

L'INFILTRAZIONE

Con il termine **infiltrazione** si indica il processo di trasferimento dell'acqua attraverso la superficie del terreno. La conoscenza qualitativa e quantitativa del fenomeno dell'infiltrazione riveste grande importanza nel ciclo idrologico, anche per questo sono numerose le leggi empiriche e teoriche che ne descrivono il funzionamento. Il fenomeno è influenzato da numerosi fattori tra cui le caratteristiche del terreno, le condizioni di umidità del suolo all'inizio dell'evento e le modalità con cui evolve l'evento meteorico.

Nella nota si riportano richiami degli elementi di base della fisica dell'infiltrazione e della parametrizzazione idraulica del suolo, presentando alcuni dei più noti modelli di assorbimento ed il loro utilizzo nella stima della precipitazione netta.

L'acqua nel suolo

La parte del terreno interessata dal fenomeno dell'infiltrazione è quella più vicina alla superficie che è in genere indicata come *suolo*.

Il suolo è un mezzo poroso costituito da una matrice solida caratterizzata da cavità che possono essere o meno riempite di acqua: si considera, quindi, come un sistema trifase costituito da:

- 1) una fase solida;
- 2) una fase liquida;
- 3) una fase aeriforme.

Il fenomeno dell'infiltrazione dipende fortemente dalla tipologia della matrice solida del suolo. Quest'ultima è caratterizzata dalla *tessitura*, ovvero dalla composizione granulometrica, e dalla *struttura* che ne definisce invece la tipologia di aggregazione dei singoli granuli (granulare, laminare o compatta).

La caratterizzazione tessiturale del suolo si effettua attraverso la determinazione della curva granulometrica, ossia delle percentuali in peso di materiale che presentano diametro caratteristico d minore o uguale a predeterminati valori soglia in funzione della classificazione adottata.

In base alla granulometria i terreni si distinguono in (classifica ASTM):

Ghiaia	20 ÷ 60 mm	Grossa
	6.0 ÷ 20 mm	Media
	2.0 ÷ 6.0 mm	Fine
Sabbia	0.6 ÷ 2.0 mm	Grossa
	0.2 ÷ 0.6 mm	Media
	0.06 ÷ 0.2 mm	Fine
Limo	0.02 ÷ 0.06 mm	Grosso
	0.006 ÷ 0.02 mm	Medio
	0.002 ÷ 0.006 mm	Fine

Argilla $d < 0.002 \text{ mm}$

Si supponga di poter separare le diverse fasi presenti in un volume elementare di suolo come nella figura 1.

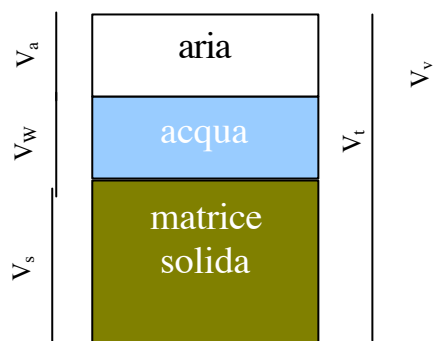


Figura 1- Schematizzazione delle diverse fasi presenti nel suolo

V_v indica il volume non occupato dalla matrice solida; generalmente tale volume è occupato da aria e acqua. In questa situazione il terreno si definisce **insaturo**. Nel caso in cui sia presente solo acqua, il terreno si dice saturo; quando invece i pori sono completamente privi d'acqua si parla di terreno secco.

Si definiscono ora alcune grandezze caratteristiche.

Porosità totale (n)

$$n = \frac{V_v}{V_t} \quad 0 < n < 1$$

Indice dei vuoti o porosità effettiva (e)

$$e = \frac{V_v}{V_s}; \quad e = \frac{n}{1 - n}$$

Contenuto idrico (θ)

$$\theta = \frac{V_w}{V_t} \quad 0 < \theta < n$$

Grado di saturazione (S)

$$S = \frac{V_w}{V_v} = \frac{\theta}{n} \quad 0 < S < 1$$

$S = 0 \Rightarrow$ terreno secco

$S = 1 \Rightarrow$ terreno saturo

$0 < S < 1 \Rightarrow$ terreno insaturo

Metodi semplificati per la stima dell'infiltrazione nei modelli afflussi deflussi

La stima delle perdite per infiltrazione interessa nella pratica soprattutto per l'applicazione dei modelli afflussi-deflussi. Poiché come detto non è possibile risolvere analiticamente l'equazione che descrive il fenomeno, ovvero l'equazione di Richards, in genere si considerano modelli approssimati.

E' possibile distinguere due approcci: modelli idrologici basati prevalentemente su leggi empiriche e modelli fisici di tipo semplificato derivati da opportune schematizzazioni della reale dinamica dei fenomeni. I primi a dispetto di un minore legame fisico col processo in esame offrono il vantaggio di una parametrizzazione meno onerosa e soprattutto più facilmente determinabile da un informazione qualitativa sulla litologia e sull'uso del suolo del bacino.

Nella trattazione che segue con il termine infiltrazione cumulata (F), si definisce il volume totale d'acqua infiltrato in un certo tempo t . La velocità con cui il fenomeno si manifesta è detta invece tasso di infiltrazione o infiltrabilità (f).

L'infiltrazione cumulata è dunque uguale all'integrale dell'infiltrabilità

$$F(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau$$

mentre al contrario l'infiltrabilità risulta uguale all'integrale della infiltrazione cumulata

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt}$$

Metodi empirici (o idrologici)

I metodi proposti sostanzialmente determinano l'infiltrazione cumulata riferita all'intero fenomeno di piena attraverso l'applicazione dell'equazione di bilancio:

$$P_{netta} = Q = P - P_{loss}$$

in cui P_{netta} , P_{loss} e P rappresentano rispettivamente i volumi di pioggia netta, persa e totale per l'evento in esame, e Q il deflusso superficiale corrispondente.

Il metodo SCS-CN

Il metodo proposto dal Soil Conservation Service (1972), noto con il termine inglese di *Curve Number*, considera la seguente equazione di continuità ai fini del bilancio idrologico:

$$P_{netta} = P - S'$$

in cui P_{netta} è la precipitazione netta cumulata all'istante t , P è la precipitazione totale cumulata allo stesso tempo ed S' è il volume specifico di acqua complessivamente perduto. Il modello si basa sull'ipotesi che sussista la seguente relazione di proporzionalità:

$$\frac{S'}{S} = \frac{P_{netta}}{P}$$

in cui S indica il massimo volume specifico che il terreno può trattenere in condizioni di saturazione. Considerando S' pari ad F , volume infiltrato per unità di superficie fino allo stesso istante ed introducendo al posto di P il termine $(P - I_a)$ con I_a pari alle perdite iniziali per unità di superficie, la relazione di proporzionalità può essere così riformulata:

$$P_{netta} = \frac{(P - I_a)F}{S}$$

Sostituendo ad F l'espressione ottenuta dall'equazione di continuità

$$F = P - I_a - P_{netta}$$

si ottiene la relazione:

$$P_{netta} = \frac{(P - I_a)^2}{(P - I_a + S)} \quad (1)$$

Derivando rispetto al tempo l'espressione (1) opportunamente riscritta si ottiene il tasso di infiltrazione:

$$\frac{dF}{dt} = \frac{S^2 \frac{dP}{dt}}{(P - I_a + S)^2} = f(t)$$

in cui dP/dt è l'intensità di pioggia.

È da sottolineare che il metodo per quanto basato su considerazioni circa l'andamento temporale delle perdite nella formulazione originaria (eq. 1) è stato proposto per stimare il deflusso relativo all'intero fenomeno di piena e risulta quindi del tutto equivalente ad un metodo di stima del coefficiente di afflusso.

Il volume specifico di saturazione, S , dipende dalla natura del terreno e dall'uso del suolo, globalmente rappresentati dal parametro CN, secondo la relazione

$$S = S_0 \left(\frac{100}{CN} - 1 \right)$$

dove $0 < CN \leq 100$, ed S_0 è un fattore di scala, che dipende dall'unità di misura adottata e che per valori di S , F , P misurati in mm, è pari a 254 mm, ovvero 10 inches.

Il metodo SCS-CN prevede due parametri, I_a e CN. In realtà, il termine I_a rappresenta un volume di pioggia sottratto a priori dal bilancio in esame, che descrive in modo globale processi differenti, quali l'intercettazione da parte della vegetazione e l'accumulo nelle depressioni superficiali. Così

definito, esso risulterebbe di difficile taratura, dovendo tenere conto di fattori climatici, geopedologici, ed antropici molto complessi.

Per ovviare alle difficoltà di taratura, la procedura del SCS-CN suggerisce di esprimerne la stima semplicemente come una quota percentuale di S , ponendo $I_a = cS$, con c generalmente variabile tra 0.1 e 0.2. Di conseguenza, il modello risulta monoparametrico, in cui S , ovvero CN , è il solo parametro che descrive il fenomeno dell'assorbimento.

Come si può osservare nella figura 2 per CN pari a 100 il deflusso superficiale coincide con la pioggia totale cumulata, per cui l'infiltrazione risulta nulla (superfici completamente impermeabili). Viceversa per CN pari a 0 si ha una retta orizzontale corrispondente a superfici completamente permeabili.

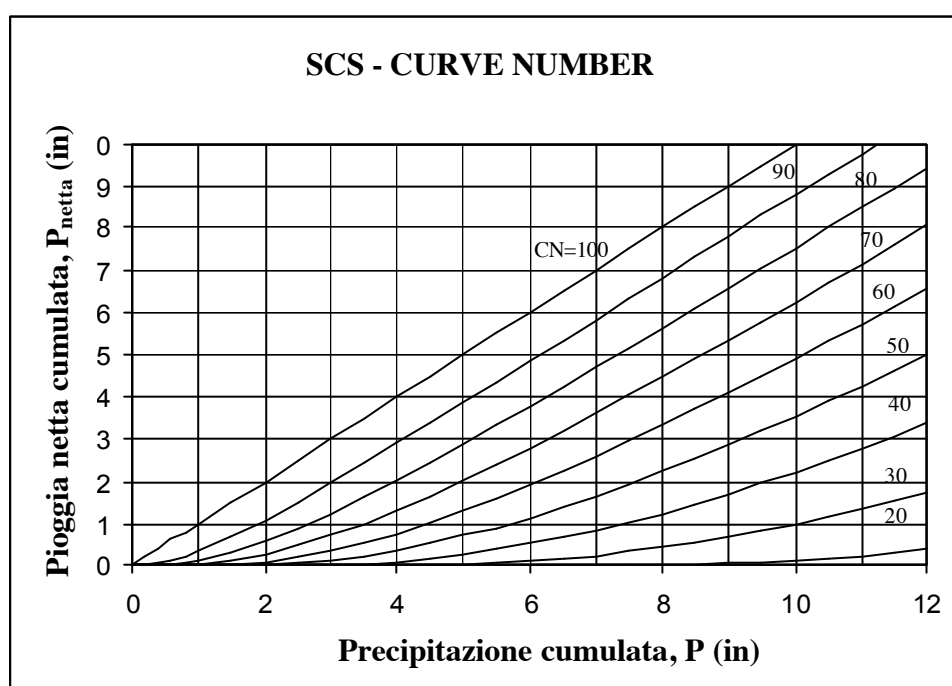


Figura 2 –Influenza del parametro CN nella stima del volume di pioggia netta.

Il parametro CN è un fattore decrescente della permeabilità e risulta legato:

- 1) alla tipologia litologica del suolo;
- 2) all'uso del suolo;
- 3) al grado di umidità del terreno prima dell'evento meteorico esaminato.

Per quanto riguarda la natura del suolo, l'SCS ha classificato i tipi di suolo in quattro gruppi (Tab.1).

Tabella 1 - Classificazione dei tipi idrologici di suolo secondo il metodo SCS-CN

<i>Tipo idrologico di suolo</i>	<i>Descrizione</i>
A	Scarsa potenzialità di deflusso. Comprende sabbie profonde con scarssissimo limo e argilla; anche ghiaie profonde, molto permeabili.
B	Potenzialità di deflusso moderatamente bassa. Comprende la maggior parte dei suoli sabbiosi meno profondi che nel gruppo A, ma il gruppo nel suo insieme mantiene alte capacità di infiltrazione anche a saturazione.
C	Potenzialità di deflusso moderatamente alta. Comprende suoli sottili e suoli contenenti considerevoli quantità di argilla e coloidi, anche se meno che nel gruppo D. Il gruppo ha scarsa capacità di infiltrazione a saturazione.
D	Potenzialità di deflusso molto alta. Comprende la maggior parte delle argille con alta capacità di rigonfiamento, ma anche suoli sottili con orizzonti pressochè impermeabili in vicinanza delle superfici.

Nella tabella 2 sono riportati, per tali gruppi, i valori del parametro CN anche con riferimento al tipo di copertura (uso del suolo).

Tabella 2 - Valori caratteristici del parametro CN

<i>Valori del parametro CN (adimensionale)</i>	<i>← Tipo idrologico Suolo →</i>			
<i>↓ Tipologia di Uso del Territorio</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
Coltivazioni, in presenza di pratiche di conservazione del suolo	62	71	78	81
Coltivazioni, in assenza di pratiche di conservazione del suolo	72	81	88	91
Terreno da pascolo: cattive condizioni	68	79	86	89
buone condizioni	39	61	74	80
Boschi, in presenza di copertura rada e senza sottobosco	45	66	77	83
Boschi e foreste, in presenza di copertura fitta e con sottobosco	25	55	70	77
Spazi aperti con manto erboso superiore al 75% dell'area	39	61	74	80
Spazi aperti con manto erboso compreso tra il 50 ed il 75% dell'area	49	69	79	84
Spazi aperti con manto erboso inferiore al 50% dell'area	68	79	86	89
Zone industriali (area impermeabile 72%)	81	88	91	93
Zone commerciali e industriali (area impermeabile 85%)	89	92	94	95
Zone residenziali, lotti fino a 500 m ² (area impermeabile 65%)	77	85	90	92
Zone residenziali, lotti di 500÷1000 m ² (area impermeabile 38%)	61	75	83	87
Zone residenziali, lotti di 1000÷1500 m ² (area impermeabile 30%)	57	72	81	86
Zone residenziali, lotti di 1500÷2000 m ² (area impermeabile 25%)	54	70	80	85
Zone residenziali, lotti di 2000÷5000 m ² (area impermeabile 20%)	51	68	79	84
Zone residenziali, lotti di 5000÷10000 m ² (area impermeabile 12%)	46	65	77	82
Parcheggi, tetti, autostrade,	98	98	98	98
Strade pavimentate o asfaltate, dotate di drenaggio	98	98	98	98
Strade con letto in ghiaia	76	85	89	91
Strade battute in terra	72	82	87	89

Per quanto riguarda l'influenza dello stato di umidità del suolo all'inizio dell'evento meteorico, l'SCS individua tre classi, AMC I, AMC II e AMC III, caratterizzate da differenti condizioni iniziali (*AMC=Antecedent Moisture Condition*) a seconda del valore assunto dall'altezza di pioggia caduta nei 5 giorni precedenti l'evento meteorico. L'attribuzione della classe *AMC* si basa sui criteri riportati nella tabella 3.

Tabella 3 – Attribuzione della classe *AMC*

Classe <i>AMC</i>	Stagione di riposo	Stagione di crescita
I	< 12.7 mm	<35.5 mm
II	12.7-28.0 mm	35.5-53.3 mm
III	>28.0 mm	>53.3 mm

I valori nella tabella 2 si riferiscono ad una condizione media di umidità del terreno all'inizio della precipitazione (classe II). Il CN così individuato può essere adattato a diverse condizioni di umidità attraverso le seguenti formule di conversione:

$$CN(I) = \frac{CN(II)}{2.3 - 0.013CN(II)}$$

$$CN(III) = \frac{CN(II)}{0.43 + 0.0057CN(II)}$$

Nella figura 3 è riportato un esempio di applicazione del metodo per un suolo caratterizzato da un CN(II) pari ad 80.

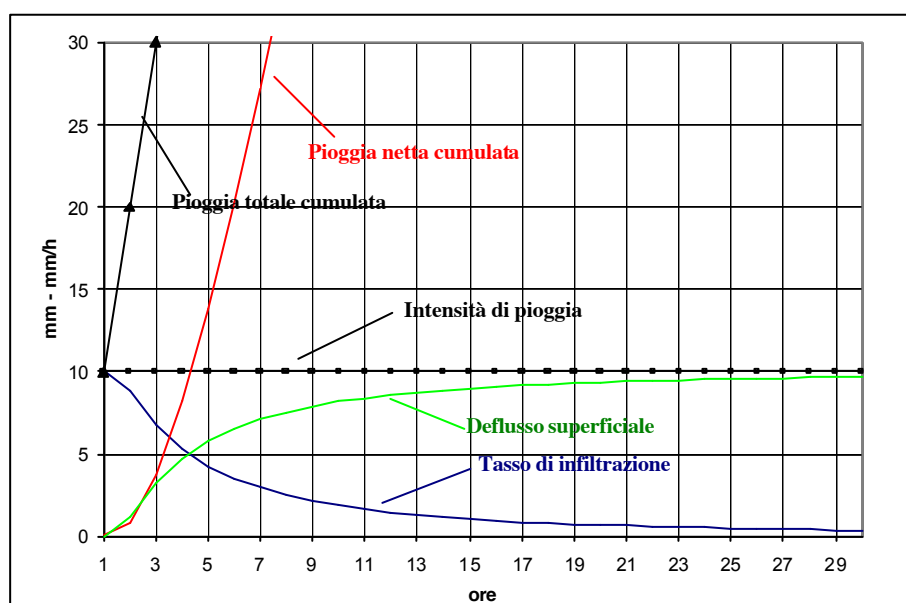


Figura 3 - Determinazione del deflusso superficiale per una pioggia di intensità costante in un terreno con CN=80.

Metodi fisici semplificati

Il modello di Horton

L'equazione di Horton (1933) offre una descrizione del fenomeno dell'infiltrazione basata sulle seguenti ipotesi:

- i) l'intensità di pioggia è maggiore della velocità di infiltrazione e quindi la superficie è satura ($S = 1$);
- ii) ogni tipologia di suolo è caratterizzata da una velocità di infiltrazione massima iniziale, f_0 , ed una minima, f_c , al cui valore tende asintoticamente la velocità di infiltrazione quando la durata dell'evento tende all'infinito;
- iii) in ogni istante dell'evento la variazione dell'intensità di infiltrazione, $f(t)$, è proporzionale, tramite un coefficiente α , di dimensione $[T^{-1}]$, alla differenza tra la velocità attuale e quella finale:

$$\frac{df}{dt} = -\alpha(f - f_c)$$

Integrando si ha:

$$\ln(f - f_c) = -\alpha t + C$$

ed introducendo la condizione iniziale: $f = f_0$ per $t = 0$ si ottiene:

$$f(t) = f_c + (f_0 - f_c) e^{-\alpha t}$$

E' stato dimostrato che l'equazione precedente risulta essere soluzione dell'equazione Richards considerando solo il termine che rappresenta le forze capillari ed in ipotesi di diffusività costante. Si tiene poi conto della componente gravitativa attraverso il termine aggiuntivo f_c che, infatti, usualmente si fa coincidere con quello della conduttività idraulica a saturazione, K_s .

Il volume specifico cumulato di infiltrazione si ottiene integrando l'espressione precedente:

$$F = \int_0^t f(t) dt = f_c t + \left[\frac{(f_0 - f_c)}{\alpha} \right] \cdot [1 - e^{-\alpha t}]$$

La stima dello ietogramma di pioggia netta si ricava dalla differenza tra intensità di precipitazione e velocità di infiltrazione per ogni intervallo temporale (Fig. 4). Per la sua natura concettuale i parametri del modello, f_0 , f_c , ed α , si determinano tramite taratura.

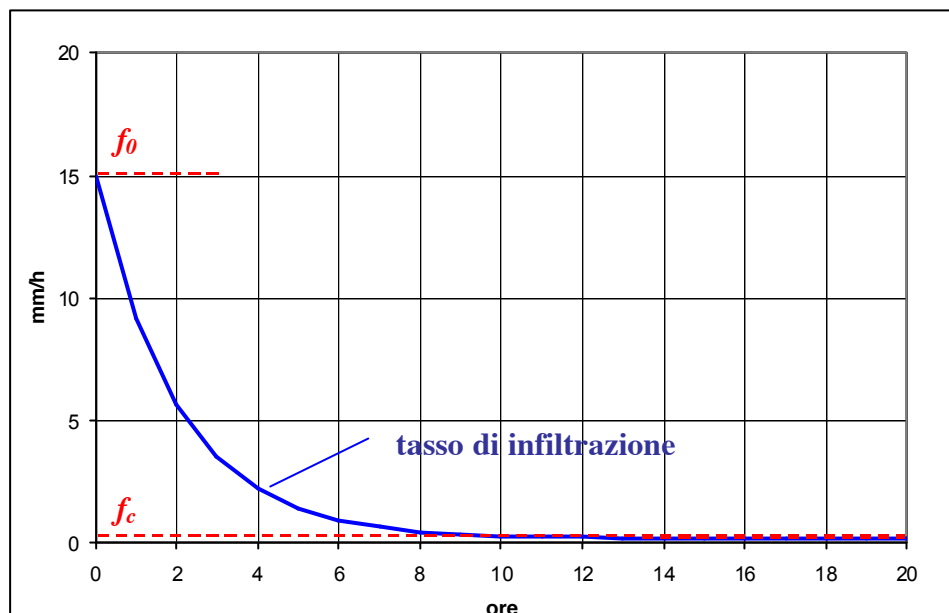


Figura 4 - Tasso di infiltrazione secondo il modello di Horton per un suolo argilloso ($f_0 = 15, f_c = 0.2$ mm/h)

Il modello Green - Ampt

Il modello Green-Ampt (1911) propone la rappresentazione analitica esatta di una descrizione fisica approssimata del fenomeno dell'infiltrazione. In particolare, la velocità di infiltrazione si stima ipotizzando un profilo di umidità nel suolo di tipo semplificato.

L'analisi del contenuto idrico lungo il profilo del suolo durante il moto dell'acqua verso il basso evidenzia la presenza di un fronte di umidificazione o di bagnatura dove la variazione di contenuto idrico con la profondità è tanto elevata da dare l'impressione di una netta discontinuità tra il suolo umido e quello asciutto (Fig. 5).

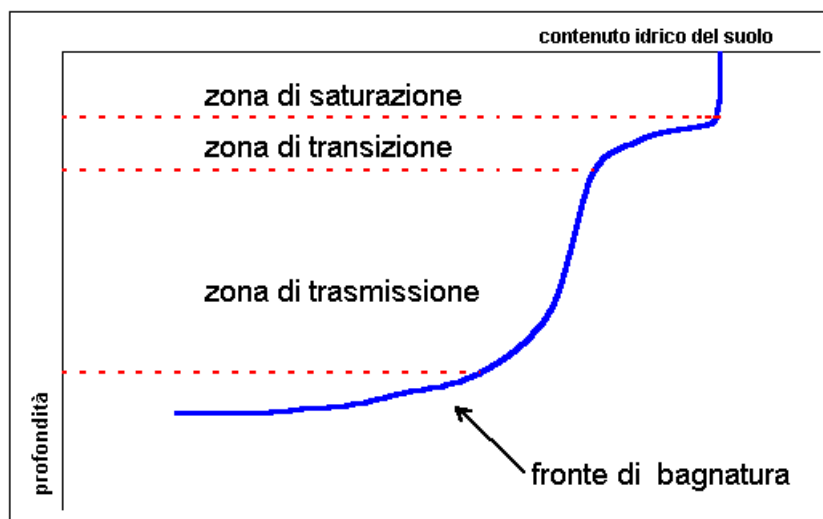


Figura 5 - Contenuto idrico lungo il profilo del suolo

Gli autori hanno considerato una semplificazione del processo ipotizzando un suolo omogeneo con contenuto idrico iniziale uniforme lungo tutto il profilo interessato ed un movimento dell'acqua "a pistone" lungo la verticale z . Il fronte di umidificazione è orizzontale (Fig. 6) e separa una zona sovrastante satura ($\theta_s = n$) da quella inferiore non satura, con contenuto d'acqua pari a quello iniziale ($\theta = \theta_i$). Sia L la distanza, lungo la verticale z , tra la superficie del suolo e la posizione del fronte di infiltrazione al tempo t . In un'area unitaria, il volume d'acqua infiltratosi $F(t)$, è dato da:

$$F(t) = L \cdot (n - \theta_i) = L \cdot \Delta\theta \quad (3)$$

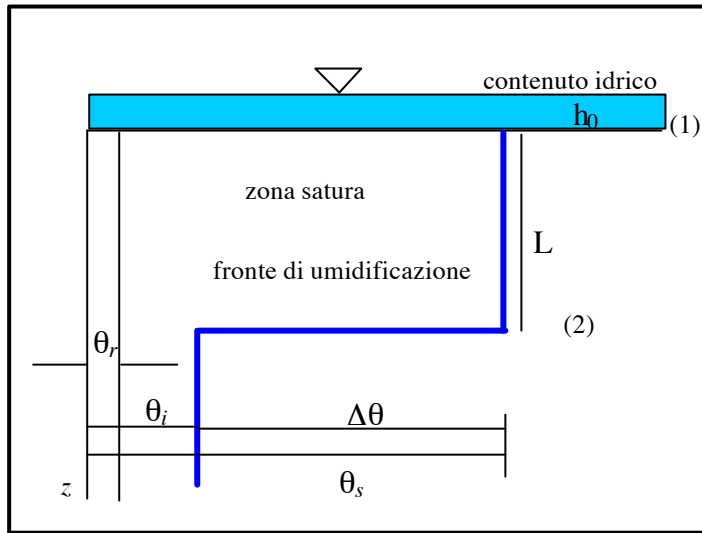


Figura 6 – Schematizzazione del profilo verticale del contenuto idrico nel modello di Green-Ampt

Applicando la *legge di Darcy* al moto di filtrazione verticale e osservando che la velocità di filtrazione alla superficie coincide con il tasso di infiltrazione f , assunto positivo per definizione si ha:

$$f = K \frac{\partial h}{\partial z}$$

dove K è la conduttività idraulica e $\frac{\partial h}{\partial z}$ il gradiente idraulico.

Considerando due punti posti rispettivamente in corrispondenza della superficie del terreno (1) e dalla parte secca del fronte di umidificazione (2) l'equazione può essere approssimata dalla:

$$f = K \frac{h_1 - h_2}{z_1 - z_2} = K \frac{h_1 - h_2}{L}$$

Prendendo come piano di riferimento la superficie del suolo $z = 0$, il carico h_1 in superficie è dato del tirante idrico della lama d'acqua eventualmente presente (generalmente $h_1 = h_0 = 0$) ed il carico

agente sul fronte di infiltrazione è $h_2 = -\Psi - L$, somma del potenziale capillare e del potenziale gravitazionale. L'equazione di Darcy diventa:

$$f = K \left[\frac{\Psi + L}{L} \right]$$

Dalla (3) considerando che $L = F/\Delta\theta$ si ha:

$$f = K \left[\frac{\Psi\Delta\theta + F}{F} \right]$$

integrando, il volume infiltrato al tempo t è:

$$F(t) = Kt + \Psi \cdot \Delta\theta \ln \left(1 + \frac{F(t)}{\Psi\Delta\theta} \right)$$

Quest'ultima è l'equazione di Green-Ampt per l'infiltrazione cumulata. E' un'equazione implicita e deve essere risolta per tentativi con successive sostituzioni. Definiti t , K , Ψ , $\Delta\theta$, si inserisce nel termine a destra un valore iniziale per F (normalmente $F=Kt$) Il risultato del calcolo è un nuovo valore F che viene sostituito a quello iniziale. La procedura termina quando il valore di F converge ad un valore costante. A partire dal valore di F è poi immediato risalire al tasso di infiltrazione f .

Infiltrazione effettiva

Molti dei modelli esaminati, per la loro formulazione matematica, sono rappresentativi della sola capacità di drenaggio del terreno al variare del tempo, per assegnate condizioni iniziali (superficie satura), indipendentemente dalla precipitazione.

Pertanto si parla di infiltrazione potenziale, o capacità di infiltrazione, cioè quella che presenterebbe il terreno in determinate condizioni se l'acqua fosse messa continuamente ed illimitatamente a disposizione alla superficie.

Il reale tasso di infiltrazione f_r si ottiene, invece, attraverso il confronto tra capacità di infiltrazione ed intensità di pioggia. Se quest'ultima risulta in ogni istante maggiore del tasso di infiltrazione potenziale, l'acqua disponibile è sufficiente a soddisfare la capacità del terreno di assorbire acqua, ed il tasso di infiltrazione potenziale coincide con il reale.

Se l'acqua viene resa disponibile in superficie con una intensità minore del tasso di infiltrazione potenziale l'infiltrabilità reale diminuisce in misura inferiore al relativo valore potenziale.

In queste condizioni, a lungo termine, si sottostima il valore delle perdite sovrastimando il deflusso superficiale.

Dall'analisi delle reali dinamiche si è osservato che la pioggia inizialmente si infiltra totalmente fino alla saturazione della superficie del suolo, quando sul terreno inizia a formarsi un velo d'acqua che dà luogo al deflusso superficiale.

Tale condizione si verifica quando l'intensità di pioggia i uguaglia il tasso di infiltrazione potenziale f . L'intervallo di tempo che intercorre tra l'inizio della pioggia ed il raggiungimento della saturazione prende il nome di *tempo di saturazione* (o *ponding time*), t_p . Il tasso di infiltrazione reale da questo istante in poi coincide con quello potenziale.

L'infiltrazione potenziale cumulata fino a t_p risulta, però, maggiore della quantità di pioggia realmente osservata. Per risolvere tale incongruenza si trasla, lungo l'asse dei tempi, l'origine della curva di infiltrazione di un tempo, t_0 , tale da soddisfare l'uguaglianza tra volume piovuto ed infiltrato.

Indicando con $F_r(t)$ l'infiltrazione cumulata reale e con $F(t)$ quella potenziale sarà:

$$F_r(t_p) = F(t_p - t_0)$$

Con questa condizione, anche il tasso di infiltrazione a t_p sarà quello della curva potenziale traslata a destra di t_0 . In effetti, è come se si considerasse un'infiltrazione potenziale relativa ad una pioggia più breve iniziata al tempo t_0 .

In caso di intensità di precipitazione costante i valori di t_0 e t_p si ottengono dalla soluzione del sistema:

$$\begin{cases} it_p = F(t_p - t_0) \\ i = f(t_p - t_0) \end{cases} \quad (4)$$

La prima condizione impone l'uguaglianza dei volumi infiltrati a t_p e la seconda quella tra intensità di pioggia e tasso di infiltrazione. Per i modelli considerati le (4) riconducono alle espressioni riportate nella tabella 4.

Tabella 4 - Tempi di saturazione e di traslazione per intensità di pioggia costante per alcuni dei modelli esaminati.

Metodo	Tempo di traslazione t_0	Tempo di saturazione t_p
Green-Ampt	$t_0 = t_p - \frac{1}{K} \left[it_p - \psi \Delta \theta \ln \left(1 + \frac{it_p}{\psi \Delta \theta} \right) \right]$	$t_p = \frac{K \psi \Delta \theta}{i(i - K)}$
Horton	$t_0 = t_p - \frac{1}{\alpha} \ln \left(\frac{f_0 - f_c}{i - f_c} \right)$	$t_p = \frac{1}{i\alpha} \left[(f_0 - i) + f_c \ln \left(\frac{f_0 - f_c}{i - f_c} \right) \right]$
SCS-CN	$\frac{I_a}{i}$	$\frac{I_a}{i}$

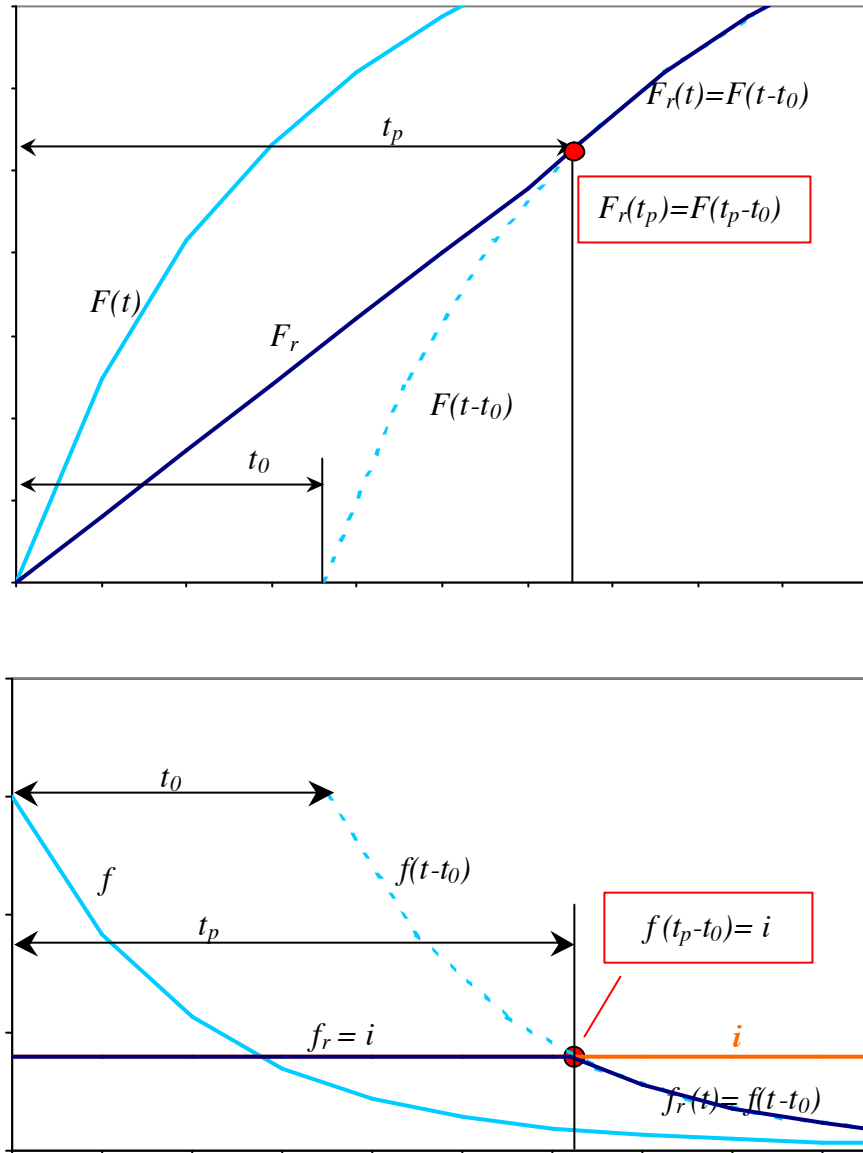


Figura 7 – Andamento dell'infiltrazione cumulata e del tasso di infiltrazione reale e potenziale nel caso di pioggia costante

Si consideri ad esempio il modello di Horton. Dall'imposizione della seconda delle equazioni (4) si ha:

$$i = f(t_p - t_0) = f_c + (f_0 - f_c)e^{-\alpha(t_p - t_0)}$$

Con alcuni semplici passaggi si ottiene l'espressione riportata in tabella 5 per il tempo di traslazione t_0 .

$$t_0 = t_p - \frac{1}{\alpha} \ln \left(\frac{f_0 - f_c}{i - f_c} \right)$$

Per la stima del tempo di saturazione si imponga ora la prima condizione delle equazioni (4) per cui si ottiene:

$$it_p = F(t_p - t_0) = f_c(t_p - t_0) + \frac{f_0 - f_c}{\alpha} \left[1 - e^{-\alpha(t_p - t_0)} \right]$$

Sostituendo in questa ultima espressione quella ricavata in precedenza per t_0 si ottiene un'equazione in cui l'unica incognita rimane t_p .

$$t_p = \frac{1}{i\alpha} \left[(f_0 - i) + f_c \ln \left(\frac{f_0 - f_c}{i - f_c} \right) \right]$$

Si ricavano ora le equazioni riportate nella tabella 5 per il modello Green-Ampt. Imponendo le condizioni (4) si ha:

$$i = f(t_p - t_0) = K \left(\frac{\psi \Delta \theta}{F(t_p - t_0)} + 1 \right) = K \left(\frac{\psi \Delta \theta}{it_p} + 1 \right)$$

da cui

$$t_p = \frac{K\psi\Delta\theta}{i(i - K)}$$

Per considerare l'infiltrazione reale la curva potenziale si trasla di un tempo $t_0 > 0$, scelto in modo tale che il tasso di infiltrazione e l'infiltrazione cumulata siano uguali, all'istante t_p a quelle prodotte dall'afflusso iniziato al tempo 0. Indicando quindi $F(t_p - t_0)$ con F_p si ha:

$$F_p - \psi \Delta \theta \ln \left(1 + \frac{F_p}{\psi \Delta \theta} \right) = K(t_p - t_0)$$

da cui imponendo $F_p = it_p$ si ricava t_0 .

$$t_0 = t_p - \frac{1}{K} \left[it_p - \psi \Delta \theta \ln \left(1 + \frac{it_p}{\psi \Delta \theta} \right) \right]$$

Nel caso reale di intensità di pioggia variabile nel tempo la determinazione di questi due istanti temporali si effettua considerando le seguenti espressioni:

$$\begin{cases} \int_0^{t_p} i(t) dt = \int_{t_0}^{t_p} f(t - t_0) dt \\ i(t_p) = f(t_p - t_0) \end{cases}$$

in cui $i(t)$ è l'intensità di pioggia e $f(t)$ l'infiltrazione potenziale. Poiché l'intensità di pioggia non è fornita in genere da un'espressione analitica è necessario effettuare una discretizzazione.