive:

1) calcolo dell'indice globale di calore I , prima descritto;

2) calcolo preliminare della evapotraspirazione potenziale provvisoria (PEP), in funzione dell'indice I

$$PE_P = 16 \left(\frac{10I}{I}\right)^a$$

dove:

$$a = 6,75 * 10^{-7} * I^3 - 7,71 * 10^{-5} * I^2 + 1,79 * 10^{-2} * I + 0,49$$

Tale valore, secondo lo stesso Autore, rappresenta l'evapotraspirazione potenziale mensile provvisoria (PEP), perché calcolato per una giornata con 12 ore di illuminazione; PE è invece tanto maggiore, a parità di temperatura, quanto più lunghi sono i giorni. Essa va quindi corretta, introducendo un coefficiente (p_i) che tiene conto della latitudine in cui si trova la stazione e del mese, considerando quindi l'effetto dell'insolazione teorica nella località considerata e nei diversi periodi dell'anno;

3) calcolo dell'evapotraspirazione potenziale finale (PE):

$$PE = (PE_P) \times p_i$$

I valori di p_i si possono calcolare, per le diverse latitudini e per ciascun mese, attraverso il rapporto fra le ore teoriche di insolazione (eliofania assoluta) e la metà delle ore giornaliere (12).

Nella tabella sotto sono stati riportati i 12 valori di p_i , per alcuni valori di latitudine nord.

P (Precipitation) = precipitazioni medie mensili (mm).

Sono riportati i valori delle precipitazioni mensili.

P-PE = differenza fra precipitazioni mensili ed evapotraspirazione potenziale. Mette in rilievo i mesi in cui le precipitazioni sono in eccesso e quelli in cui, invece, vi è un difetto.

AWL (Accumulated Water Loss) = perdita d'acqua cumulata. Al fine di valutare meglio gli effetti sulla riserva idrica del terreno, occorre sommare le perdite periodiche di acqua dovute all'evapotraspirazione.

ST (Storage) = riserva idrica utile del suolo. Rimane immutata fino a quando le precipitazioni superano l'evapotraspirazione potenziale, poi comincia a diminuire in modo esponenziale. A inizio autunno, quando le precipitazioni tornano a superare PE, ricomincia la fase di ricarica della riserva (R).

CST (Changes in Storage) = variazioni della riserva idrica utile del suolo. Attraverso alcuni calcoli, è possibile stabilire la percentuale di acqua da togliere alla ST, in funzione del valore di AWL mensile.

AE (Actual Evapotranspiration) = evapotraspirazione reale o effettiva (ETE).

Il calcolo dell'AE si effettua seguendo alcuni semplici principi:

- a) quando P è maggiore di PE e ST è integra, AE è uguale a PE;
- b) nei mesi in cui P è inferiore a PE, le piante attingono anche dal terreno per cui AE sarà uguale alla somma delle precipitazioni e della variazione di riserva (P+CST).

D (Deficit) = deficit idrico. Rappresenta la carenza idrica ed è calcolato effettuando la differenza fra l'evapotraspirazione potenziale e quella reale (PE-AE).

S (Surplus) = eccedenza idrica. Se la ST è integra, l'eccesso di precipitazioni è computato come eccedenza e soggetto a defluire, come riportato in alcuni esempi:

- a) se P è superiore a PE e ST è integra: $S = (P - PE)$;
- b) se P è superiore a PE e ST non è ancora integra:
 $S = 0$, finché ST non sia ricostituita integralmente.
- c) se P è inferiore a PE: $S = 0$.

I risultati del bilancio idrico del suolo, elaborati con il metodo Thornthwaite-Mather, per ciascuna stazione termo- pluviometrica che presentava una serie storica idonea, sono presentati in due tipologie di tabelle, riferibili distintamente all'analisi a livello annuale e mensile.

Anche in tal caso è stata scelta un'elaborazione di tipo probabilistico, utilizzando il metodo dei quantili, come già visto per le temperature e le precipitazioni. Le tabelle comprendono anche il coefficiente di variazione.

Nella parte sottostante alla tabella dei valori annui, viene presentata anche un'elaborazione grafica sull'evoluzione mensile dei principali parametri del bilancio, in modo da rendere più intuitiva l'interpretazione dei dati.

Si mostrano a titolo di esempio una parte delle tabelle utilizzate per trovare i valori dell'evapotraspirazione, richiesti alla fine. Nelle tabelle abbiamo mostrato i valori:

- La media delle temperature massime

- La media delle temperature minime
- La radice di Δ con $\Delta = \text{media}_{t_{\max}} - \text{media}_{t_{\min}}$
- La media delle temperature medie
- R_0 [mm] che varia per ogni mese
- La formula utilizzata è quella di Hargreaves

$$ET_{RC} = 0,0023 R_a (T_{\text{med}} + 17,8) (T_{\max} - T_{\min})^{0,5}$$

- Evapotraspirazione totale media $ET_{RC \text{ totmed}} = ET_{RC} * 31$
- Evapotraspirazione totale annuale $ET_{RC \text{ ann}} = \sum_1^{12} ET_{RC \text{ totmed},i}$

dove:

R_0 è altezza di evaporazione equivalente alla radiazione extratmosferica per il sito ed il giorno di interesse [mm/g] = $0.408 \cdot R_0$ [MJ/m²g];

δ'_T è l'escursione termica giornaliera ($T_{\max} - T_{\min}$) [°C];

T è la temperatura media dell'aria [°C] nel giorno considerato.

Tale espressione, però, è valida per scala giornaliera, ma la stessa formula può essere utilizzata con riferimento alla scala mensile, calcolando il valore di ET_{RC} del giorno medio del mese e moltiplicando per i giorni effettivi del mese stesso.

Il fattore δ'_T assume però significato diverso: è la differenza tra la media delle temperature massime e la media delle temperature minime calcolate su tutti i giorni del mese [°C].

Il calcolo dell'evaporazione è stato condotto per un' arco di tempo che va dal 1957 al 1968.

Anno 1957

MM	media max	media min	T media	delta't	radq(delta't)	Ro	ET
1	3,025806452	-2,47419	0,275806	5,5	2,3452079	4,705185	0,458758
2	4,417857143	-0,23929	2,089286	4,657143	2,1580414	6,96316	0,687406
3	7,480645161	2,432258	4,956452	5,048387	2,2468616	10,23103	1,203173
4	8,946666667	3,19	6,068333	5,756667	2,3993055	13,56943	1,787298
5	10,14516129	4,883871	7,514516	5,26129	2,2937503	16,09154	2,149024
6	16,18666667	10,06333	13,125	6,123333	2,474537	17,09727	3,009251
7	20,2	13,12258	16,66129	7,077419	2,660342	16,48021	3,475037
8	17,52258065	11,86129	14,69194	5,66129	2,3793466	14,40419	2,561238
9	15,18333333	9,066667	12,125	6,116667	2,4731896	11,17329	1,901956
10	11,12258065	5,951613	8,537097	5,170968	2,2739762	7,817469	1,076832
11	6,66	2,423333	4,541667	4,236667	2,0583165	5,246263	0,554888
12	2,664516129	-1,87419	0,395161	4,53871	2,1304248	4,117082	0,367062

Anno 1958

MM	media max	media min	T media	delta't	radq(delta't)	Ro	ET
1	1,596774194	-3,26129	-0,83226	4,858065	2,2041017	4,705185	0,404725
2	5,446428571	0,035714	2,741071	5,410714	2,3260942	6,96316	0,765217
3	2,680645161	-2,5129	0,083871	5,193548	2,2789358	10,23103	0,959049
4	6,903333333	1,173333	4,038333	5,73	2,3937418	13,56943	1,631497
5	15,2483871	8,970968	12,10968	6,277419	2,5054779	16,09154	2,773497
6	16,30666667	10,07667	13,19167	6,23	2,4959968	17,09727	3,041891
7	19,2483871	12,84839	16,04839	6,4	2,5298221	16,48021	3,245775
8	19,32580645	13,06774	16,19677	6,258065	2,5016124	14,40419	2,817568
9	15,81	10,56667	13,18833	5,243333	2,2898326	11,17329	1,823521
10	10,88387097	6,06129	8,472581	4,822581	2,1960375	7,817469	1,037377
11	6,466666667	2,493333	4,48	3,973333	1,9933222	5,246263	0,535884
12	2,883870968	-1,65161	0,616129	4,535484	2,1296675	4,117082	0,371388

Anno 1959

MM	media max	media min	T media	delta't	radq(delta't)	Ro	ET
1	1,638709677	-2,92903	-0,64516	4,567742	2,1372276	4,705185	0,396773
2	5,742857143	0,060714	2,901786	5,682143	2,3837246	6,96316	0,790311
3	6,622580645	2,309677	4,466129	4,312903	2,076753	10,23103	1,08812
4	9,41	3,45	6,43	5,96	2,4413111	13,56943	1,846145
5	13,20967742	6,993548	10,10161	6,216129	2,4932166	16,09154	2,57463
6	17,74	11,27667	14,50833	6,463333	2,5423087	17,09727	3,229963
7	21,31612903	13,94194	17,62903	7,374194	2,7155466	16,48021	3,646759
8	18,19032258	12,22903	15,20968	5,96129	2,4415754	14,40419	2,670103
9	14,45666667	9,49	11,97333	4,966667	2,228602	11,17329	1,705175
10	9,293548387	4,96129	7,127419	4,332258	2,0814077	7,817469	0,932886
11	4,686666667	1,026667	2,856667	3,66	1,9131126	5,246263	0,476847
12	3,003225806	-0,81613	1,093548	3,819355	1,954317	4,117082	0,349644

Anno 1960

MM	media max	media min	T media	delta't	radq(delta't)	Ro	ET
1	2,193548387	-2,76452	-0,28548	4,958065	2,2266712	4,705185	0,422045
2	2,546428571	-3,11071	-0,28214	5,657143	2,3784749	6,96316	0,667289
3	5,248387097	0,641935	2,945161	4,606452	2,1462646	10,23103	1,047725
4	10,05666667	3,78	6,918333	6,276667	2,5053277	13,56943	1,932738
5	14,08387097	7,670968	10,87742	6,412903	2,5323711	16,09154	2,687775
6	17,33666667	11,20667	14,27167	6,13	2,4758837	17,09727	3,122529
7	16,98387097	11,04839	14,01613	5,935484	2,4362849	16,48021	2,938095
8	17,36129032	11,5129	14,4371	5,848387	2,4183439	14,40419	2,582799
9	12,62	7,89	10,255	4,73	2,1748563	11,17329	1,568013
10	8,719354839	4,43871	6,579032	4,280645	2,068972	7,817469	0,906912
11	5,933333333	1,763333	3,848333	4,17	2,0420578	5,246263	0,533421
12	2,264516129	-1,99032	0,137097	4,254839	2,062726	4,117082	0,350357

Anno 1961

MM	media max	media min	T media	delta't	radq(delta't)	Ro	ET
1	1,264516129	-3,82903	-1,28226	5,093548	2,2568891	4,705185	0,403427
2	5,821428571	-0,825	2,498214	6,646429	2,5780668	6,96316	0,838081
3	9,429032258	-0,44839	4,490323	9,877419	3,1428362	10,23103	1,648486
4	11,34666667	3,763333	7,555	7,583333	2,7537853	13,56943	2,17913
5	12,93225806	6,122581	9,527419	6,809677	2,6095359	16,09154	2,639291
6	17,80333333	9,596667	13,7	8,206667	2,864728	17,09727	3,548531
7	18,57096774	11,71613	15,14355	6,854839	2,6181747	16,48021	3,269335
8	19,19354839	12,23871	15,71613	6,954839	2,6372028	14,40419	2,92829
9	18,26333333	9,84	14,05167	8,423333	2,9022979	11,17329	2,375653
10	10,78709677	3,180645	6,983871	7,606452	2,7579796	7,817469	1,229006
11	5,003333333	-0,37333	2,315	5,376667	2,318764	5,246263	0,562801
12	2,983870968	-2,35806	0,312903	5,341935	2,3112627	4,117082	0,396419

Anno 1962

MM	media max	media min	T media	delta't	radq(delta't)	Ro	ET
1	3,05483871	-1,7129	0,670968	4,767742	2,183516	4,705185	0,436466
2	2,685714286	-2,73571	-0,025	5,421429	2,3283961	6,96316	0,662828
3	1,567741935	-3,34194	-0,8871	4,909677	2,2157792	10,23103	0,881844
4	8,53	1,62	5,075	6,91	2,6286879	13,56943	1,876677
5	11,37419355	5,312903	8,343548	6,06129	2,4619688	16,09154	2,382169
6	15,48666667	8,356667	11,92167	7,13	2,670206	17,09727	3,120848
7	18,00645161	11,83871	14,92258	6,167742	2,4834939	16,48021	3,080357
8	19,98387097	13,8	16,89194	6,183871	2,486739	14,40419	2,858087
9	14,72333333	9,143333	11,93333	5,58	2,3622024	11,17329	1,804968
10	11,09677419	4,758065	7,927419	6,33871	2,5176794	7,817469	1,164637
11	3,723333333	-0,45667	1,633333	4,18	2,0445048	5,246263	0,479417
12	0,509677419	-4	-1,74516	4,509677	2,1236001	4,117082	0,322846

Anno 1963

MM	media max	media min	T media	delta't	radq(delta't)	Ro	ET
1	-2,948387097	-7,01935	-4,98387	4,070968	2,0176639	4,705185	0,27984
2	-1,489285714	-6,17143	-3,83036	4,682143	2,163826	6,96316	0,484108
3	3,751612903	-1,45161	1,15	5,203226	2,281058	10,23103	1,017168
4	7,646666667	1,3	4,473333	6,346667	2,5192592	13,56943	1,751247
5	12,32258065	7,119355	9,720968	5,203226	2,281058	16,09154	2,323408
6	14,66	10,16333	12,41167	4,496667	2,1205345	17,09727	2,51927
7	19,06774194	13,58387	16,32581	5,483871	2,3417666	16,48021	3,029124
8	16,79677419	11,65806	14,22742	5,13871	2,2668722	14,40419	2,40528
9	14,23333333	9,926667	12,08	4,306667	2,075251	11,17329	1,59353
10	11,19677419	5,945161	8,570968	5,251613	2,2916398	7,817469	1,086592
11	6,74	3,04	4,89	3,7	1,9235384	5,246263	0,526639
12	0,919354839	-2,82581	-0,95323	3,745161	1,9352419	4,117082	0,308723

Anno 1964

MM	media max	media min	T media	delta't	radq(delta't)	Ro	ET
1	0,425806452	-2,92903	-1,25161	3,354839	1,8316219	4,705185	0,328017
2	2,539285714	-1,25	0,644643	3,789286	1,9466088	6,96316	0,57502
3	3,183870968	0,019355	1,601613	3,164516	1,7789087	10,23103	0,812155
4	9,14	4,093333	6,616667	5,046667	2,2464787	13,56943	1,711899
5	14,5	8,464516	11,48226	6,035484	2,4567222	16,09154	2,662478
6	17,67666667	11,7	14,68833	5,976667	2,4447222	17,09727	3,123285
7	20,19032258	13,99355	17,09194	6,196774	2,4893321	16,48021	3,292292
8	18	12,57419	15,2871	5,425806	2,3293361	14,40419	2,553333
9	15,1	9,97	12,535	5,13	2,2649503	11,17329	1,765678
10	9,196774194	4,051613	6,624194	5,145161	2,2682948	7,817469	0,996125
11	7,626666667	3,24	5,433333	4,386667	2,0944371	5,246263	0,58716
12	2,109677419	-1,27097	0,419355	3,380645	1,8386531	4,117082	0,317212

Anno 1965

MM	media max	media min	T media	delta't	radq(delta't)	Ro	ET
1	1,8	-2,27742	-0,23871	4,077419	2,0192621	4,705185	0,383755
2	1,235714286	-3,82143	-1,29286	5,057143	2,2488092	6,96316	0,594509
3	4,412903226	-0,38065	2,016129	4,793548	2,1894174	10,23103	1,020927
4	9,303333333	3,386667	6,345	5,916667	2,4324199	13,56943	1,832969
5	13,28709677	6,970968	10,12903	6,316129	2,513191	16,09154	2,597807
6	17,00666667	10,78333	13,895	6,223333	2,494661	17,09727	3,10926
7	18,18709677	12,04516	15,11613	6,141935	2,4782929	16,48021	3,092088
8	17,08709677	11,31613	14,20161	5,770968	2,4022839	14,40419	2,546906
9	12,12333333	7,66	9,891667	4,463333	2,1126603	11,17329	1,503445
10	11,16451613	4,545161	7,854839	6,619355	2,5728107	7,817469	1,186782
11	4,776666667	0,56	2,668333	4,216667	2,0534524	5,246263	0,50716
12	3,35483871	-1,30968	1,022581	4,664516	2,1597491	4,117082	0,384946

Anno 1966

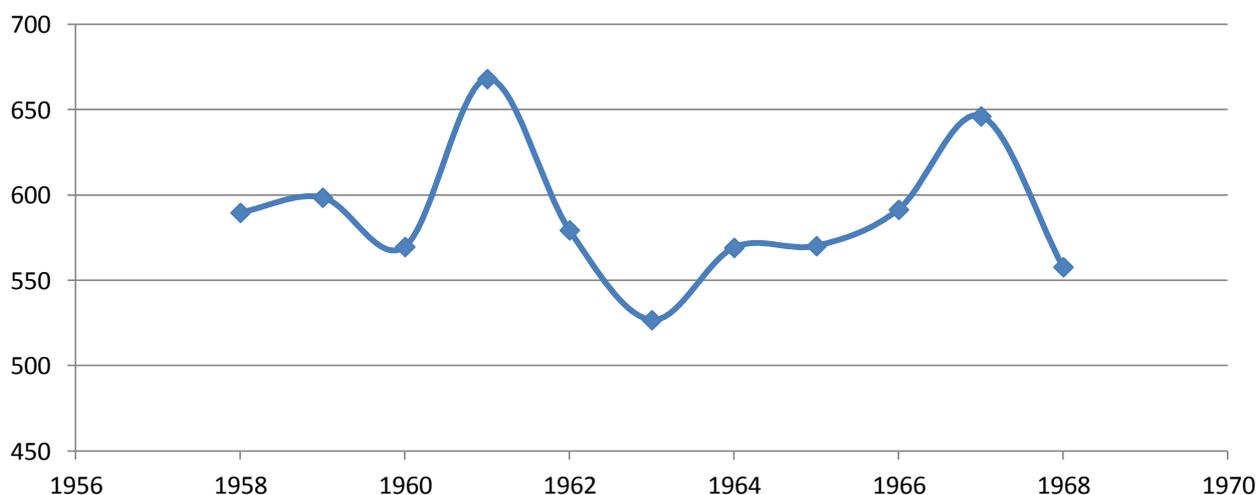
MM	media max	media min	T media	delta't	radq(delta't)	Ro	ET
1	0,8	-4,12258	-1,66129	4,922581	2,2186889	4,705185	0,387498
2	6,039285714	1,207143	3,623214	4,832143	2,1982136	6,96316	0,754204
3	6,212903226	-0,23226	2,990323	6,445161	2,5387322	10,23103	1,242011
4	10,28333333	4,763333	7,523333	5,52	2,349468	13,56943	1,856863
5	14,30967742	7,83871	11,07419	6,470968	2,5438097	16,09154	2,718441
6	17,93666667	11,50667	14,72167	6,43	2,5357445	17,09727	3,242896
7	17,65806452	11,56452	14,61129	6,093548	2,4685114	16,48021	3,032647
8	17,24516129	11,28387	14,26452	5,96129	2,4415754	14,40419	2,593651
9	15,95	10,67667	13,31333	5,273333	2,296374	11,17329	1,836107
10	10,74516129	7,109677	8,927419	3,635484	1,9066945	7,817469	0,916288
11	3,35	-1,02667	1,161667	4,376667	2,0920484	5,246263	0,478659
12	3,580645161	-2,3871	0,596774	5,967742	2,4428962	4,117082	0,425563

Anno 1967

MM	media max	media min	T media	delta't	radq(delta't)	Ro	ET
1	1,583870968	-3,48065	-0,94839	5,064516	2,250448	4,705185	0,410407
2	2,975	-2,3	0,3375	5,275	2,2967368	6,96316	0,667149
3	8,161290323	2,103226	5,132258	6,058065	2,4613136	10,23103	1,328192
4	9,063333333	1,346667	5,205	7,716667	2,7778889	13,56943	1,994465
5	14,07419355	5,948387	10,01129	8,125806	2,85058	16,09154	2,934133
6	16,92333333	8,73	12,82667	8,193333	2,8623999	17,09727	3,447345
7	21,29677419	14,28065	17,78871	7,016129	2,6487977	16,48021	3,573152
8	17,90322581	12,15806	15,03065	5,745161	2,3969066	14,40419	2,607037
9	14,46333333	8,833333	11,64833	5,63	2,3727621	11,17329	1,795659
10	13,31290323	6,554839	9,933871	6,758065	2,5996278	7,817469	1,29633
11	8,163333333	0,866667	4,515	7,296667	2,7012343	5,246263	0,727339
12	4,580645161	-3,04839	0,766129	7,629032	2,7620703	4,117082	0,485594

I dati raccolti dalle quattro stazioni attive, ci danno l'indicazioni in maniera dettagliata (dettaglio mensile) sulle precipitazioni nella serie storica considerata.

1958	1959	1960	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968
589,639	598,484	569,613	668,005	579,379	526,744	569,098	570,12	591,421	646,141	557,772



Andamento annuale precipitazioni

Successivamente si è proceduto alla valutazione della precipitazione media P nel bacino di Sessera a Miste, avente una superficie di 51.6 km², con il Metodo dei poligoni di Thiessen o dei topoi. Per il calcolo sono stati forniti i dati di precipitazione della quattro stazioni funzionanti e ricadenti all'interno del bacino.

Il metodo dei topoieti si basa sulle seguenti ipotesi:

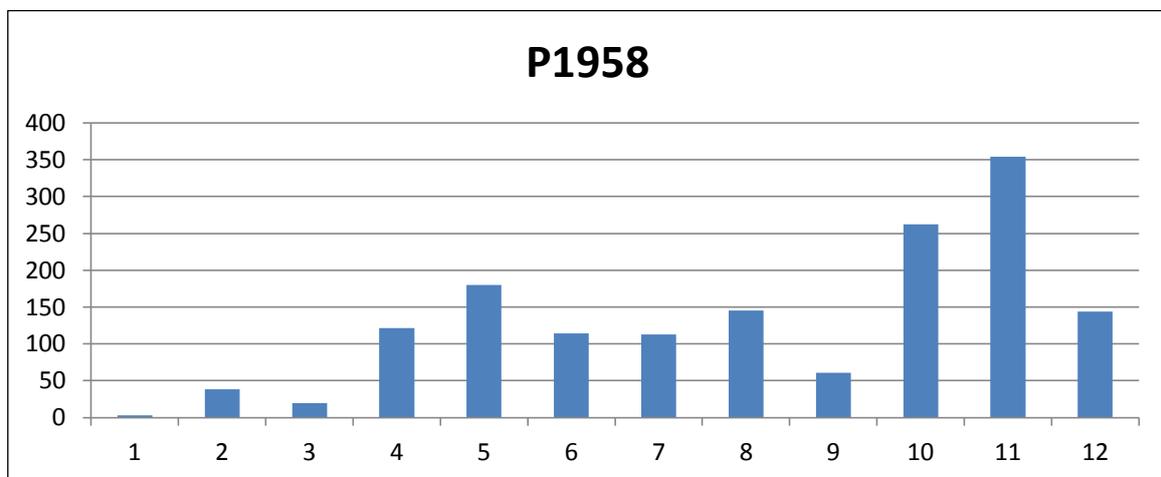
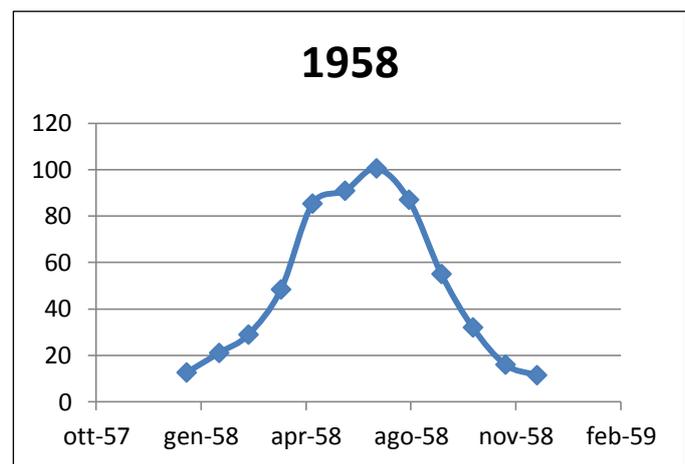
- ogni punto del bacino riceve la stasa precipitazione misurata nella stazione più vicina;
- la pioggia misurata in una stazione può essere estesa ad ogni punto compreso entro la metà della distanza da qualunque altra stazione in ogni direzione;

Nella traccia dell'esercitazione sono state già forniti i "pesi" percentuali in area di ciascuna delle 4 stazioni. Il metodo permette il calcolo della precipitazione media attraverso la seguente formula:

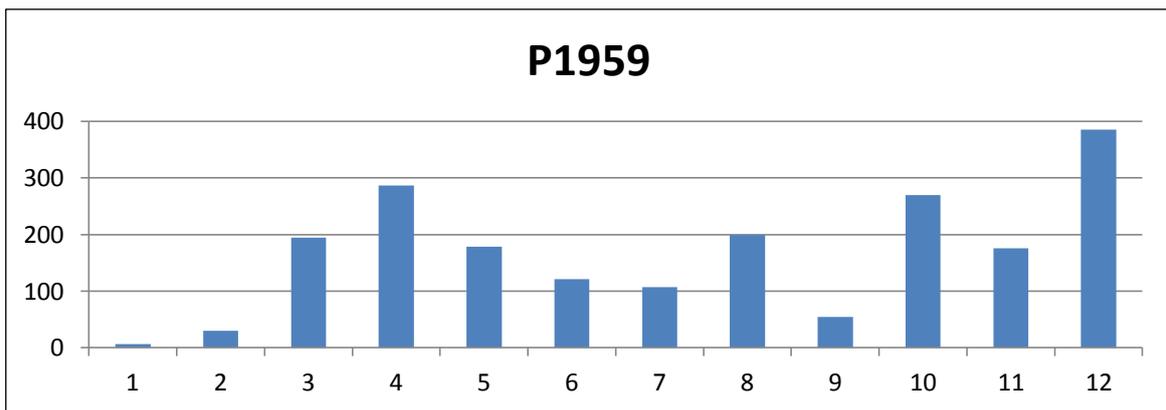
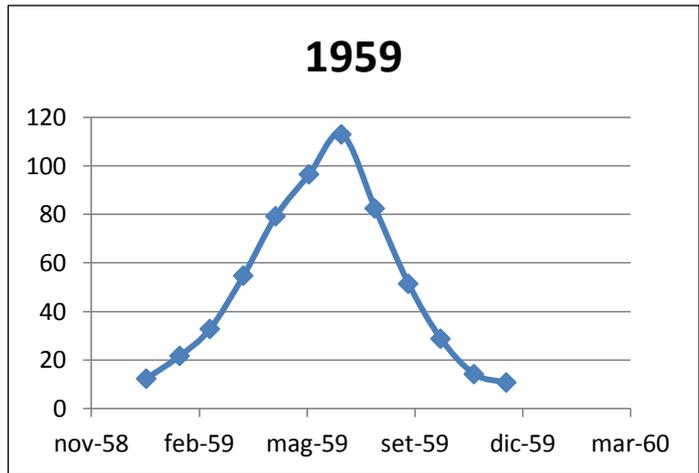
$$P = \frac{1}{A} \cdot \sum_i^N A_i \cdot P_i$$

Diagrammi del ET e del regime pluviometrico nel periodo 1958 -1967 - mensile

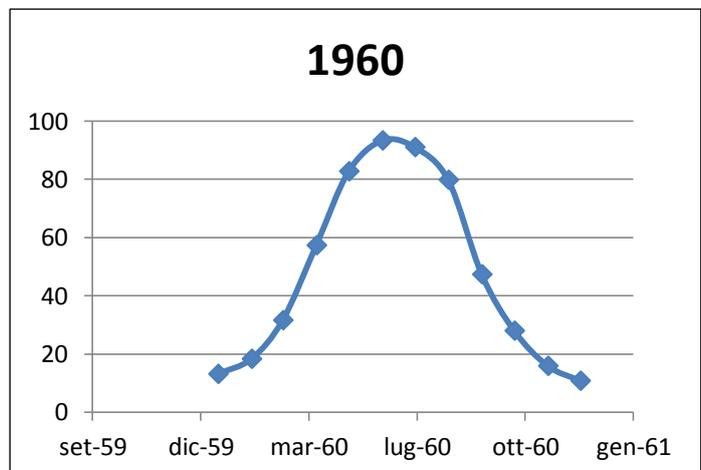
		Etpi		Pi
1958	gen-58	12,61523	589,6392	3,248
	feb-58	21,04723		38,412
	mar-58	28,95269		19,806
	apr-58	48,41623		121,524
	mag-58	85,40659		179,832
	giu-58	90,95251		113,892
	lug-58	100,6044		112,454
	ago-58	87,07528		145,456
	set-58	55,07469		61,052
	ott-58	32,03388		262,036
	nov-58	16,00407		354,236
	dic-58	11,45648		143,946

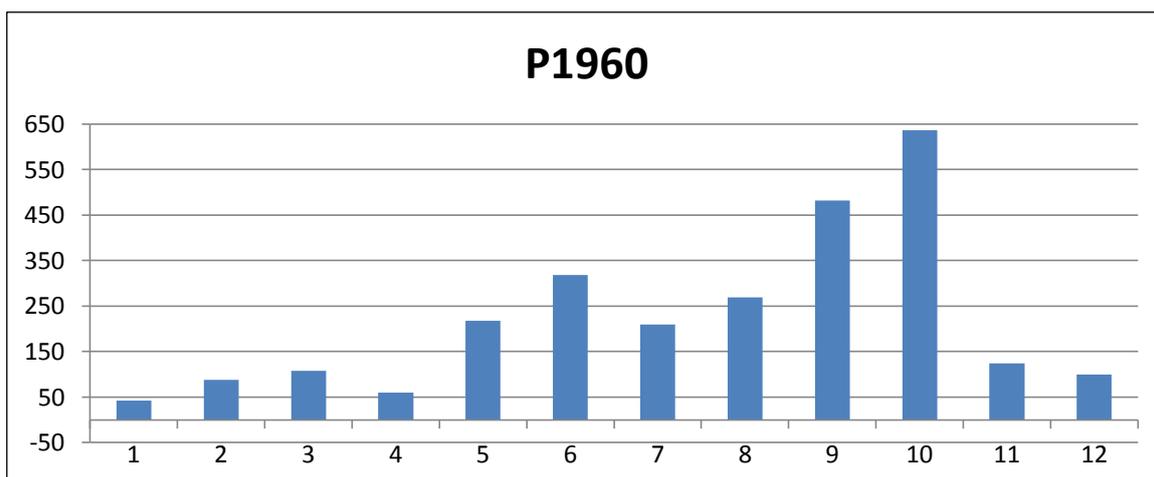


		Etpi		Pi
1959	gen-59	12,36736	598,4839	6,35
	feb-59	21,73745		30,14
	mar-59	32,84921		194,88
	apr-59	54,78614		286,56
	mag-59	79,28269		178,47
	giu-59	96,57585		120,97
	lug-59	113,033		107,00
	ago-59	82,51797		199,04
	set-59	51,50034		54,57
	ott-59	28,80723		270,01
	nov-59	14,24094		176,04
	dic-59	10,78573		384,92

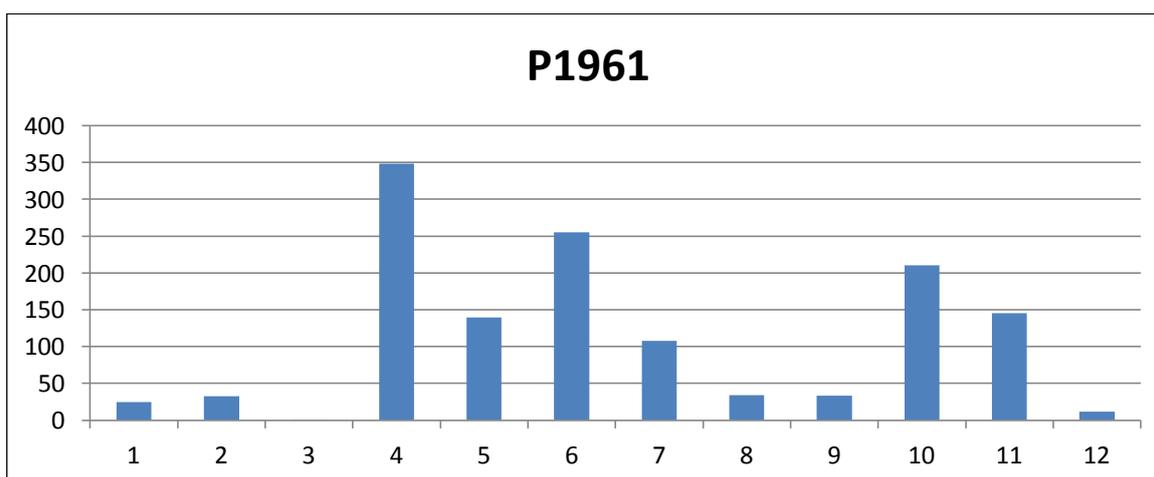
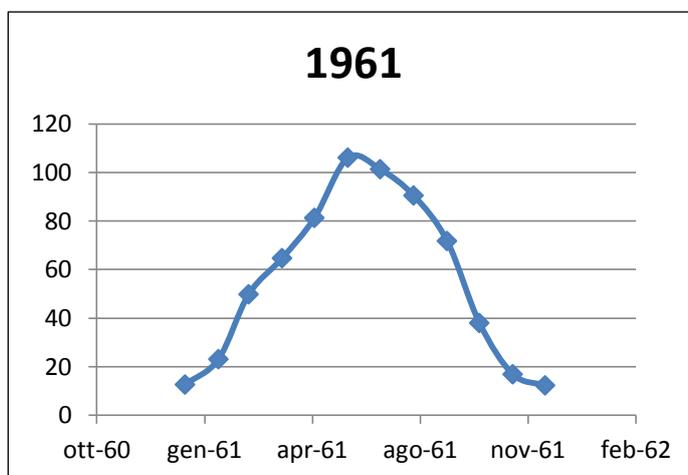


		Etpi		Pi
1960	gen-60	13,15509	569,6136	42,86957
	feb-60	18,35372		88,17391
	mar-60	31,62973		108,3565
	apr-60	57,35587		59,81739
	mag-60	82,76686		217,748
	giu-60	93,36358		317,866
	lug-60	91,06767		209,134
	ago-60	79,81989		269,54
	set-60	47,35774		481,566
	ott-60	28,00516		636,865
	nov-60	15,93053		124,768
	dic-60	10,80773		99,965

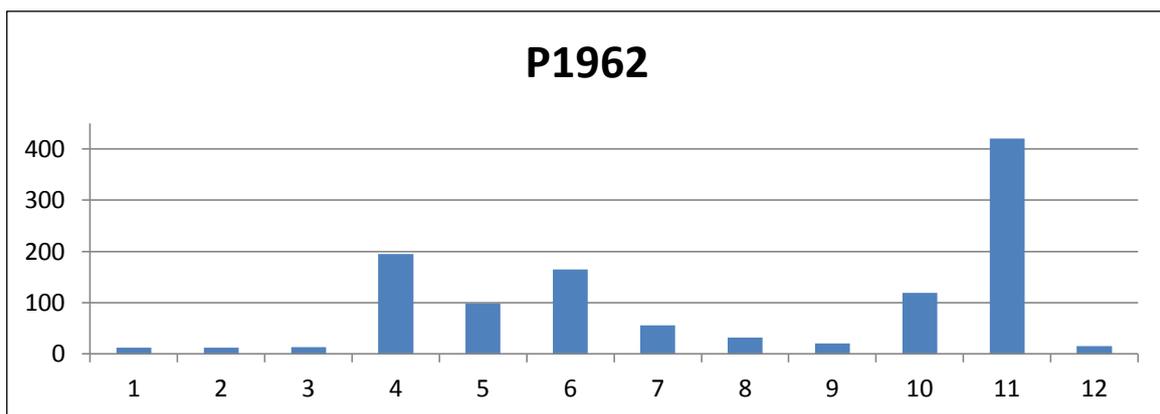
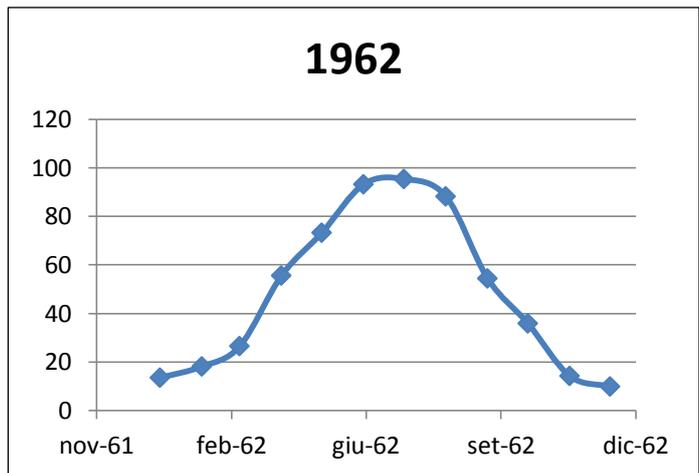




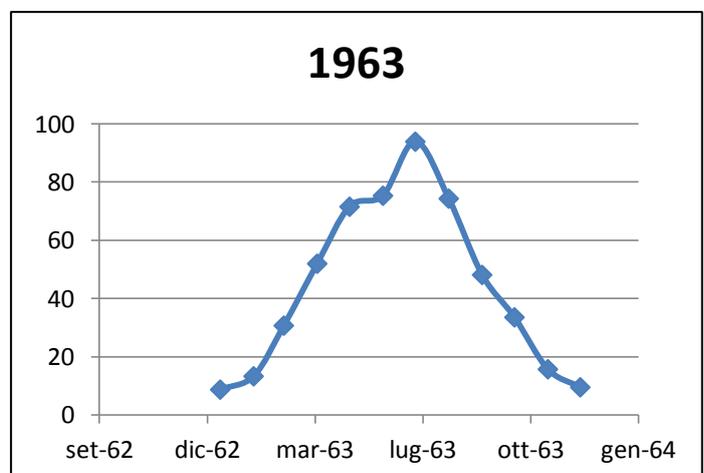
		Etpi		Pi
1961	gen-61	12,57478	668,0049	24,62
	feb-61	23,05136		32,55
	mar-61	49,76608		0,17
	apr-61	64,66776		347,91
	mag-61	81,27387		139,55
	giu-61	106,101		254,71
	lug-61	101,3346		107,58
	ago-61	90,49707		33,74
	set-61	71,75039		33,48
	ott-61	37,95135		210,47
	nov-61	16,80794		145,14
	dic-61	12,22864		11,79

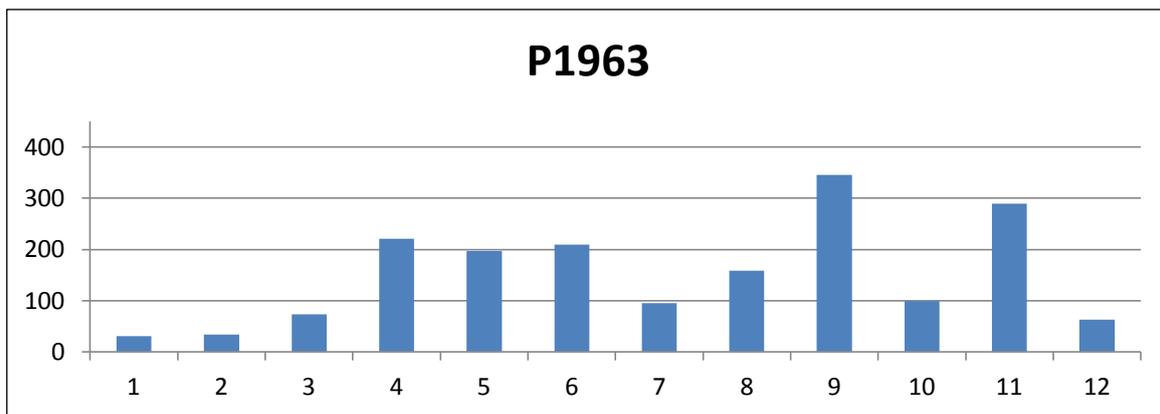


		Etpi		Pi
1962	gen-62	13,60459	579,3786	12,00
	feb-62	18,23103		12,04
	mar-62	26,62196		13,09
	apr-62	55,69219		194,64
	mag-62	73,35609		97,82
	giu-62	93,31332		164,53
	lug-62	95,47715		55,16
	ago-62	88,32749		32,16
	set-62	54,51435		20,75
	ott-62	35,96364		118,52
	nov-62	14,3177		420,20
	dic-62	9,959088		15,47

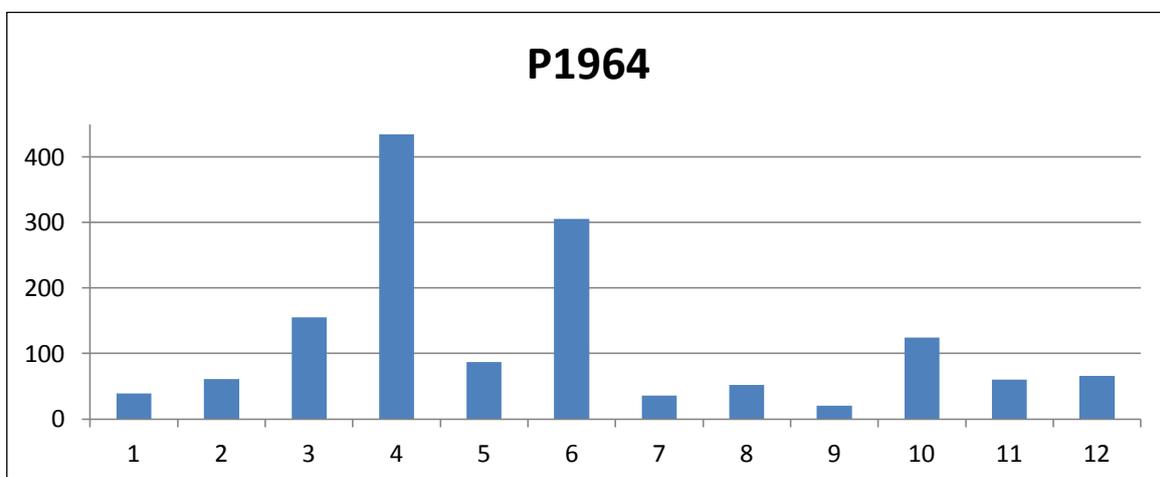
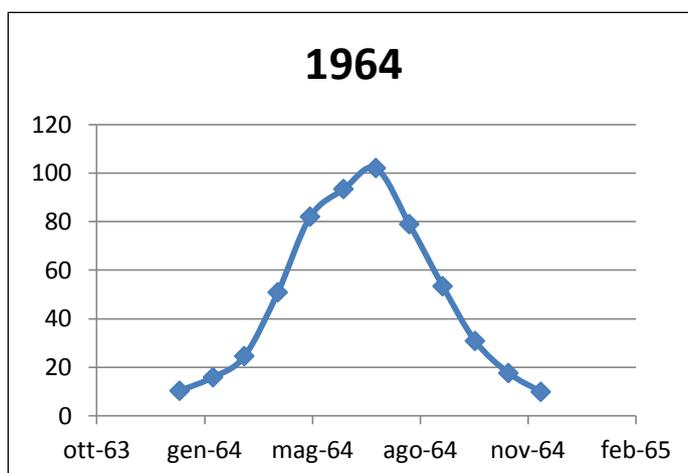


		Etpi		Pi
1963	gen-63	8,722586	526,7442	30,99
	feb-63	13,31534		33,78
	mar-63	30,70725		72,95
	apr-63	51,96994		220,33
	mag-63	71,54662		196,64
	giu-63	75,32615		209,34
	lug-63	93,88914		95,45
	ago-63	74,33376		158,52
	set-63	48,12839		345,78
	ott-63	33,55362		98,72
	nov-63	15,72799		289,36
	dic-63	9,523419		63,26

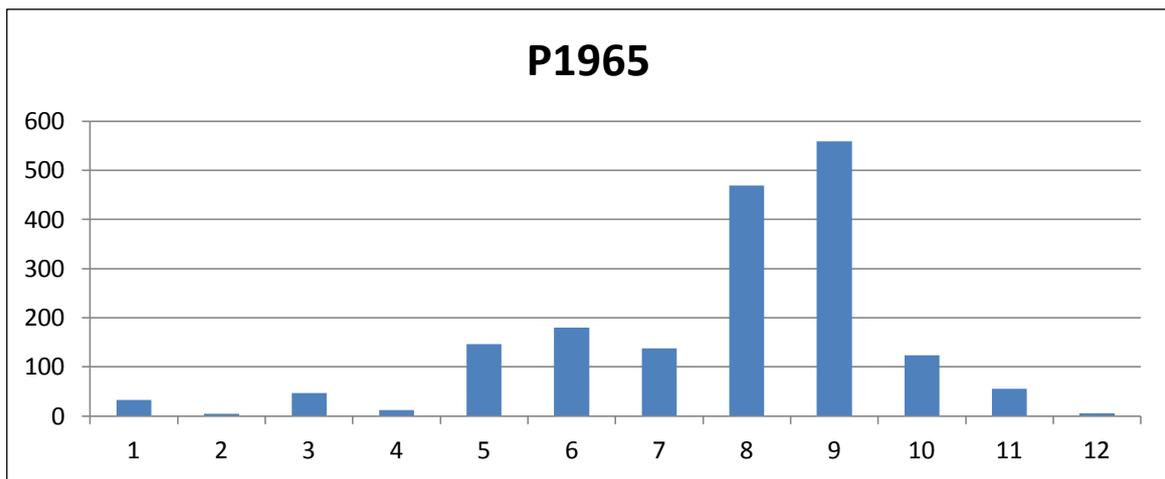
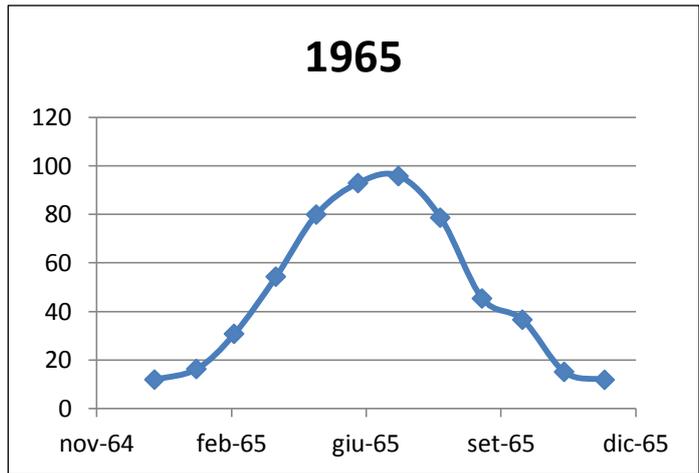




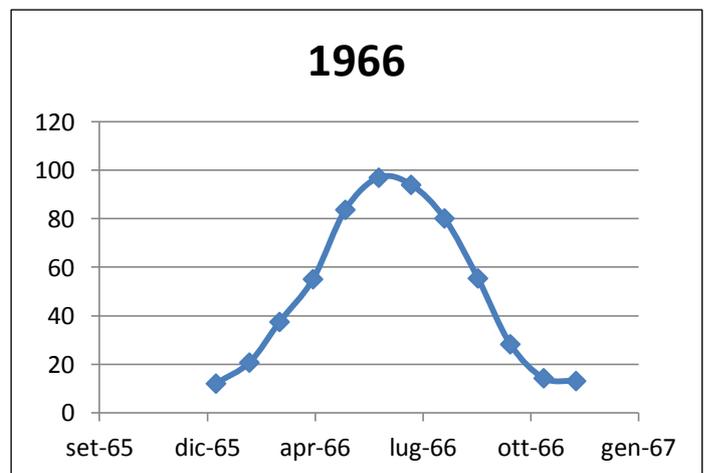
		Etpi		Pi
1964	gen-64	10,22424	569,0984	39,31
	feb-64	15,81589		60,77
	mar-64	24,5181		154,87
	apr-64	50,80224		434,66
	mag-64	81,98789		86,69
	giu-64	93,38619		305,38
	lug-64	102,0462		35,86
	ago-64	78,90926		52,34
	set-64	53,32769		20,37
	ott-64	30,76003		124,30
	nov-64	17,53544		60,03
	dic-64	9,785289		65,93

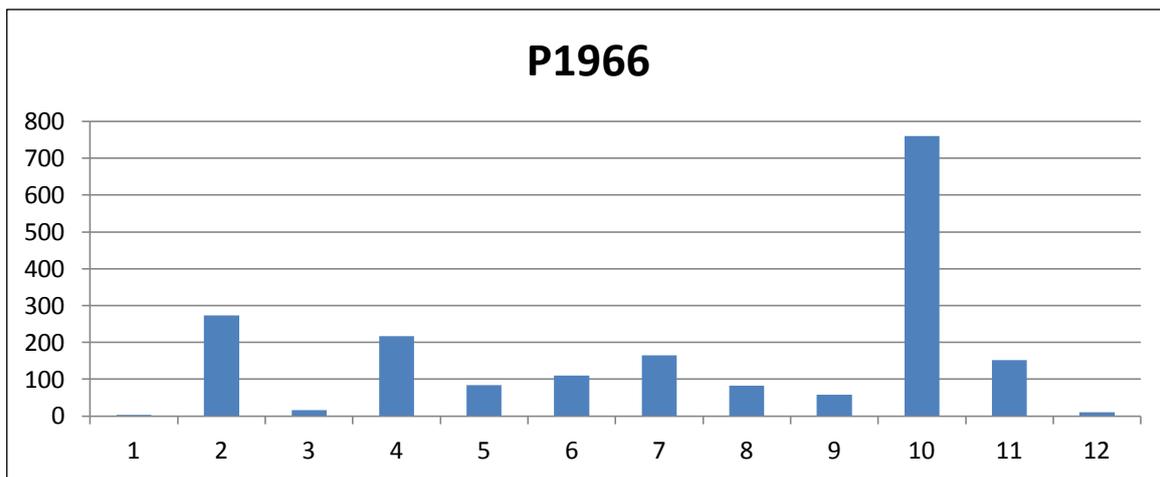


		Etpi		Pi
1965	gen-65	11,96158	570,12	33,08
	feb-65	16,35194		3,83
	mar-65	30,82072		46,38
	apr-65	54,39512		11,43
	mag-65	79,9964		146,53
	giu-65	92,96683		180,16
	lug-65	95,84075		137,60
	ago-65	78,71062		469,18
	set-65	45,40763		559,55
	ott-65	36,64748		123,90
	nov-65	15,14624		55,70
	dic-65	11,87472		5,03

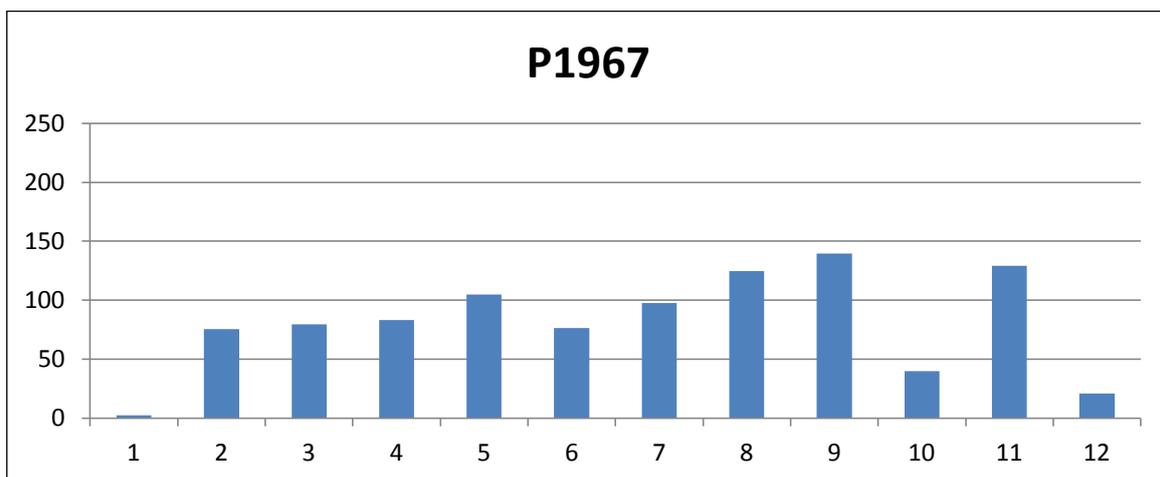
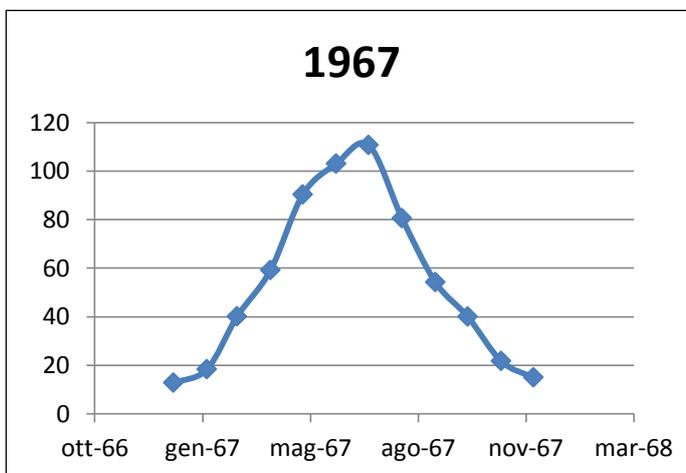


		Etpi		Pi
1966	gen-66	12,07827	591,4214	2,76
	feb-66	20,74432		273,51
	mar-66	37,49501		15,74
	apr-66	55,10418		216,25
	mag-66	83,7112		83,96
	giu-66	96,96254		110,42
	lug-66	93,99836		164,93
	ago-66	80,15525		82,95
	set-66	55,45482		58,24
	ott-66	28,2947		760,08
	nov-66	14,29506		151,69
	dic-66	13,12767		10,18

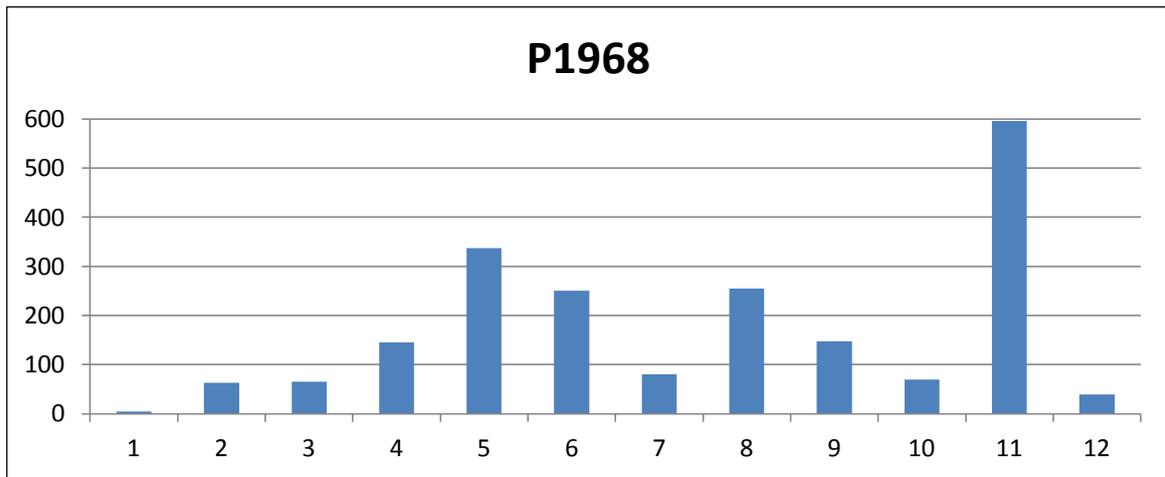
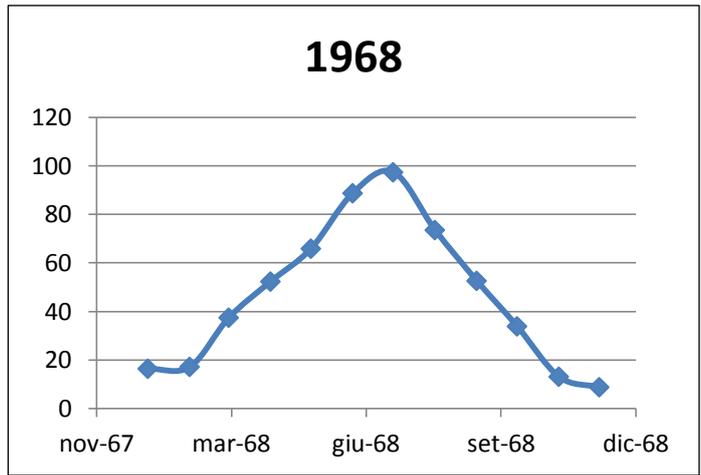


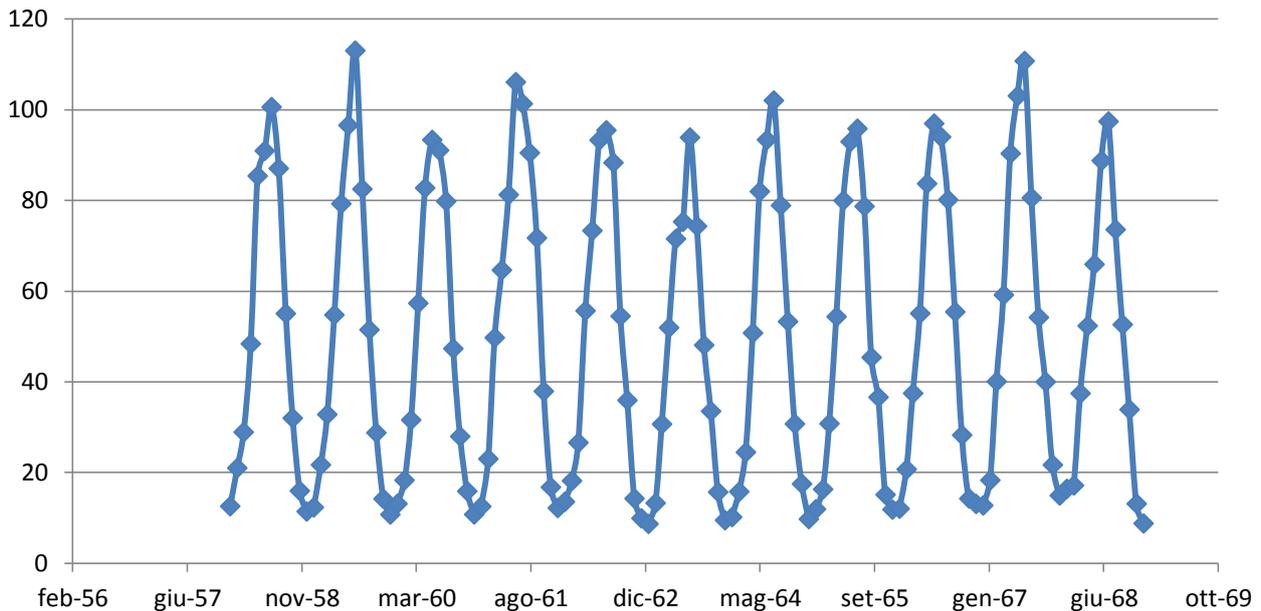


		Etpi		Pi
1967	gen-67	12,79234	646,1407	2,23
	feb-67	18,34988		75,55
	mar-67	40,09675		79,30
	apr-67	59,18767		83,04
	mag-67	90,35318		104,78
	giu-67	103,0756		76,54
	lug-67	110,7516		97,35
	ago-67	80,56894		124,52
	set-67	54,23317		139,43
	ott-67	40,03028		39,90
	nov-67	21,72186		129,33
	dic-67	14,97949		21,01



		Etpi		
1968	gen-68	16,4504	557,772	3,90
	feb-68	17,19672		62,44
	mar-68	37,47907		65,34
	apr-68	52,37625		145,72
	mag-68	65,92914		336,91
	giu-68	88,78378		250,86
	lug-68	97,41785		80,04
	ago-68	73,58758		254,39
	set-68	52,65733		147,72
	ott-68	33,92229		69,28
	nov-68	13,15185		595,72
	dic-68	8,819785		38,88





Andamento complessivo del ET₀ nel periodo considerato tra il 1958 e il 1968

A questo punto è possibile costruire il bilancio idrico del suolo con il modello di Thornthwaite e Mather.

In questo modello si assume che la capacità limite del contenuto d'acqua, φ , rappresenti il massimo livello raggiungibile nel serbatoio 1. La variabile di stato che rappresenta il contenuto d'acqua del suolo alla fine del mese i è chiamata S_i ; essa può crescere fino al limite φ o decrescere, a seconda che la precipitazione mensile P_i risulti minore o maggiore dell'evapotraspirazione potenziale mensile ET_i .

Nel primo caso, quando $P_i > ET_i$, S_i è fornita da:

$$S_i = \min [S_{i-1} + (P_i - ET_{p,i}), \varphi]$$

e il contenuto d'acqua nel suolo S_i può aumentare fino al limite massimo φ . Al contrario, quando $P_i < ET_i$ il livello del serbatoio si abbassa e ciò significa che il contenuto d'acqua del suolo diminuisce.

La relazione diventerebbe quindi:

$$S_i = \max [0, S_{i-1} + (P_i - ET_{p,i})]$$

Thornthwaite e Mather considerano però non realistica una evapotraspirazione effettiva che porti allo svuotamento dell'invaso del suolo. Al posto della precedente relazione, ne forniscono quindi una non lineare tra il contenuto d'acqua del suolo e l'evapotraspirazione potenziale, da usarsi per il calcolo di S_i quando $P_i < ET_i$:

$$\frac{\Delta S_i}{\Delta T} = - \frac{(ET_{p,i} - P_i) \cdot S_i}{\varphi}$$

La soluzione di questa equazione è:

$$S_i = S_{i-1} \cdot \exp \left[-\frac{(ET_{p,i} - P_i)}{\varphi} \right]$$

Ne risulta un valore di evapotraspirazione effettiva inferiore ad ET_i e pari a:

$$ET_i = P_i + |\Delta S_i| = P_i + S_i - S_{i-1}$$

Il deficit idrico del suolo (o deficit agricolo) alla fine del mese i , δ_i è conseguentemente definito come:

$$\delta_i = ET_{p,i} - ET_i$$

Quando la precipitazione mensile P_i è maggiore della evapotraspirazione potenziale ET_i e il contenuto d'acqua del suolo raggiunge la sua capacità massima, φ , l'acqua in eccesso indicata con ΔW e pari a:

$$\Delta W_i = S_i + (P_i - ET_{p,i}) - \varphi$$

va a scaricarsi nel serbatoio 2 e si somma all'acqua del mese precedente, W_{i-1} ; il livello del serbatoio 2 diventa:

$$W_i = W_{i-1} + \Delta W_i$$

Nel modello si assume che il deflusso nel mese i derivi dal volume immagazzinato W_i . In particolare, una frazione $\lambda \cdot W_i$ dell'acqua immagazzinata rimane nel sottosuolo, mentre la parte $(1 - \lambda) \cdot W_i$ diventa deflusso. Il deflusso relativo al mese i è quindi:

$$D_i = (1 - \lambda) \cdot W_i = (1 - \lambda) \cdot (W_{i-1} + \Delta W_i)$$

e la ricarica alla falda alla fine del mese i , W_i , risulta essere:

$$W_i = \lambda \cdot (W_{i-1} + \Delta W_i)$$

Nello svolgimento dell'esercitazione però si è fatto riferimento al modello T- α ; si assume, che una frazione α della precipitazione che si verifica in un dato mese contribuisca immediatamente e direttamente al deflusso dello stesso mese e che, quindi nel serbatoio 1 si scarichi solo la parte rimanente e cioè

$$(1 - \alpha) \cdot P_i - ET_{p,i}$$

La modifica al modello implica, quindi, l'alimentazione del deflusso da una parte delle precipitazioni anche quando la capacità limite φ del contenuto d'acqua del suolo non è superata.

Quindi il deflusso totale sarà dato da due contributi: il primo derivante dal deflusso superficiale $\alpha \cdot P_i$ ed il secondo, il deflusso sotterraneo D_i .

Come primo passo tramite il modello si valuta l' evapotraspirazione effettiva ET_{eff} ed il conseguente deficit idrico δ , effettuando il calcolo assumendo valori caratteristici del parametro di massima ritenzione idrica da parte del suolo ($\varphi = 50 \text{ mm}, 100 \text{ mm}, 200 \text{ mm}$).

Viene riportato di seguito il foglio di calcolo excel (per $\varphi = 50 \text{ mm}$) per i primi 3 anni, utilizzato:

	MESE	$m_i = P_i - E_{tp}$	$S_i [\text{mm}]$	$\Delta W [\text{mm}]$	E_{tp}	$P_i [\text{mm}]$	ET_{eff}	$\delta [\text{mm}]$
Anno 1956	Gennaio	2,9	2,9	0	14,6	17,5	14,6	0,0
	Febbraio	22,5	25,4	0	6,7	29,2	6,7	0,0
	Marzo	222,6	172,7	75,3	25,6	248,2	25,6	0,0
	Aprile	155,7	172,7	155,7	50,9	206,7	50,9	0,0
	Maggio	-10,5	162,5	0,0	81,9	71,4	81,6	0,3
	Giugno	34,8	172,7	24,6	92,3	127,1	92,3	0,0
	Luglio	44,6	172,7	44,6	94,9	139,5	94,9	0,0
	Agosto	-6,9	166,0	0,0	84,4	77,5	84,2	0,1
	Settembre	288,1	172,7	281,4	57,8	345,9	57,8	0,0
	Ottobre	5,0	172,7	5,0	34,4	39,4	34,4	0,0
	Novembre	50,5	172,7	50,5	17,3	67,8	17,3	0,0
	Dicembre	-3,1	169,7	0	12,6	9,5	12,5	0,0
Anno 1957	Gennaio	24,4	172,7	21	10,5	34,9	10,5	0,0
	Febbraio	23,0	172,7	23	20,0	43,0	20,0	0,0
	Marzo	63,1	172,7	63	47,2	110,3	47,2	0,0
	Aprile	80,7	172,7	81	44,5	125,2	44,5	0,0
	Maggio	272,6	172,7	273	78,2	350,7	78,2	0,0
	Giugno	213,5	172,7	213	101,3	314,8	101,3	0,0
	Luglio	-33,8	142,1	0	100,1	66,3	97,0	3,1
	Agosto	1,6	143,7	0	75,5	77,1	75,5	0,0
	Settembre	-45,3	110,5	0	50,8	5,5	38,6	12,2
	Ottobre	0,6	111,1	0	36,8	37,4	36,8	0,0
	Novembre	194,9	172,7	133	16,5	211,3	16,5	0,0
	Dicembre	90,7	172,7	91	12,8	103,5	12,8	0,0
Anno 1958	Gennaio	-13,6	159,6	0	16,2	2,6	15,7	0,5
	Febbraio	2,6	162,2	0	28,1	30,7	28,1	0,0
	Marzo	-16,2	147,7	0	32,1	15,8	30,4	1,7
	Aprile	52,3	172,7	27	44,9	97,2	44,9	0,0
	Maggio	60,8	172,7	61	83,1	143,9	83,1	0,0
	Giugno	3,4	172,7	3	87,7	91,1	87,7	0,0
	Luglio	-19,2	154,5	0	109,2	90,0	108,2	1,0
	Agosto	25,7	172,7	7	90,7	116,4	90,7	0,0
	Settembre	-7,6	165,3	0	56,5	48,8	56,3	0,2

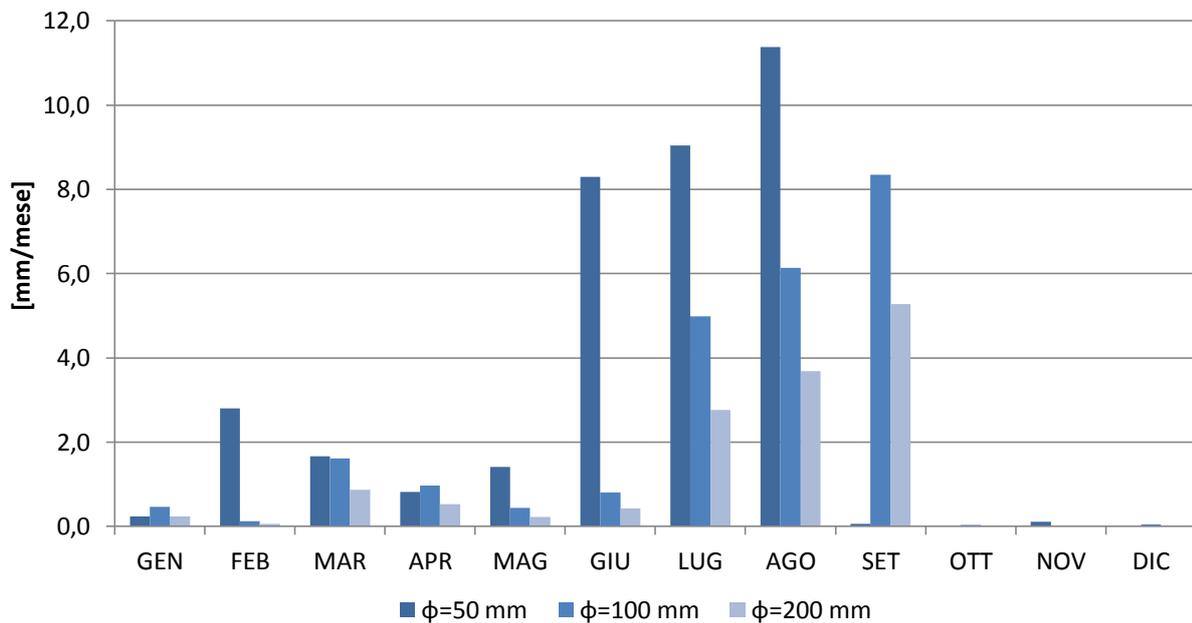
	Ottobre	170,1	172,7	163	39,5	209,6	39,5	0,0
	Novembre	266,9	172,7	267	16,5	283,4	16,5	0,0
	Dicembre	103,0	172,7	103	12,2	115,2	12,2	0,0

Anno 1959	Gennaio	-9,1	163,9	0	14,2	5,1	14,0	0,2
	Febbraio	-1,3	162,6	0	25,4	24,1	25,4	0,1
	Marzo	124,3	172,7	114	31,6	155,9	31,6	0,0
	Aprile	182,4	172,7	182	46,8	229,3	46,8	0,0
	Maggio	59,4	172,7	59	83,4	142,8	83,4	0,0
	Giugno	7,4	172,7	7	89,4	96,8	89,4	0,0
	Luglio	-6,0	166,9	0	91,6	85,6	91,5	0,1
	Agosto	67,5	172,7	62	91,8	159,2	91,8	0,0
	Settembre	-16,9	156,7	0	60,5	43,7	59,7	0,8
	Ottobre	181,6	172,7	166	34,4	216,0	34,4	0,0
	Novembre	122,8	172,7	123	18,1	140,8	18,1	0,0
	Dicembre	298,2	172,7	298	9,7	307,9	9,7	0,0
Anno 1960	Gennaio	25,3	172,7	25	9,0	34,3	9,0	0,0
	Febbraio	53,5	172,7	54	17,0	70,5	17,0	0,0
	Marzo	55,9	172,7	56	30,8	86,7	30,8	0,0
	Aprile	-17,8	155,9	0	65,6	47,9	64,7	0,9
	Maggio	80,8	172,7	64	93,4	174,2	93,4	0,0
	Giugno	161,7	172,7	162	92,6	254,3	92,6	0,0
	Luglio	77,9	172,7	78	89,4	167,3	89,4	0,0
	Agosto	140,2	172,7	140	75,4	215,6	75,4	0,0
	Settembre	337,0	172,7	337	48,3	385,3	48,3	0,0
	Ottobre	484,9	172,7	485	24,6	509,5	24,6	0,0
	Novembre	82,9	172,7	83	16,9	99,8	16,9	0,0
	Dicembre	68,9	172,7	69	11,1	80,0	11,1	0,0
Anno 1961	Gennaio	6,6	172,7	7	13,1	19,7	13,1	0,0
	Febbraio	0,8	172,7	1	25,2	26,0	25,2	0,0
	Marzo	-58,1	123,4	0	58,2	0,1	49,4	8,7
	Aprile	210,4	172,7	161	68,0	278,3	68,0	0,0
	Maggio	25,1	172,7	25	86,5	111,6	86,5	0,0
	Giugno	103,1	172,7	103	100,7	203,8	100,7	0,0
	Luglio	-11,8	161,3	0	97,9	86,1	97,5	0,4
	Agosto	-57,5	115,6	0	84,5	27,0	72,6	11,8
	Settembre	-45,6	88,8	0	72,4	26,8	53,6	18,8
	Ottobre	127,5	172,7	44	40,8	168,4	40,8	0,0
	Novembre	99,4	172,7	99	16,7	116,1	16,7	0,0
	Dicembre	-5,4	167,4	0	14,9	9,4	14,8	0,1

Anno 1962	Gennaio	-3,1	164,4	0	12,7	9,6	12,6	0,1
	Febbraio	-5,6	159,1	0	15,3	9,6	14,9	0,4
	Marzo	-13,4	147,3	0	23,8	10,5	22,3	1,5
	Aprile	112,3	172,7	87	43,5	155,7	43,5	0,0
	Maggio	8,8	172,7	9	69,5	78,3	69,5	0,0
	Giugno	42,5	172,7	42	89,1	131,6	89,1	0,0
	Luglio	-54,1	126,3	0	98,3	44,1	90,6	7,7
	Agosto	-67,4	85,5	0	93,1	25,7	66,5	26,6
	Settembre	-39,3	68,1	0	55,9	16,6	34,0	21,9
	Ottobre	58,2	126,3	0	36,6	94,8	36,6	0,0
	Novembre	320,5	172,7	274	15,7	336,2	15,7	0,0
	Dicembre	1,8	172,7	2	10,6	12,4	10,6	0,0
Anno 1963	Gennaio	16,7	172,7	17	8,1	24,8	8,1	0,0
	Febbraio	13,3	172,7	13	13,7	27,0	13,7	0,0
	Marzo	23,9	172,7	24	34,5	58,4	34,5	0,0
	Aprile	161,4	172,7	161	14,9	176,3	14,9	0,0
	Maggio	115,9	172,7	116	41,4	157,3	41,4	0,0
	Giugno	134,3	172,7	134	33,2	167,5	33,2	0,0
	Luglio	-14,0	159,3	0	90,3	76,4	89,8	0,5
	Agosto	49,5	172,7	36	77,3	126,8	77,3	0,0
	Settembre	224,5	172,7	224	52,1	276,6	52,1	0,0
	Ottobre	45,8	172,7	46	33,2	79,0	33,2	0,0
	Novembre	216,1	172,7	216	15,4	231,5	15,4	0,0
	Dicembre	44,8	172,7	45	5,8	50,6	5,8	0,0
Anno 1964	Gennaio	19,1	172,7	19	12,4	31,5	12,4	0,0
	Febbraio	33,1	172,7	33	15,5	48,6	15,5	0,0
	Marzo	97,2	172,7	97	26,7	123,9	26,7	0,0
	Aprile	295,9	172,7	296	51,8	347,7	51,8	0,0
	Maggio	-21,4	152,6	0	90,8	69,3	89,5	1,3
	Giugno	151,3	172,7	131	93,0	244,3	93,0	0,0
	Luglio	-78,2	109,9	0	106,8	28,7	91,6	15,3
	Agosto	-32,4	91,1	0	74,2	41,9	60,6	13,6
	Settembre	-40,3	72,1	0	56,6	16,3	35,3	21,4
	Ottobre	70,8	142,9	0	28,6	99,4	28,6	0,0
	Novembre	29,8	172,7	0	18,2	48,0	18,2	0,0
	Dicembre	42,3	172,7	42	10,5	52,7	10,5	0,0

Anno 1965	Gennaio	15,0	172,7	15	11,5	26,5	11,5	0,0
	Febbraio	-13,8	159,5	0	16,9	3,1	16,3	0,5
	Marzo	4,4	163,9	0	32,7	37,1	32,7	0,0
	Aprile	-43,3	127,5	0	52,5	9,1	45,5	7,0
	Maggio	15,9	143,4	0	101,4	117,2	101,4	0,0
	Giugno	49,7	172,7	20	94,5	144,1	94,5	0,0
	Luglio	23,2	172,7	23	86,8	110,1	86,8	0,0
	Agosto	297,7	172,7	298	77,7	375,3	77,7	0,0
	Settembre	399,8	172,7	400	47,8	447,6	47,8	0,0
	Ottobre	61,5	172,7	62	37,6	99,1	37,6	0,0
	Novembre	31,3	172,7	31	13,2	44,6	13,2	0,0
	Dicembre	-8,7	164,2	0	12,7	4,0	12,5	0,2
Anno 1966	Gennaio	-6,2	158,5	0	8,4	2,2	8,0	0,4
	Febbraio	197,3	172,7	183	21,5	218,8	21,5	0,0
	Marzo	-18,9	154,8	0	31,5	12,6	30,5	1,0
	Aprile	114,5	172,7	97	58,5	173,0	58,5	0,0
	Maggio	-25,2	149,3	0	92,4	67,2	90,6	1,8
	Giugno	-11,3	139,8	0	99,6	88,3	97,8	1,8
	Luglio	30,6	170,5	0	101,3	131,9	101,3	0,0
	Agosto	-22,3	149,9	0	88,6	66,4	87,0	1,6
	Settembre	-8,1	143,0	0	54,7	46,6	53,4	1,2
	Ottobre	577,8	172,7	548	30,3	608,1	30,3	0,0
	Novembre	103,5	172,7	104	17,8	121,3	17,8	0,0
	Dicembre	-5,5	167,3	0	13,7	8,1	13,6	0,1
Anno 1967	Gennaio	-15,6	152,9	0	17,4	1,8	16,2	1,1
	Febbraio	47,3	172,7	27	13,2	60,4	13,2	0,0
	Marzo	23,6	172,7	24	39,8	63,4	39,8	0,0
	Aprile	-0,5	172,2	0	67,0	66,4	67,0	0,0
	Maggio	-4,0	168,3	0	87,8	83,8	87,7	0,1
	Giugno	-37,2	135,7	0	98,4	61,2	93,8	4,6
	Luglio	-34,3	111,3	0	112,1	77,9	102,3	9,8
	Agosto	20,8	132,0	0	78,9	99,6	78,9	0,0
	Settembre	63,9	172,7	23	47,6	111,5	47,6	0,0
	Ottobre	-9,2	163,7	0	41,2	31,9	40,9	0,2
	Novembre	80,8	172,7	72	22,7	103,5	22,7	0,0
	Dicembre	2,8	172,7	3	14,1	16,8	14,1	0,0

Anno 1968	Gennaio	-20,1	153,8	0	23,2	3,1	22,1	1,1
	Febbraio	30,0	172,7	11	19,9	50,0	19,9	0,0
	Marzo	19,3	172,7	19	32,9	52,3	32,9	0,0
	Aprile	69,1	172,7	69	47,5	116,6	47,5	0,0
	Maggio	213,3	172,7	213	56,2	269,5	56,2	0,0
	Giugno	155,4	172,7	155	45,3	200,7	45,3	0,0
	Luglio	-32,9	142,8	0	96,9	64,0	94,0	2,9
	Agosto	126,8	172,7	97	76,7	203,5	76,7	0,0
	Settembre	68,1	172,7	68	50,1	118,2	50,1	0,0
	Ottobre	17,6	172,7	18	37,9	55,4	37,9	0,0
	Novembre	464,6	172,7	465	11,9	476,6	11,9	0,0
	Dicembre	23,0	172,7	23	8,1	31,1	8,1	0,0



Deficit agricolo Anni 1956-1968

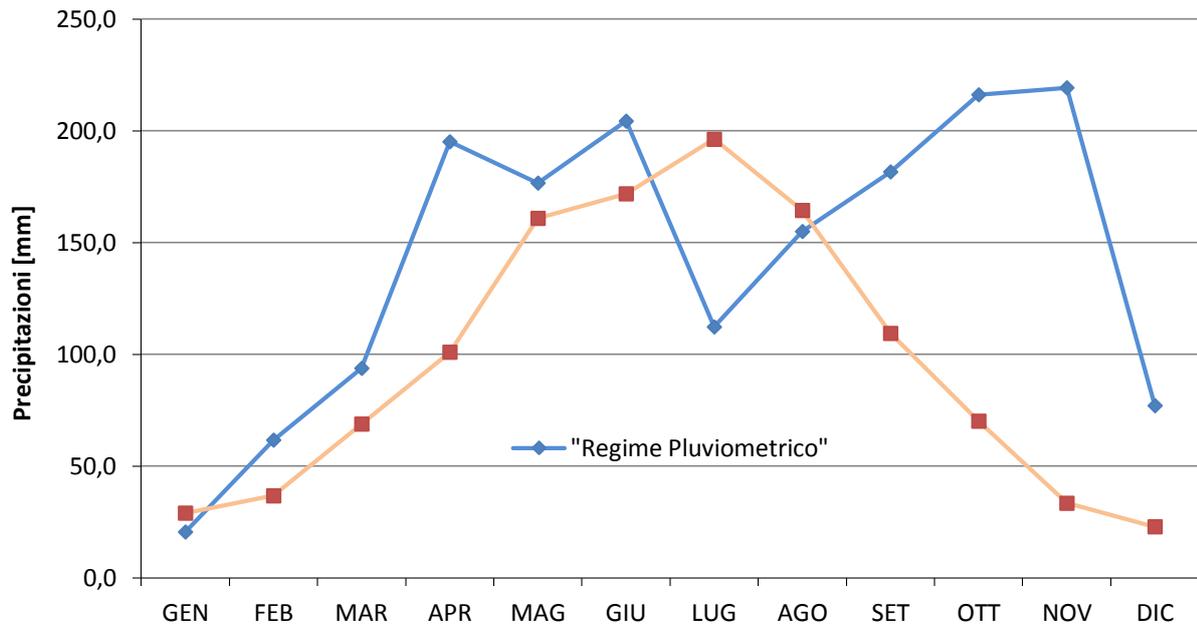


Diagramma ombrotermico 1956-1968

Parte 2.

Dopo aver introdotto anche il calcolo del deflusso mensile per tutti gli anni di interesse, calibrare il modello, facendo variare i parametri ϕ e λ , in modo da rappresentare in modo accettabile il regime idrometrico medio riportato di seguito (espresso in m^3/s).

GEN	FEB	MAR	APR	MAG	GIU	LUG	AGO	SET	OTT	NOV	DIC
0.523	0.616	1.148	1.674	1.545	1.445	1.071	0.951	1.060	1.218	0.930	0.682

a cui si aggiunge una concessione per uso idroelettrico (posta a monte della sezione di misura) di $0.8 m^3/s$ (valore medio da considerare, in prima approssimazione, costante per ogni mese).

Il passo successivo è stato quello di calcolare il deflusso mensile per tutti gli anni di interesse. Le relazioni utilizzate sono quelle riportate in precedenza nel riepilogo nel modello di Thornthwaite e Mather.

Per i seguenti valori dei parametri e condizioni iniziali:

Cond. Iniz. S_{i-1} [mm]	0
ϕ [mm]	50
Cond. Iniz. W_{i-1} [mm]	1000
λ	0,5
α	0,2

Anno 1956	MESE	Wi inizio [mm]	Wi-1 fine [mm]	Di [mm]	Dsup [mm]	Dtot =Di+Dsup [mm]
	Gennaio	1000,0	958,7	41,3	4,4	45,7
	Febbraio	958,7	919,1	39,6	7,3	46,9
	Marzo	994,4	953,4	41,1	62,1	103,1
	Aprile	1109,1	1063,3	45,8	51,7	97,5
	Maggio	1063,3	1019,4	43,9	17,9	61,8
	Giugno	1044,0	1000,9	43,1	31,8	74,9
	Luglio	1045,4	1002,2	43,2	34,9	78,0
	Agosto	1002,2	960,8	41,4	19,4	60,8
	Settembre	1242,2	1190,9	51,3	86,5	137,8
	Ottobre	1195,9	1146,5	49,4	9,9	59,2
	Novembre	1197,0	1147,6	49,4	16,9	66,4
	Dicembre	1147,6	1100,2	47,4	2,4	49,8

Anno 1957	Gennaio	1121,5	1075,2	46,3	8,7	55,0
	Febbraio	1098,2	1052,8	45,4	10,7	56,1

	Marzo	1116,0	1069,9	46,1	27,6	73,7
	Aprile	1150,6	1103,1	47,5	31,3	78,8
	Maggio	1375,6	1318,8	56,8	87,7	144,5
	Giugno	1532,3	1469,0	63,3	78,7	142,0
	Luglio	1469,0	1408,4	60,7	16,6	77,3
	Agosto	1408,4	1350,2	58,2	19,3	77,4
	Settembre	1350,2	1294,4	55,8	1,4	57,1
	Ottobre	1294,4	1241,0	53,5	9,4	62,8
	Novembre	1374,3	1317,5	56,8	52,8	109,6
	Dicembre	1408,2	1350,0	58,2	25,9	84,0
Anno 1958	Gennaio	1350,0	1294,3	55,8	0,6	56,4
	Febbraio	1294,3	1240,8	53,5	7,7	61,1
	Marzo	1240,8	1189,6	51,2	4,0	55,2
	Aprile	1216,8	1166,6	50,3	24,3	74,6
	Maggio	1227,4	1176,7	50,7	36,0	86,7
	Giugno	1180,1	1131,3	48,7	22,8	71,5
	Luglio	1131,3	1084,6	46,7	22,5	69,2
	Agosto	1092,1	1047,0	45,1	29,1	74,2
	Settembre	1047,0	1003,8	43,2	12,2	55,5
	Ottobre	1166,4	1118,2	48,2	52,4	100,6
	Novembre	1385,1	1327,9	57,2	70,8	128,1
	Dicembre	1430,9	1371,8	59,1	28,8	87,9
Anno 1959	Gennaio	1371,8	1315,1	56,7	1,3	57,9
	Febbraio	1315,1	1260,8	54,3	6,0	60,3
	Marzo	1375,0	1318,2	56,8	39,0	95,8
	Aprile	1500,6	1438,6	62,0	57,3	119,3
	Maggio	1498,1	1436,2	61,9	35,7	97,6
	Giugno	1443,6	1383,9	59,6	24,2	83,8
	Luglio	1383,9	1326,8	57,2	21,4	78,6
	Agosto	1388,4	1331,0	57,3	39,8	97,1
	Settembre	1331,0	1276,1	55,0	10,9	65,9
	Ottobre	1441,6	1382,1	59,5	54,0	113,5
	Novembre	1504,8	1442,7	62,1	35,2	97,4
	Dicembre	1740,9	1669,0	71,9	77,0	148,9
Anno 1960	Gennaio	1694,3	1624,4	70,0	8,6	78,5
	Febbraio	1677,9	1608,6	69,3	17,6	86,9
	Marzo	1664,5	1595,8	68,7	21,7	90,4
	Aprile	1595,8	1529,9	65,9	12,0	77,9
	Maggio	1593,8	1527,9	65,8	43,5	109,4
	Giugno	1689,7	1619,9	69,8	63,6	133,4
	Luglio	1697,8	1627,7	70,1	41,8	111,9
	Agosto	1767,9	1694,9	73,0	53,9	126,9
	Settembre	2031,8	1947,9	83,9	96,3	180,2
	Ottobre	2432,8	2332,3	100,5	127,4	227,8
	Novembre	2415,2	2315,5	99,7	25,0	124,7
	Dicembre	2384,3	2285,9	98,5	20,0	118,5

Anno 1961	Gennaio	2292,4	2197,8	94,7	4,9	99,6
-----------	---------	--------	--------	------	-----	------

	Febbraio	2198,6	2107,8	90,8	6,5	97,3
	Marzo	2107,8	2020,7	87,0	0,0	87,1
	Aprile	2181,8	2091,7	90,1	69,6	159,7
	Maggio	2116,8	2029,4	87,4	27,9	115,3
	Giugno	2132,5	2044,4	88,1	50,9	139,0
	Luglio	2044,4	1960,0	84,4	21,5	105,9
	Agosto	1960,0	1879,0	80,9	6,7	87,7
	Settembre	1879,0	1801,4	77,6	6,7	84,3
	Ottobre	1845,1	1768,9	76,2	42,1	118,3
	Novembre	1868,2	1791,1	77,2	29,0	106,2
	Dicembre	1791,1	1717,1	74,0	2,4	76,3
Anno 1962	Gennaio	1717,1	1646,2	70,9	2,4	73,3
	Febbraio	1646,2	1578,2	68,0	2,4	70,4
	Marzo	1578,2	1513,0	65,2	2,6	67,8
	Aprile	1599,8	1533,8	66,1	38,9	105,0
	Maggio	1542,6	1478,8	63,7	19,6	83,3
	Giugno	1521,3	1458,5	62,8	32,9	95,7
	Luglio	1458,5	1398,3	60,2	11,0	71,3
	Agosto	1398,3	1340,5	57,7	6,4	64,2
	Settembre	1340,5	1285,2	55,4	4,2	59,5
	Ottobre	1285,2	1232,1	53,1	23,7	76,8
	Novembre	1506,1	1443,9	62,2	84,0	146,2
Dicembre	1445,7	1386,0	59,7	3,1	62,8	
Anno 1963	Gennaio	1402,7	1344,7	57,9	6,2	64,1
	Febbraio	1358,1	1302,0	56,1	6,8	62,8
	Marzo	1325,9	1271,1	54,8	14,6	69,3
	Aprile	1432,5	1373,3	59,2	44,1	103,2
	Maggio	1489,2	1427,7	61,5	39,3	100,8
	Giugno	1562,0	1497,5	64,5	41,9	106,4
	Luglio	1497,5	1435,6	61,8	19,1	80,9
	Agosto	1471,8	1411,0	60,8	31,7	92,5
	Settembre	1635,5	1567,9	67,5	69,2	136,7
	Ottobre	1613,7	1547,1	66,6	19,7	86,4
	Novembre	1763,2	1690,3	72,8	57,9	130,7
Dicembre	1735,1	1663,5	71,7	12,7	84,3	
Anno 1964	Gennaio	1682,6	1613,1	69,5	7,9	77,4
	Febbraio	1646,2	1578,2	68,0	12,2	80,1
	Marzo	1675,4	1606,2	69,2	31,0	100,2
	Aprile	1902,1	1823,5	78,6	86,9	165,5
	Maggio	1823,5	1748,2	75,3	17,3	92,6
	Giugno	1879,4	1801,8	77,6	61,1	138,7
	Luglio	1801,8	1727,4	74,4	7,2	81,6
	Agosto	1727,4	1656,0	71,3	10,5	81,8
	Settembre	1656,0	1587,6	68,4	4,1	72,5
	Ottobre	1587,6	1522,1	65,6	24,9	90,4
	Novembre	1522,1	1459,2	62,9	12,0	74,9
Dicembre	1501,5	1439,4	62,0	13,2	75,2	

Anno 1965	Gennaio	1454,4	1394,4	60,1	6,6	66,7
	Febbraio	1394,4	1336,8	57,6	0,8	58,4
	Marzo	1336,8	1281,6	55,2	9,3	64,5
	Aprile	1281,6	1228,6	52,9	2,3	55,2
	Maggio	1228,6	1177,9	50,7	29,3	80,0
	Giugno	1198,2	1148,7	49,5	36,0	85,5
	Luglio	1172,0	1123,6	48,4	27,5	75,9
	Agosto	1421,2	1362,5	58,7	93,8	152,5
	Settembre	1762,4	1689,6	72,8	111,9	184,7
	Ottobre	1751,1	1678,8	72,3	24,8	97,1
	Novembre	1710,1	1639,5	70,6	11,1	81,8
	Dicembre	1639,5	1571,8	67,7	1,0	68,7
Anno 1966	Gennaio	1571,8	1506,9	64,9	0,6	65,5
	Febbraio	1689,9	1620,1	69,8	54,7	124,5
	Marzo	1620,1	1553,2	66,9	3,1	70,1
	Aprile	1649,8	1581,6	68,1	43,3	111,4
	Maggio	1581,6	1516,3	65,3	16,8	82,1
	Giugno	1516,3	1453,7	62,6	22,1	84,7
	Luglio	1453,7	1393,7	60,0	33,0	93,0
	Agosto	1393,7	1336,1	57,6	16,6	74,1
	Settembre	1336,1	1280,9	55,2	11,6	66,8
	Ottobre	1829,0	1753,4	75,5	152,0	227,6
	Novembre	1857,0	1780,3	76,7	30,3	107,0
	Dicembre	1780,3	1706,8	73,5	2,0	75,6
Anno 1967	Gennaio	1706,8	1636,3	70,5	0,4	70,9
	Febbraio	1663,7	1595,0	68,7	15,1	83,8
	Marzo	1618,6	1551,7	66,8	15,9	82,7
	Aprile	1551,7	1487,6	64,1	16,6	80,7
	Maggio	1487,6	1426,2	61,4	21,0	82,4
	Giugno	1426,2	1367,3	58,9	15,3	74,2
	Luglio	1367,3	1310,8	56,5	19,5	75,9
	Agosto	1310,8	1256,7	54,1	24,9	79,0
	Settembre	1279,9	1227,1	52,9	27,9	80,7
	Ottobre	1227,1	1176,4	50,7	8,0	58,7
	Novembre	1248,2	1196,7	51,5	25,9	77,4
	Dicembre	1199,4	1149,9	49,5	4,2	53,7
Anno 1968	Gennaio	1149,9	1102,4	47,5	0,8	48,3
	Febbraio	1113,4	1067,5	46,0	12,5	58,5
	Marzo	1086,8	1041,9	44,9	13,1	58,0
	Aprile	1111,0	1065,1	45,9	29,1	75,0
	Maggio	1278,4	1225,6	52,8	67,4	120,2
	Giugno	1381,0	1324,0	57,0	50,2	107,2
	Luglio	1324,0	1269,3	54,7	16,0	70,7
	Agosto	1366,2	1309,7	56,4	50,9	107,3
	Settembre	1377,8	1320,9	56,9	29,5	86,4
	Ottobre	1338,5	1283,2	55,3	13,9	69,1
	Novembre	1747,9	1675,7	72,2	119,1	191,3
	Dicembre	1698,7	1628,5	70,2	7,8	77,9

Nella tabella di seguito, sono riassunti i valori di deflusso mensile DT-M [mm] calcolato come la somma di quello superficiale Dsup [mm] e di quello di base Di [mm], ed in particolare come media dei valori medi mensili su tutti gli anni di interesse:

	Gen	Feb	Mar	Apr	Mag	Giu	Lug	Ago	Set	Ott	Nov	Dic
D_{T-M} [mm]	86,1	66,8	68,9	115,8	105,3	114,9	65,2	77,4	111,7	143,1	171,4	105,1
D_{T-M} [m³/s]	1,713	1,331	1,372	2,304	2,096	2,286	1,299	1,54	2,224	2,848	3,411	2,093

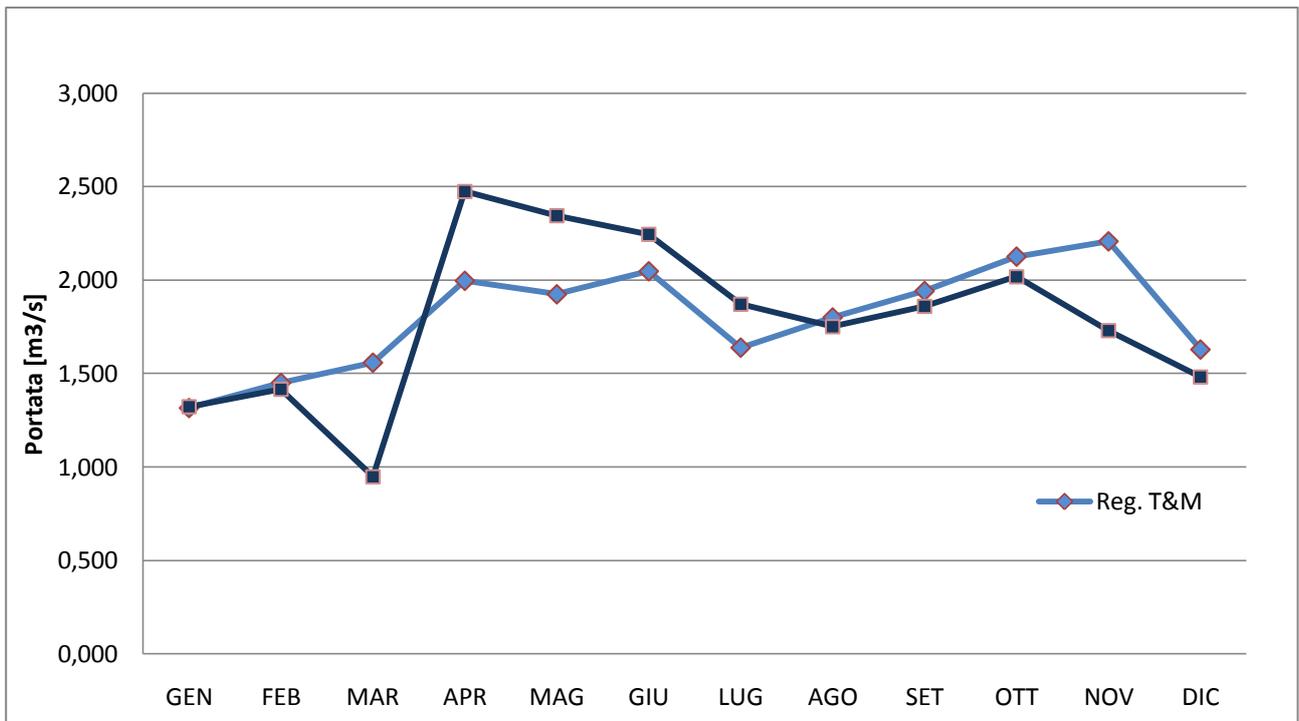
Dopo aver introdotto anche il calcolo del deflusso viene richiesto di calibrare il modello, facendo variare i parametri λ , α , φ in modo da rappresentare in modo accettabile il regime idrometrico medio osservato e riportato di seguito (espresso in m³/s).

Gen	Feb	Mar	Apr	Mag	Giu	Lug	Ago	Set	Ott	Nov	Dic
1,323	1,416	1,948	2,474	2,345	2,245	1,871	1,751	1,86	2,018	1,73	1,482

Per fare ciò si è utilizzato il metodo dei minimi quadrati. Più in particolare si è cercato di minimizzare la varianza tra le due serie di dati, ovvero tra i valori medi mensili di deflusso ottenuti con il modello e i valori del regime idrometrico medio mensile osservato.

Quindi si ottengono le seguenti portate di deflusso:

MESE	D _{T-M}		Reg. Idrom. medio	
	[mm]	[m ³ /s]	[mm]	[m ³ /s]
Gennaio	66,1	1,316	68,7	1,323
Febbraio	72,9	1,451	66,4	1,416
Marzo	78,3	1,559	49,2	0,948
Aprile	100,3	1,996	124,3	2,474
Maggio	96,7	1,924	121,7	2,345
Giugno	102,8	2,047	112,8	2,245
Luglio	82,3	1,639	97,1	1,871
Agosto	90,4	1,800	90,9	1,751
Settembre	97,5	1,942	93,4	1,860
Ottobre	106,8	2,126	104,7	2,018
Novembre	110,9	2,208	86,9	1,730
Dicembre	81,8	1,629	76,9	1,482



Regime idrometrico medio nel periodo 1956-1968

ESERCITAZIONE 5

Ricostruzione di un idrogramma di piena con il metodo cinematico

Nota la curva ipsografica del bacino della Sessera a Miste si costruisca la curva area-tempi, secondo l'ipotesi isocorrive \approx isoipse, usando come base dei tempi la stima del tempo di corrivazione. Questo ultimo può essere determinato attraverso la formula di Giandotti.

Si determini la funzione di risposta del bacino differenziando la curva aree-tempi.

1. Calcolo del tempo di corrivazione:

Il tempo di corrivazione è stato calcolato con la formula di Giandotti:

$$t_c = \frac{4\sqrt{S} + 1,5L}{0,8\sqrt{H'}}$$

dove:

L : lunghezza dell'asta principale [km]

S : area del bacino [Km²]

H' : differenza tra la quota media e la quota minima del bacino [m]

t_c: tempo di corrivazione [ore]

Queste caratteristiche morfologiche hanno i seguenti valori

H_{min} [m]	978
H_{max} [m]	2427
H_{media} [m]	1486
H' [m]	508
S [Km ²]	51,6
L [Km]	11,4

Caratteristiche morfologiche Sessera a Miste

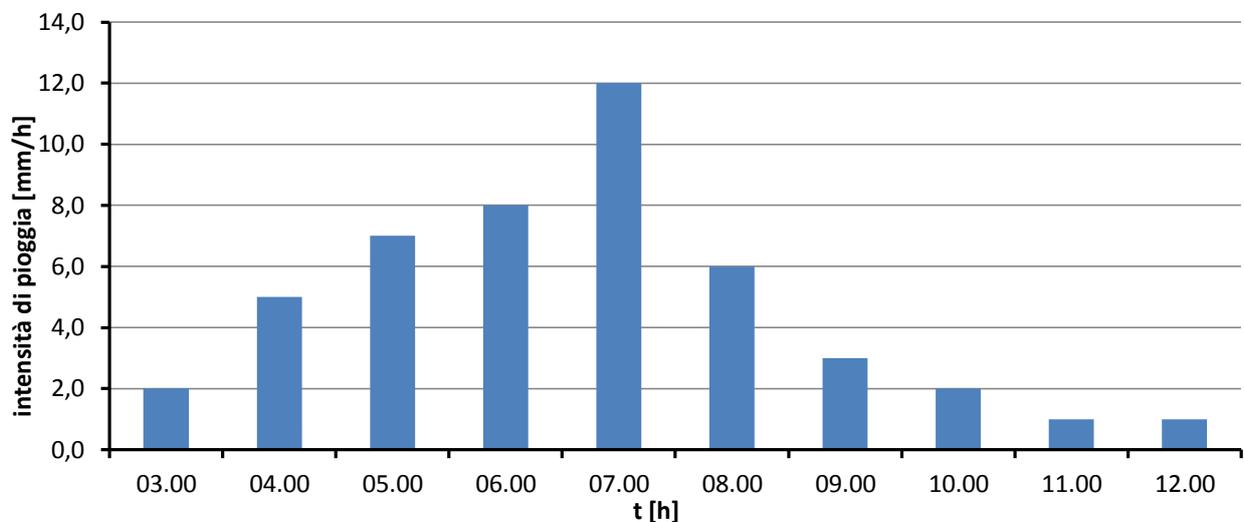
Con i valori ricavati, applicando la formula di Giandotti si ottiene il tempo di corrivazione

$$t_c = 2,542 \text{ [ore]}$$

2. Costruzione del pluviogramma di progetto:

Considerando il pluviogramma netto relativo all'evento del 1° giugno 2011

t [h]	i [mm/h]
03,00	2
04,00	5
05,00	7
06,00	8
07,00	12
08,00	6
09,00	3
10,00	2
11,00	1
12,00	1



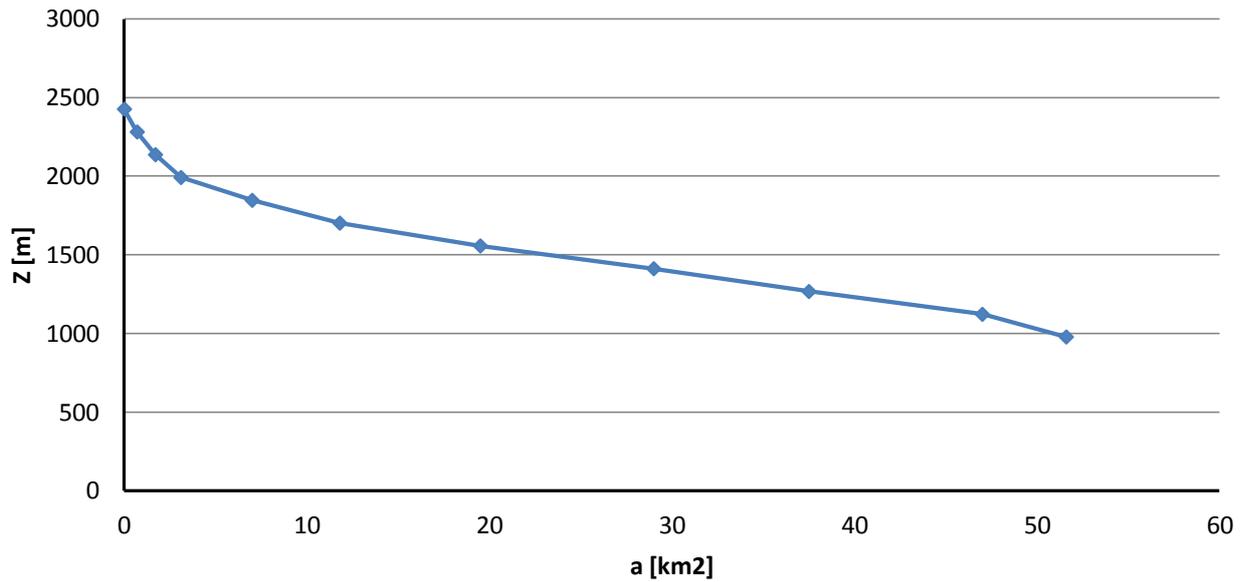
Pluviogramma netto del bacino di Sessera a Miste del giorno 1° giugno 2011

3. Costruzione della Curva Ipsografica:

L'andamento altimetrico di un bacino può essere descritto dalla curva ipsografica: si ottiene riportando in un diagramma cartesiano i punti, le cui ordinate e ascisse rappresentano rispettivamente la quota e la superficie totale delle porzioni di bacino che si trovano a quote superiori a questa.

La forma di tale curva dà delle indicazioni circa il grado di evoluzione del bacino.

Da essa è possibile ricavare la quota media del bacino, nonché determinare l'altezza media (altezza corrispondente alla linea di compenso della curva) e l'altezza mediana (altezza alla quale corrisponde nella curva la metà della superficie del bacino).



Curva ipsografica Bacino del Sessera a Miste

A partire dei dati della curva ipsografica si trovano dei valori utili affinché si possa determinare l'idrogramma di piena

a [Km ²]	z [km]	z _r [km]	Δz [km]	t [ore]	a' [km ²]	Δa [km ²]
0	2427	1449	145	0	51,6	0,7
0,7	2282	1304	145	0,25436	50,9	1
1,7	2137	1159	145	0,50873	49,9	1,4
3,1	1992	1014	145	0,76309	48,5	3,9
7	1847	869	145	1,01746	44,6	4,8
11,8	1702	724	145	1,27182	39,8	7,7
19,5	1557	579	145	1,52619	32,1	9,5
29	1412	434	145	1,78055	22,6	8,5
37,5	1267	289	145	2,03492	14,1	9,5
47	1122	144	145	2,28929	4,6	4,6
51,6	978	0	145	2,54190	0	-

dove:

$$z_r = z - z_{min} [m]$$

$$\alpha = \frac{t_c}{z_r} = 0,00175425$$

$$\Delta t = \Delta z * \alpha = 0,25436566$$

$$a'_i = a_{max} - a_i$$

$$\Delta a = a'_i - a'_{i+1}$$

È detta curva ipsometrica la rappresentazione grafica o analitica della relazione tra altezza totale (h) e diametro a petto d'uomo (d) dei fusti arborei nel soprassuolo considerato.

La rappresentazione analitica è ottenuta mediante la misurazione di h , con l'ausilio di appositi strumenti detti ipsometri, e di d su un campione di fusti arborei e la successiva regressione statistica di h in funzione di d , espressa in genere tramite equazioni del tipo

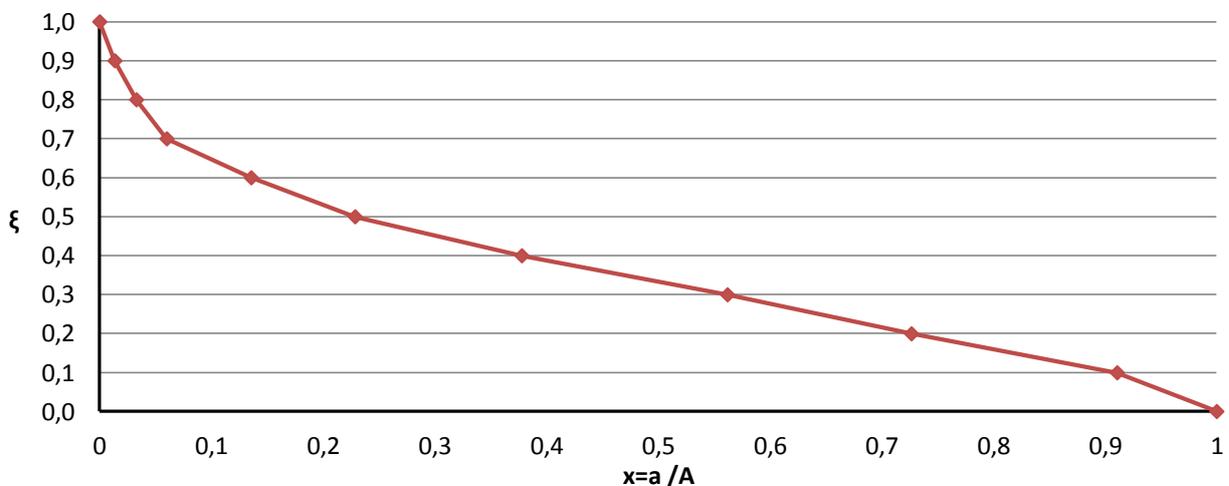
$$h = b_0 + b_1 \cdot \sqrt{d}$$

oppure

$$h = b_0 + b_1 \cdot \ln d$$

$x=a/A$	0	0,014	0,033	0,060	0,136	0,229	0,378	0,562	0,727	0,911	1
$\xi=(Z-Zmin)/(Zmax-Zmin)$	1	0,900	0,800	0,700	0,600	0,500	0,400	0,300	0,199	0,099	0

Risultati calcolo per la determinazione della curva ipsometrica del Bacino del Sessera a Miste



Curva ipsometrica Bacino del Sessera a Miste

4. Curva area-tempi:

La curva area-tempi caratterizza il comportamento cinematico del bacino.

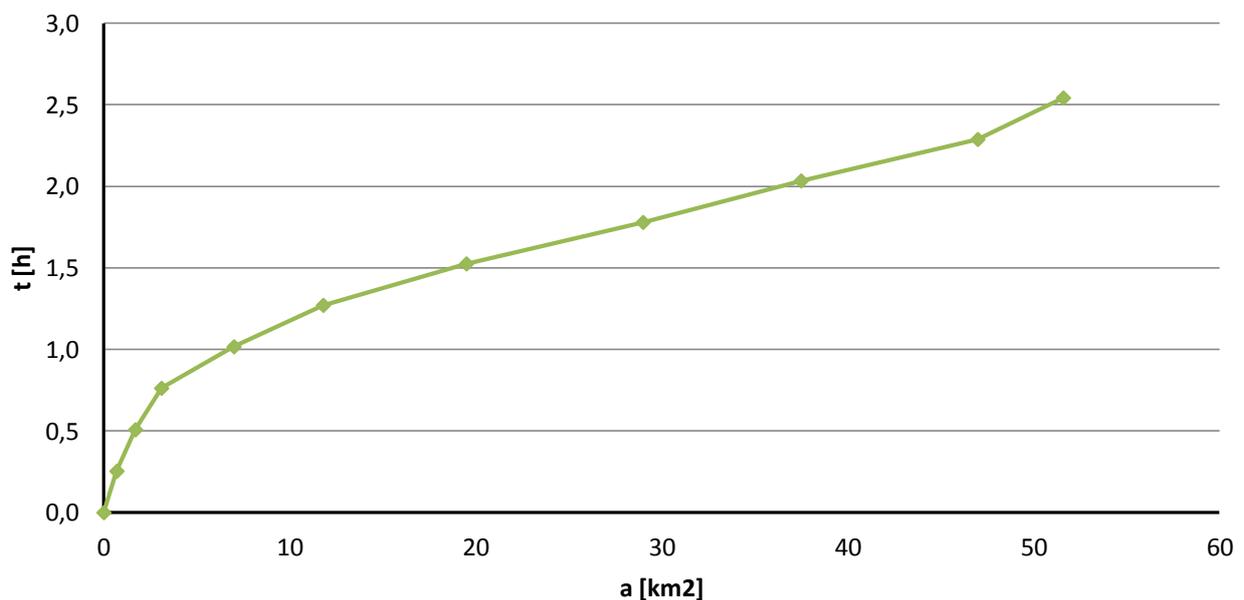
Questa è una curva monotona crescente che può essere costruita sulla base delle linee isocorrive.

Ascissa: tempi di corrivazione dei punti del bacino. L'intervallo delle ascisse è compreso fra 0 e il tempo t_c di corrivazione del bacino.

Ordinata: area del bacino avente tempo di corrivazione minore o uguale al valore del tempo letto nell'ascissa.

A' [km2]	51,6	47	37,5	29	19,5	11,8	7	3,1	1,7	0,7	0
t [h]	2,542	2,288	2,034	1,779	1,525	1,271	1,017	0,763	0,508	0,254	0

Dati utili per la costruzione della curva area-tempi



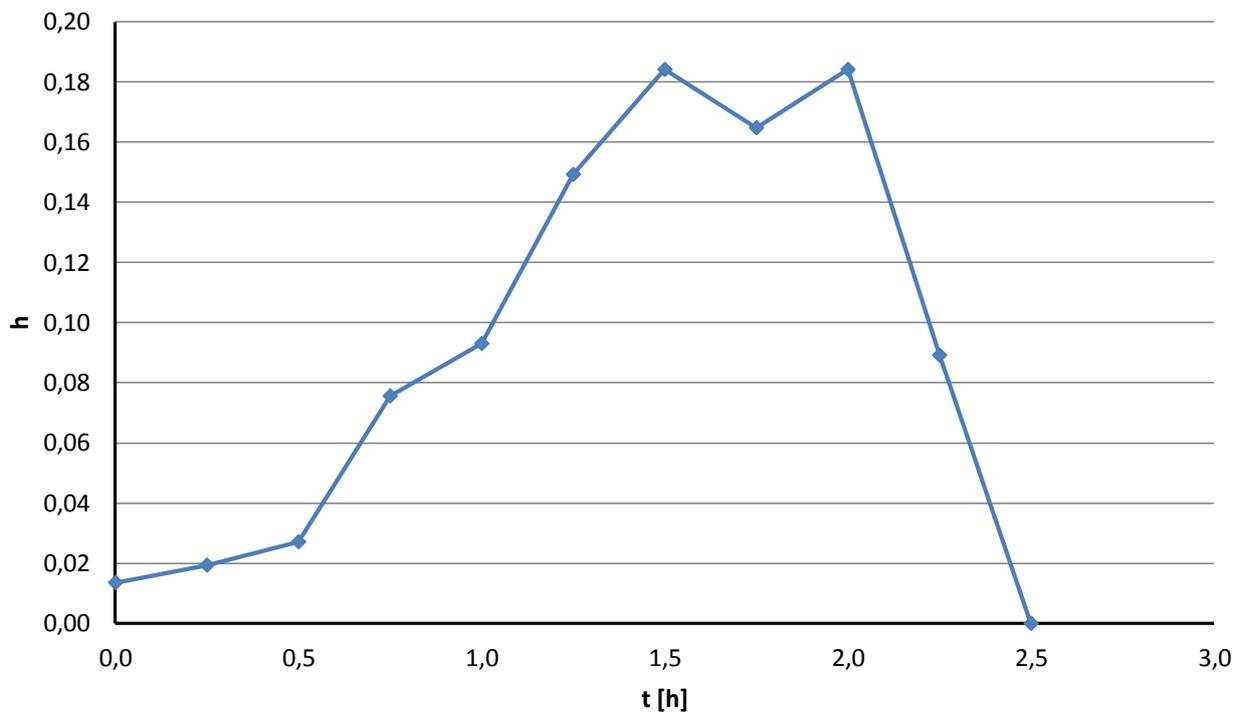
Curva aree-tempi Bacino del Sessera a Miste

I modelli idrologici di tipo geomorfologico si fondano sulla possibilità di ricostruire la risposta idrologica di un bacino (formazione dei deflussi), a seguito di una precipitazione che si abbatte su di esso, sulla base del legame che intercorre tra la suddetta risposta e i caratteri geomorfologici del bacino.

Il reticolo idrografico rappresenta l'impronta lasciata sulla superficie terrestre da una successione discontinua di eventi di deflusso in condizioni di piena e di trasporto solido e pertanto, in un assegnato bacino, il meccanismo di formazione del deflusso può essere ricondotto alla struttura morfometrica del reticolo.

t [h]	a' [km ²]	h=Δa/A
0	0	0,0136
0,25	0,7	0,0194
0,50	1,7	0,0271
0,75	3,1	0,0756
1,00	7	0,0930
1,25	11,8	0,1492
1,50	19,5	0,1841
1,75	29	0,1647
2,00	37,5	0,1841
2,25	47	0,0891
2,50	51,6	0

Risultati calcolo funzione idrologica del Sessera



Funzione di risposta idrologica del bacino di Sessera

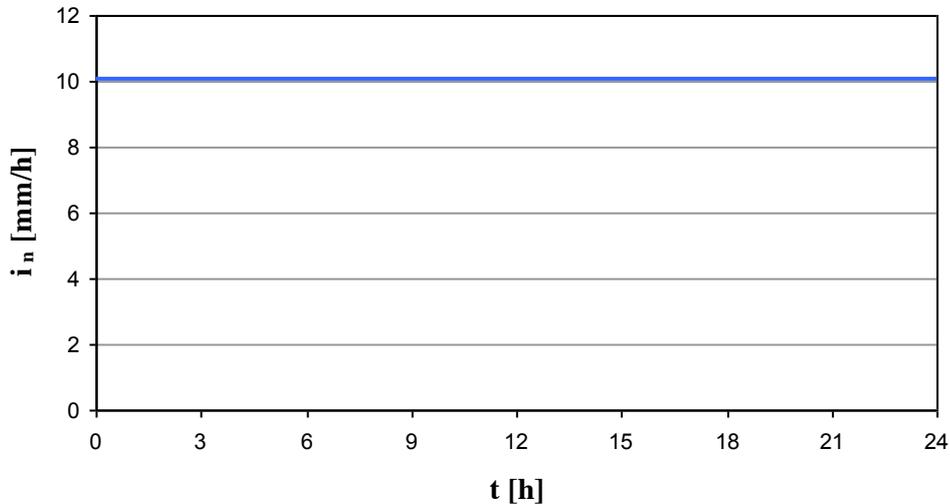
5. Determinazione dell'idrogramma di piena con il metodo cinematico:

Si deve fare riferimento al pluviogramma netto. Nel nostro caso già mostrato nella parte precedente dell'esercitazione.

L'idrogramma di piena può essere ottenuto semplicemente utilizzando l'equazione:

$$Q_j = \frac{\sum_{i=1}^j A_i \cdot i_n}{3,6}$$

quando l'intensità di precipitazione è costante. Nella formula l'area è espressa in km², l'intensità di precipitazione in mm/h e la quota si ottiene in m³/s. A titolo di esempio mostriamo il grafico:



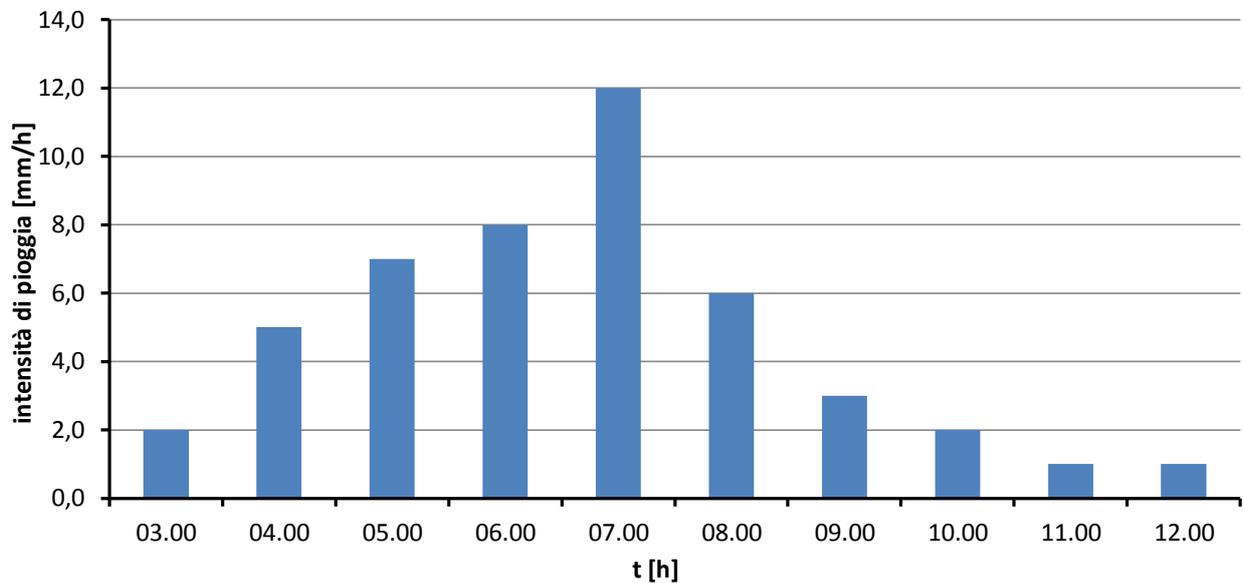
In alternativa, quando l'intensità i non è costante, è possibile impostare le tabelle della corrivazione per il calcolo dell'idrogramma di piena. La figura seguente ne rappresenta un esempio:

	A₁	A₂	A₃	A₄
i₁	A ₁ *i ₁			
i₂	A ₁ *i ₂	A ₂ *i ₁		
i₃	A ₁ *i ₃	A ₂ *i ₂	A ₃ *i ₁	
i₄	A ₁ *i ₄	A ₂ *i ₃	A ₃ *i ₂	A ₄ *i ₁

Rappresentazione delle tabelle del metodo della corrivazione

Per calcolare la portata Q_j è sufficiente sommare gli elementi nella riga j -esima e dividerli per 3,6.

A differenza dell'idrogramma determinato precedentemente, in questo caso l'intensità di precipitazione non è costante, ma segue l'andamento definito dal pluviogramma netto determinato in precedenza.



Pluviogramma netto del bacino di Sessera a Miste del giorno 1° giugno 2011

La formula da utilizzare in caso di precipitazione non costante è la seguente:

$$Q_m = \frac{1}{3,6} \sum_{j=1}^m A_j \cdot i_{m-j+1}$$

Nel caso in esame, tenendo conto che, a partire dalla portata specifica “q” espressa in mm/h la portata effettiva si ottiene con:

$$Q = q * \frac{A}{3,6}$$

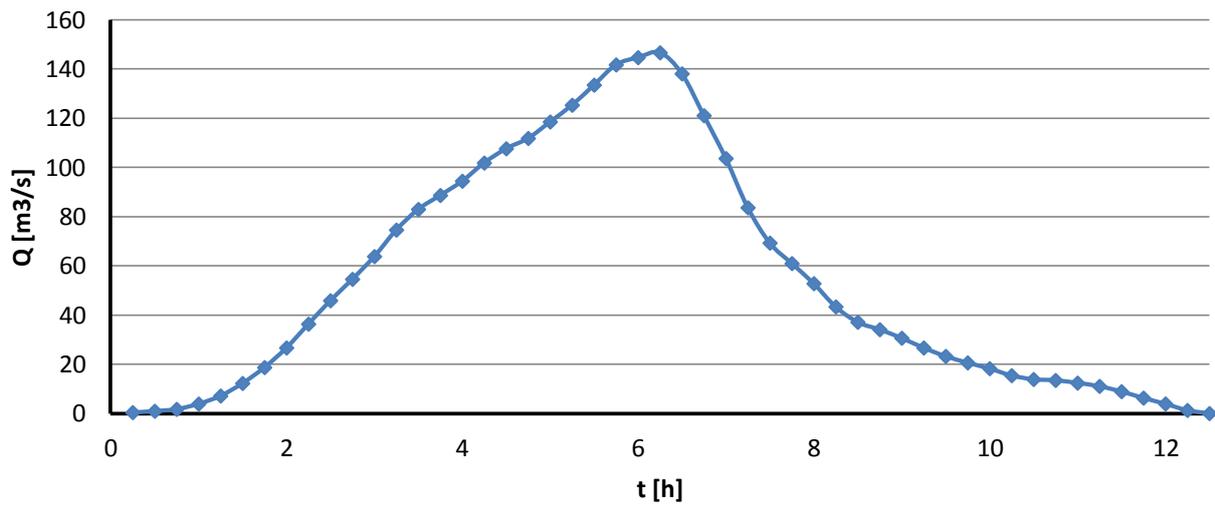
Le tabelle della corrivazione consentono di calcolare velocemente la portata relativa ad ogni intervallo di tempo.

Nella figura seguente è mostrata una parte della tabella utilizzata.

t _i	i _j [mm/h]	h(t)										Q [m ³ /s]
		U1	U2	U3	U4	A5	U6	U7	U8	U9	U10	
0,25	2	0,014	0,019	0,027	0,076	0,093	0,149	0,184	0,165	0,184	0,089	0,389
0,5	2	0,027	0,039									0,944
0,75	2	0,027	0,039	0,054								1,722
1	2	0,027	0,039	0,054	0,151							3,889
1,25	5	0,068	0,039	0,054	0,151	0,186						7,139
1,5	5	0,068	0,097	0,054	0,151	0,186	0,298					12,250
1,75	5	0,068	0,097	0,136	0,151	0,186	0,298	0,368				18,694
2	5	0,068	0,097	0,136	0,378	0,186	0,298	0,368	0,329			26,667
2,25	7	0,095	0,097	0,136	0,378	0,465	0,298	0,368	0,329	0,368		36,333
2,5	7	0,095	0,136	0,136	0,378	0,465	0,746	0,368	0,329	0,368	0,178	45,861
2,75	7	0,095	0,136	0,190	0,378	0,465	0,746	0,921	0,329	0,368	0,178	54,556
3	7	0,095	0,136	0,190	0,529	0,465	0,746	0,921	0,824	0,368	0,178	63,806
3,25	8	0,109	0,136	0,190	0,529	0,651	0,746	0,921	0,824	0,921	0,178	74,583
3,5	8	0,109	0,155	0,190	0,529	0,651	1,045	0,921	0,824	0,921	0,446	82,972
3,75	8	0,109	0,155	0,217	0,529	0,651	1,045	1,289	0,824	0,921	0,446	88,639
4	8	0,109	0,155	0,217	0,605	0,651	1,045	1,289	1,153	0,921	0,446	94,444
4,25	12	0,163	0,155	0,217	0,605	0,744	1,045	1,289	1,153	1,289	0,446	101,833
4,5	12	0,163	0,233	0,217	0,605	0,744	1,194	1,289	1,153	1,289	0,624	107,639
4,75	12	0,163	0,233	0,326	0,605	0,744	1,194	1,473	1,153	1,289	0,624	111,833
5	12	0,163	0,233	0,326	0,907	0,744	1,194	1,473	1,318	1,289	0,624	118,528
5,25	6	0,081	0,233	0,326	0,907	1,116	1,194	1,473	1,318	1,473	0,624	125,333
5,5	6	0,081	0,116	0,326	0,907	1,116	1,791	1,473	1,318	1,473	0,713	133,500
5,75	6	0,081	0,116	0,163	0,907	1,116	1,791	2,209	1,318	1,473	0,713	141,722
6	6	0,081	0,116	0,163	0,453	1,116	1,791	2,209	1,977	1,473	0,713	144,667
6,25	3	0,041	0,116	0,163	0,453	0,558	1,791	2,209	1,977	2,209	0,713	146,639
6,5	3	0,041	0,058	0,163	0,453	0,558	0,895	2,209	1,977	2,209	1,070	138,083
6,75	3	0,041	0,058	0,081	0,453	0,558	0,895	1,105	1,977	2,209	1,070	121,083
7	3	0,041	0,058	0,081	0,227	0,558	0,895	1,105	0,988	2,209	1,070	103,667
7,25	2	0,027	0,058	0,081	0,227	0,279	0,895	1,105	0,988	1,105	1,070	83,639
7,5	2	0,027	0,039	0,081	0,227	0,279	0,448	1,105	0,988	1,105	0,535	69,278
7,75	2	0,027	0,039	0,054	0,227	0,279	0,448	0,552	0,988	1,105	0,535	60,972
8	2	0,027	0,039	0,054	0,151	0,279	0,448	0,552	0,494	1,105	0,535	52,806
8,25	1	0,014	0,039	0,054	0,151	0,186	0,448	0,552	0,494	0,552	0,535	43,361
8,5	1	0,014	0,019	0,054	0,151	0,186	0,298	0,552	0,494	0,552	0,267	37,111
8,75	1	0,014	0,019	0,027	0,151	0,186	0,298	0,368	0,494	0,552	0,267	34,083
9	1	0,014	0,019	0,027	0,076	0,186	0,298	0,368	0,329	0,552	0,267	30,639
9,25	1	0,014	0,019	0,027	0,076	0,093	0,298	0,368	0,329	0,368	0,267	26,667
9,5	1	0,014	0,019	0,027	0,076	0,093	0,149	0,368	0,329	0,368	0,178	23,250
9,75	1	0,014	0,019	0,027	0,076	0,093	0,149	0,184	0,329	0,368	0,178	20,611
10	1	0,014	0,019	0,027	0,076	0,093	0,149	0,184	0,165	0,368	0,178	18,250
10,25			0,019	0,027	0,076	0,093	0,149	0,184	0,165	0,184	0,178	15,417
10,5				0,027	0,076	0,093	0,149	0,184	0,165	0,184	0,089	13,861
10,75					0,076	0,093	0,149	0,184	0,165	0,184	0,089	13,472
11						0,093	0,149	0,184	0,165	0,184	0,089	12,389
11,25							0,149	0,184	0,165	0,184	0,089	11,056
11,5								0,184	0,165	0,184	0,089	8,917
11,75									0,165	0,184	0,089	6,278
12										0,184	0,089	3,917
12,25											0,089	1,278

Tabella di corrivazione utilizzata

Diagrammando le portate così calcolate in funzione del tempo si ottiene l'idrogramma di piena richiesto



Idrogramma di piena

Il valore massimo di portata è di 146,64 m^3/s al tempo di 6,25 ore.