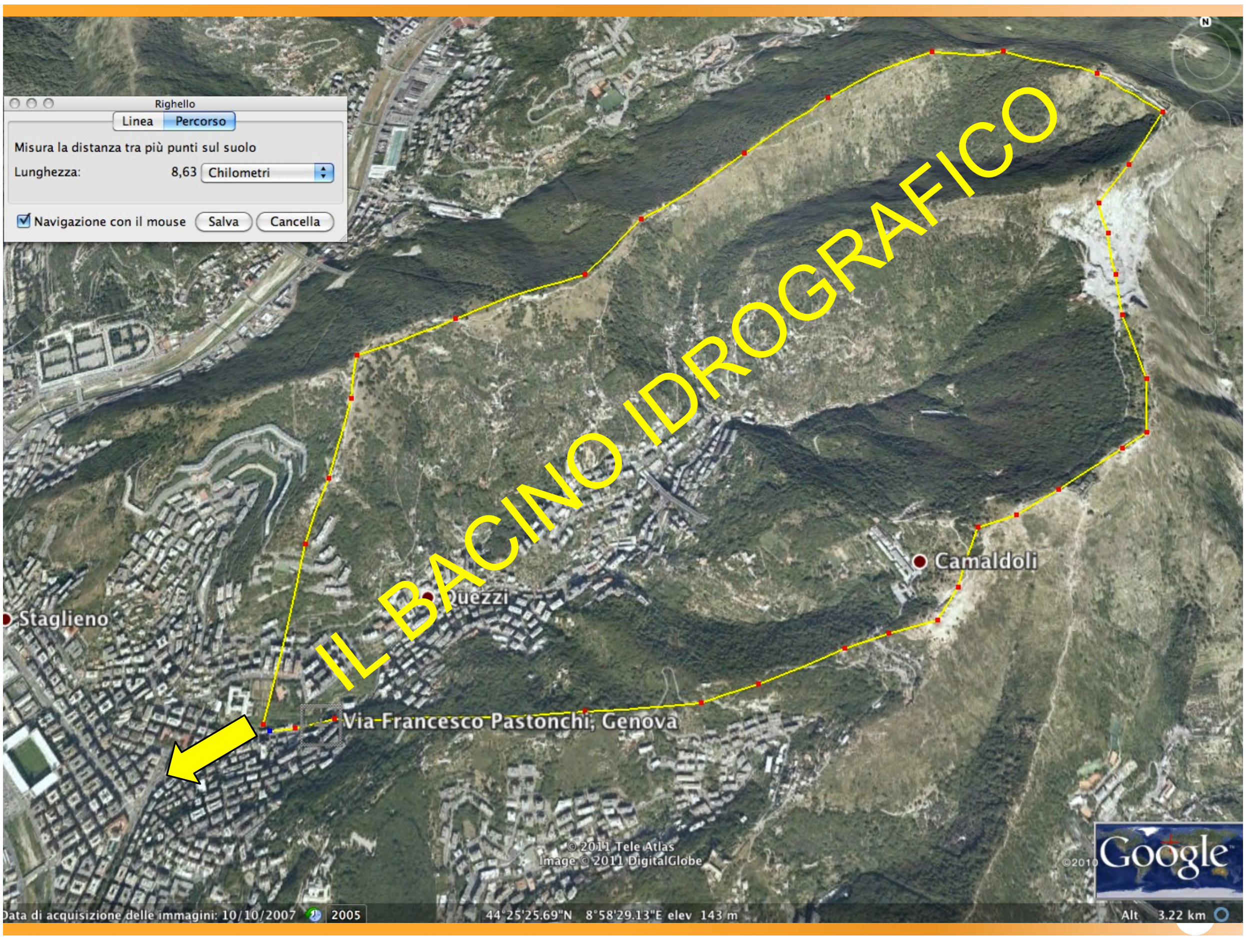
Morfometria dei Bacini Idrografici



Cos'è un bacino idrografico

Definizione

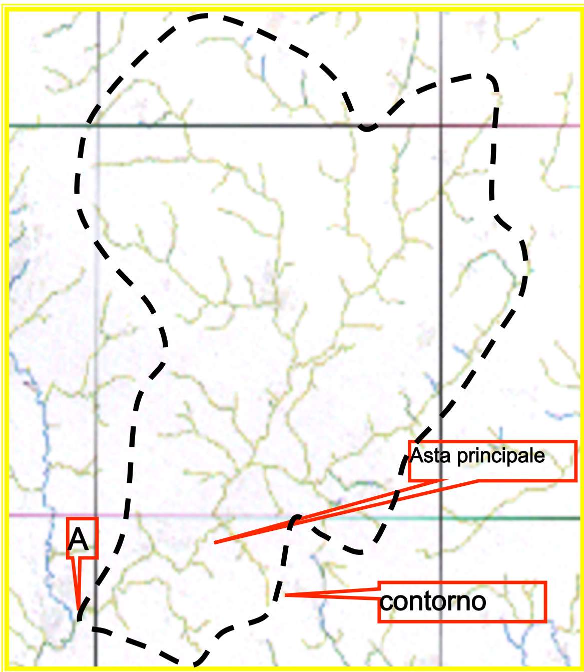
"…l'area che raccoglie la precipitazione in grado di produrre il deflusso superficiale che si ritrova come portata nella sezione di chiusura A".

Nomenclatura

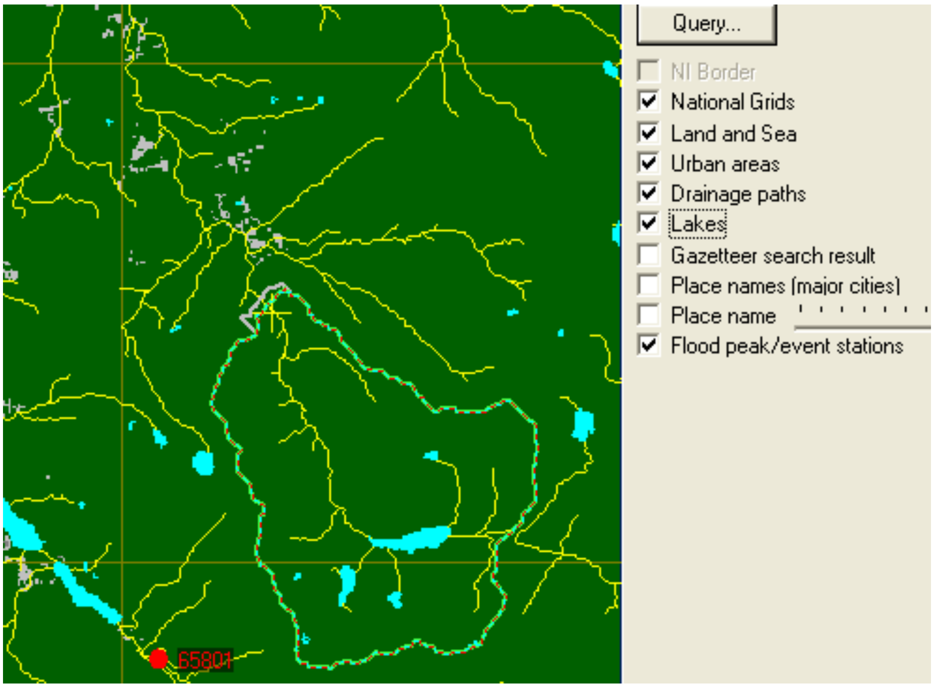
1. Bacino idrografico= area drenante sottesa dalla sezione idrica A
2. Contorno del bacino = limite di bacino= spartiacque superficiale
3. Rete idrografica= sistema di aste (tronchi) fluviali in un bacino
4. Aste fluviali = 'blue lines' sulle carte topografiche

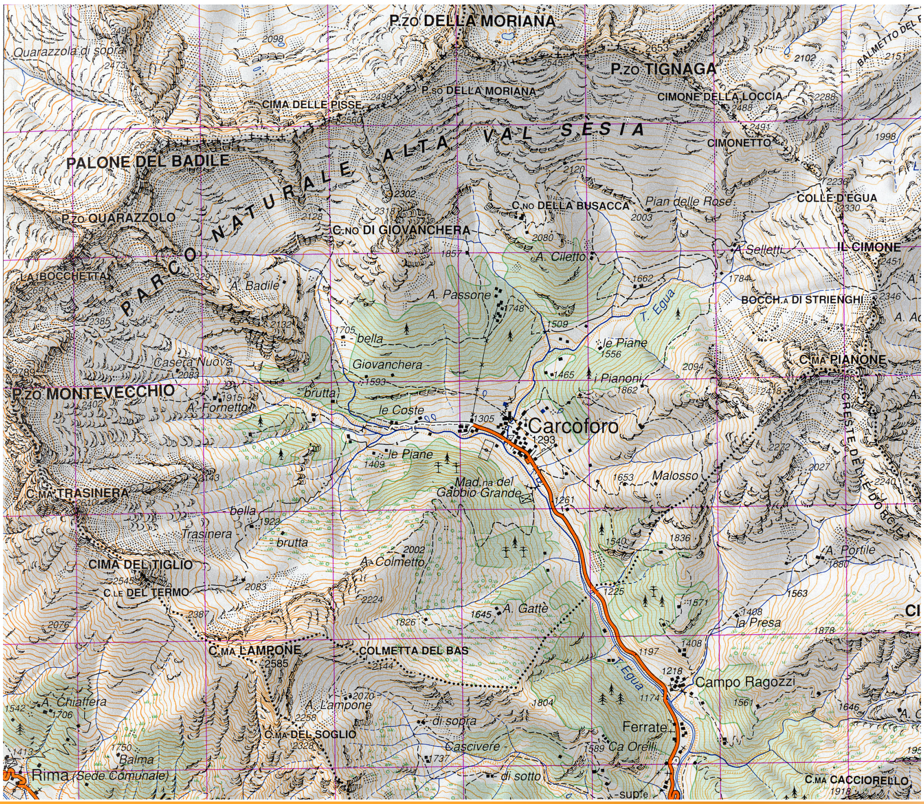
Problemi

Lo spartiacque topografico e freatico possono risultare diversi

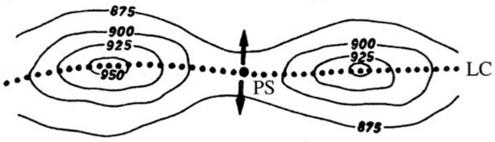


Area bacino ≠ Area lago



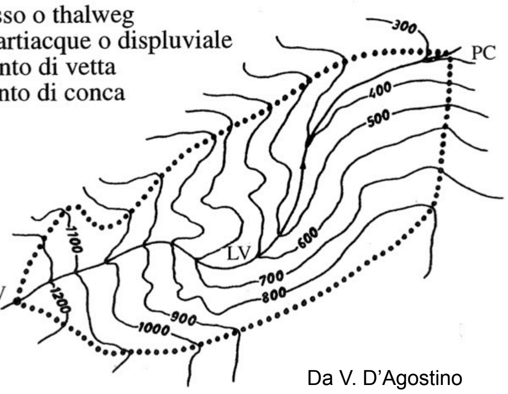


Delimitazione del bacino idrografico

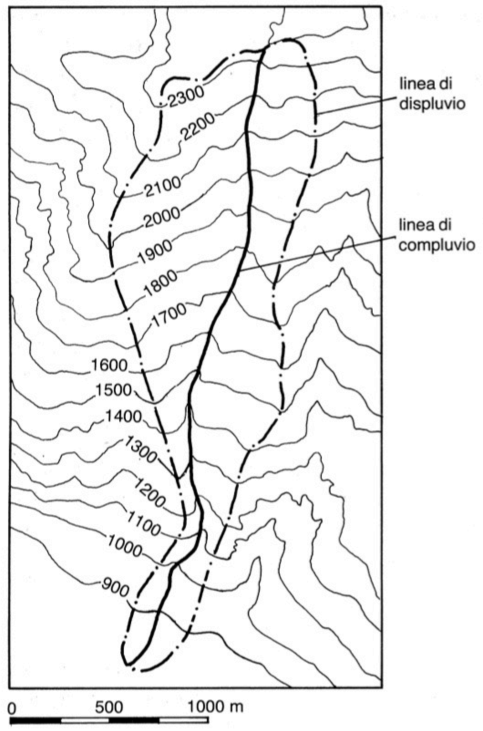


LEGENDA

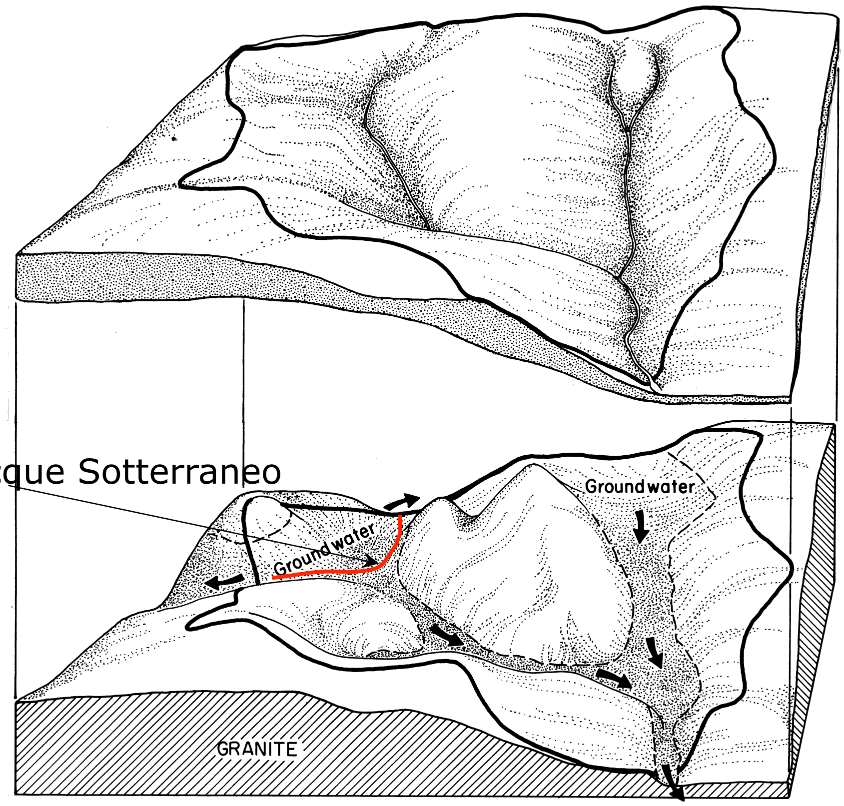
LV fosso o thalweg
LC spartiacque o displuviale
PV punto di vetta
PC punto di conca



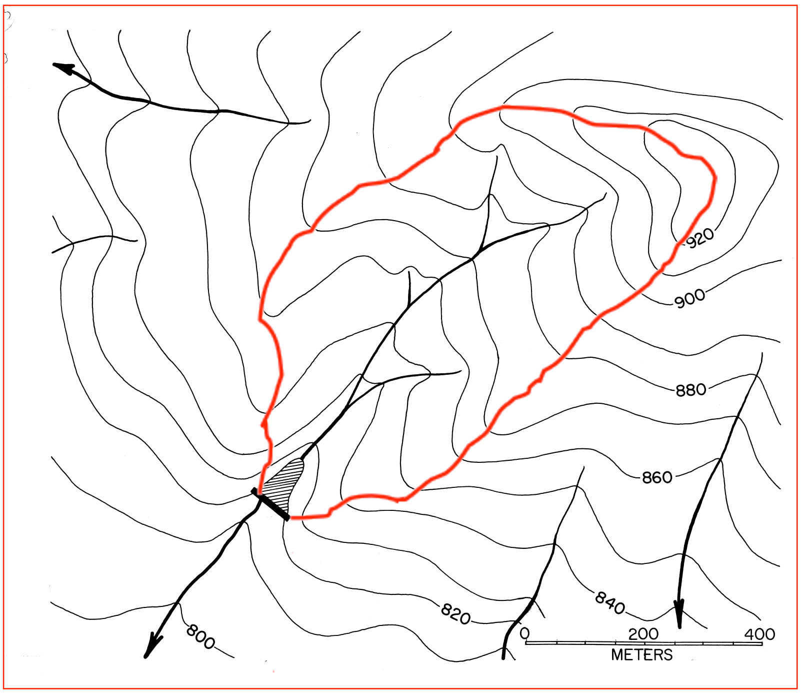
Da V. D'Agostino



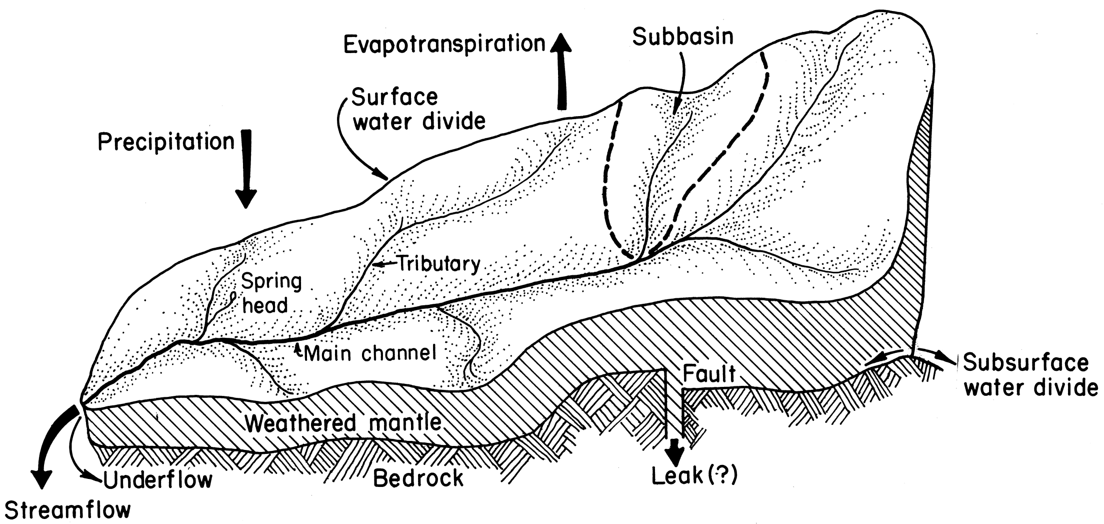
Spartiacque Sotterraneo



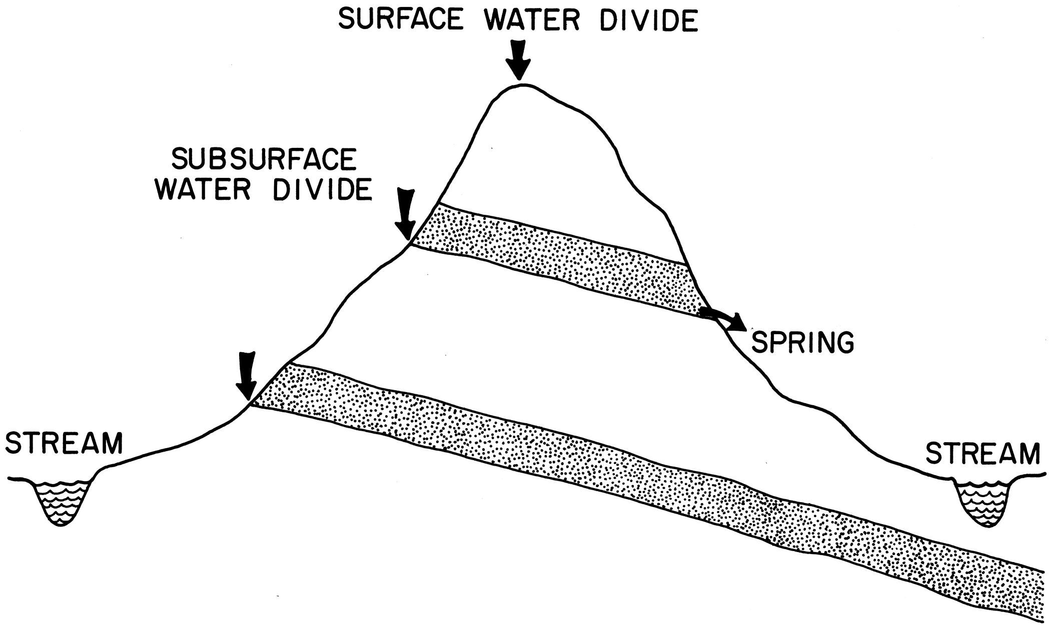
spartiacque superficiale



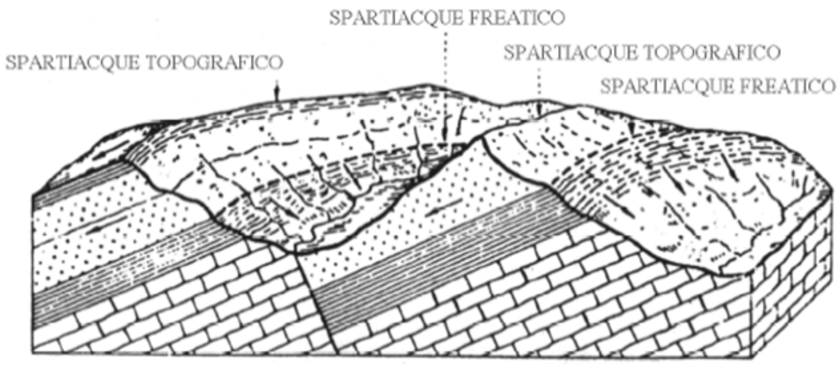
Ripartizione flussi superficiali-sotterranei

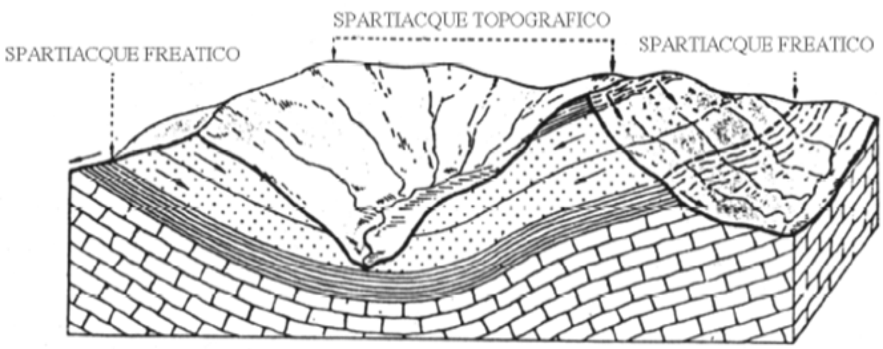


Possibili flussi extra-bacino



Esempi di sezioni geologiche





CURVA IPSOGRAFICA

$\alpha(z)$ = area elementare avente quota z

a = area cumulata progressiva

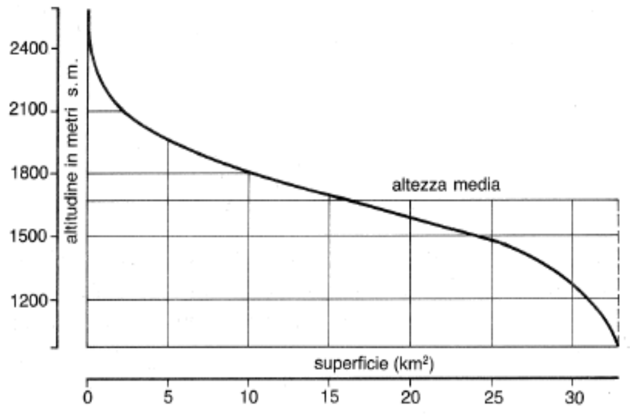
A = area totale del bacino

$$Z(a) = Z : \int_A \alpha(z \geq Z) = a$$

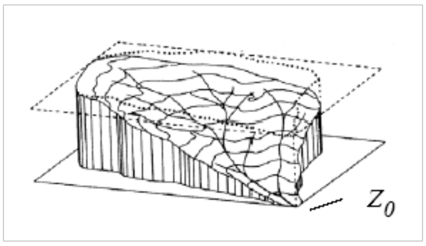
oppure

$$a(Z) = \int_A \alpha(z \geq Z)$$

Data la quota Z, la curva fornisce l'area complessiva a posta a quota non inferiore a Z



Da V. D'Agostino



Altitudine media $\overline{Z} = \sum_i \frac{Z_i A_i}{A} = \int_A \frac{Z(\alpha)\alpha}{A}$

Altitudine media relativa $\overline{Z}_r = \overline{Z} - Z_0$

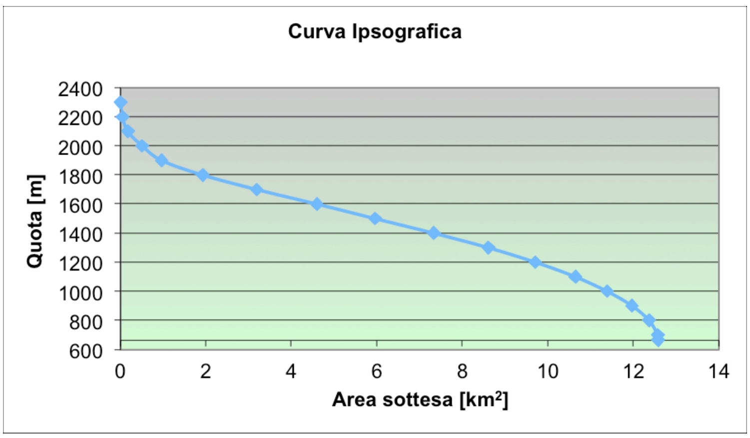
Morfometria dei bacini idrografici

CURVA IPSOGRAFICA DISCRETIZZATA

α_i = frazione di area compresa tra le curve di livello posto i e i+1 aventi quota Z_i e Z_{i+1}

a_i = area complessiva posta al di sopra della curva di livello di posto i.

K = max indice posizione isoipsa



$$a_i = \sum_{j>i} \alpha_j$$

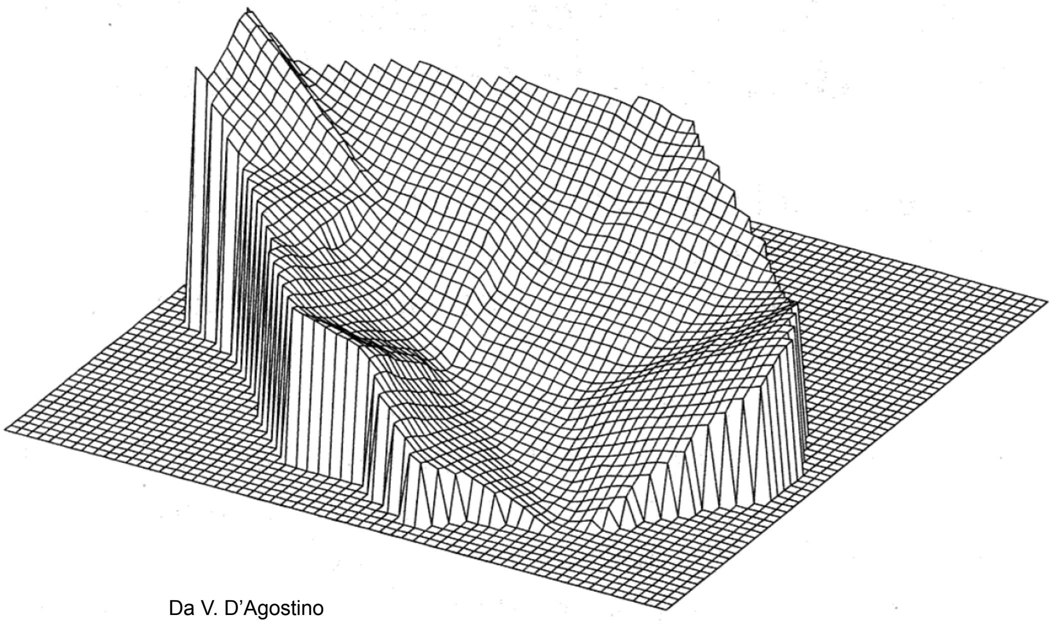
$$Z(a_i) = Z_i : \sum_{j \geq i} \alpha_j = a_i$$

QUOTA MEDIA DEL BACINO

$$\overline{Z} = \frac{1}{A} \int_Z \alpha(z) dz$$

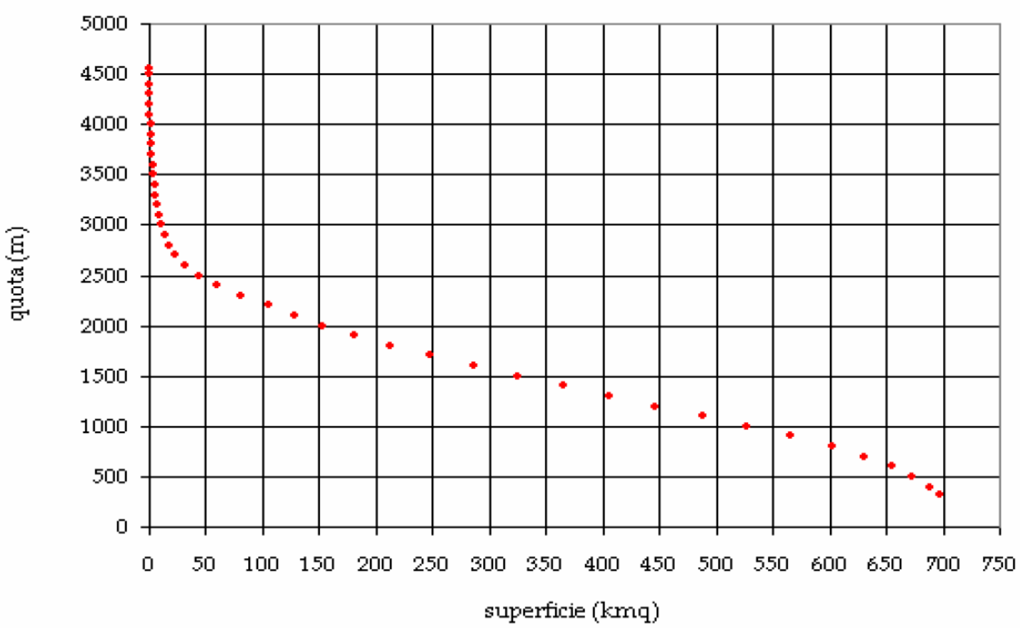
$$\overline{Z} = \frac{1}{A} \sum_{j=1}^{K-1} \alpha_j \frac{Z_j + Z_{j+1}}{2}$$

Modello Digitale del Terreno (DTM)

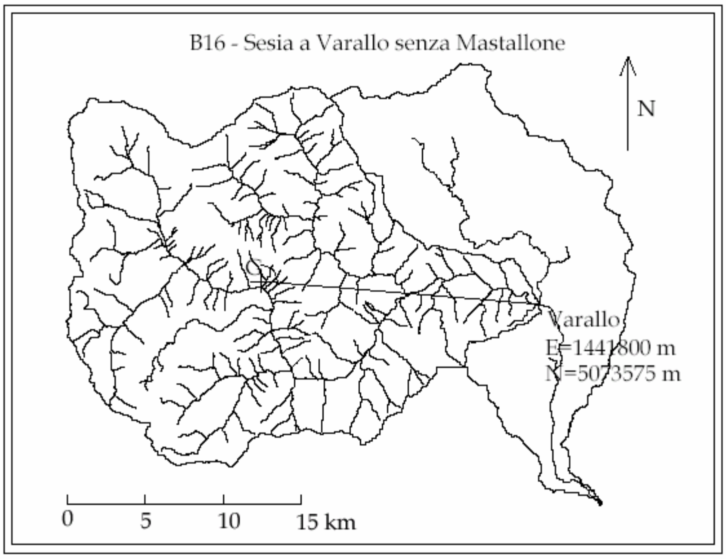


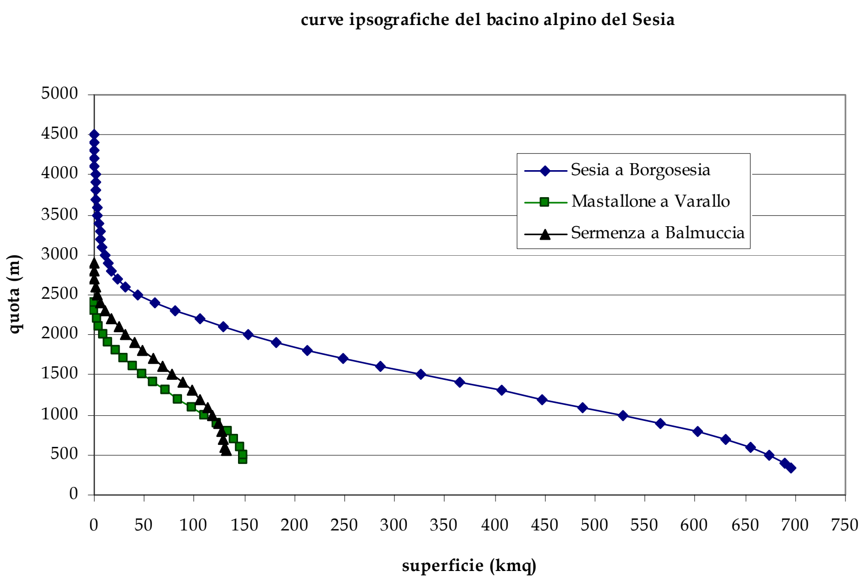
Da V. D'Agostino

Curva ipsografica dal DTM

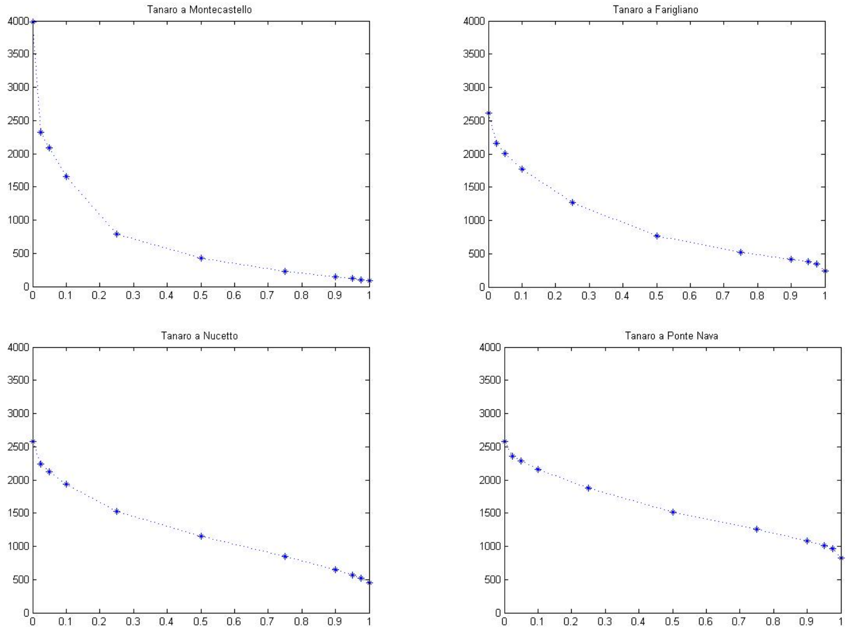


Sesia a Borgosesia e sottobacini chiusi a Varallo





Curve ipsografiche



CURVA IPSOGRAFICA ADIMENSIONALE (IPSOMETRICA)

$\Delta Z = Z_{max} - Z_{min} = Z_{max} - Z(A)$ = rilievo del bacino

$\zeta = \dfrac{Z - Z_{min}}{\Delta Z}$ = quota relativa (compresa tra 0 e 1)

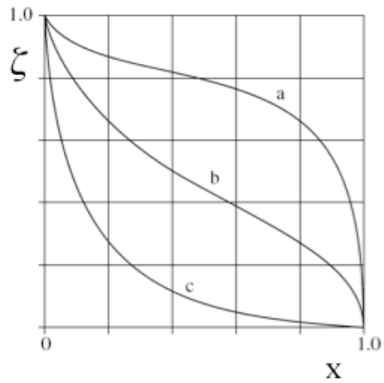
La curva è riferita all' area relativa a/A (compresa tra 0 e 1) $\zeta\left(\dfrac{a}{A}\right) = \zeta(x)\dfrac{Z(a) - Z(A)}{\Delta Z}$

INTEGRALE IPSOMETRICO: $II = \int_{x=0}^{1} \zeta(x)dx$ $\quad x(z) = \dfrac{a(z)}{A}$ = area elementare avente quota z

II>0.6 Stadio Giovanile (a)

0.4<II<0.6 stadio Maturo(b)

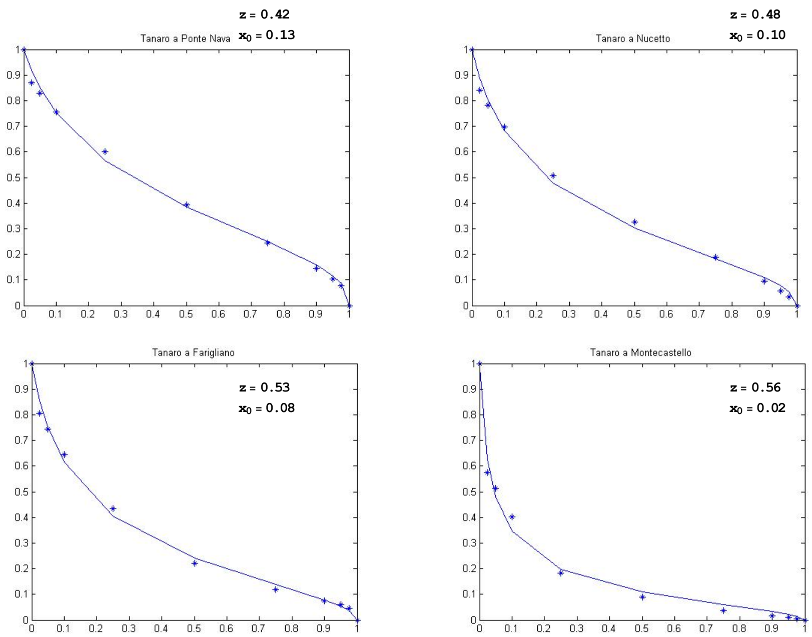
II<0.4 Stadio Senile (c)



RAPPRESENTAZIONE MATEMATICA (STRAHLER)

$$\zeta\left(\frac{a}{A}\right) = \zeta(x) = \left(\frac{1-x}{x+x_0}x_0\right)^x$$

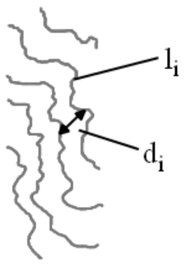
Curve ipsometriche



PENDENZA MEDIA DEL BACINO

Metodo di Alvard-Horton

La pendenza media di bacino i_m risulta dalla media pesata delle pendenze locali.



Pendenza di una fascia altimetrica $i_j = \frac{\Delta z}{d_j}$

Superficie della fascia altimetrica $A_j = d_j l_j$

Δz = differenza di quota tra le isoipse

l_j = lunghezza delle isoipse

$$i_j = \frac{\Delta z}{d_j} = \frac{l_j \Delta z}{l_j d_j} = \frac{l_j \Delta z}{A_j} \qquad i_m = \sum_j i_j \frac{A_j}{A} = \frac{\Delta z}{A} \sum_j l_j$$

Se si ha a disposizione un **DEM** si possono generare automaticamente le pendenze delle singole celle e da queste calcolare il valore medio

PENDENZA MEDIA DELL' ASTA PRINCIPALE

$$i_m = \frac{1}{L}\sum_j i_j l_j$$

Pendenza 'idraulicamente' media dell' asta principale (Taylor-Schwartz)

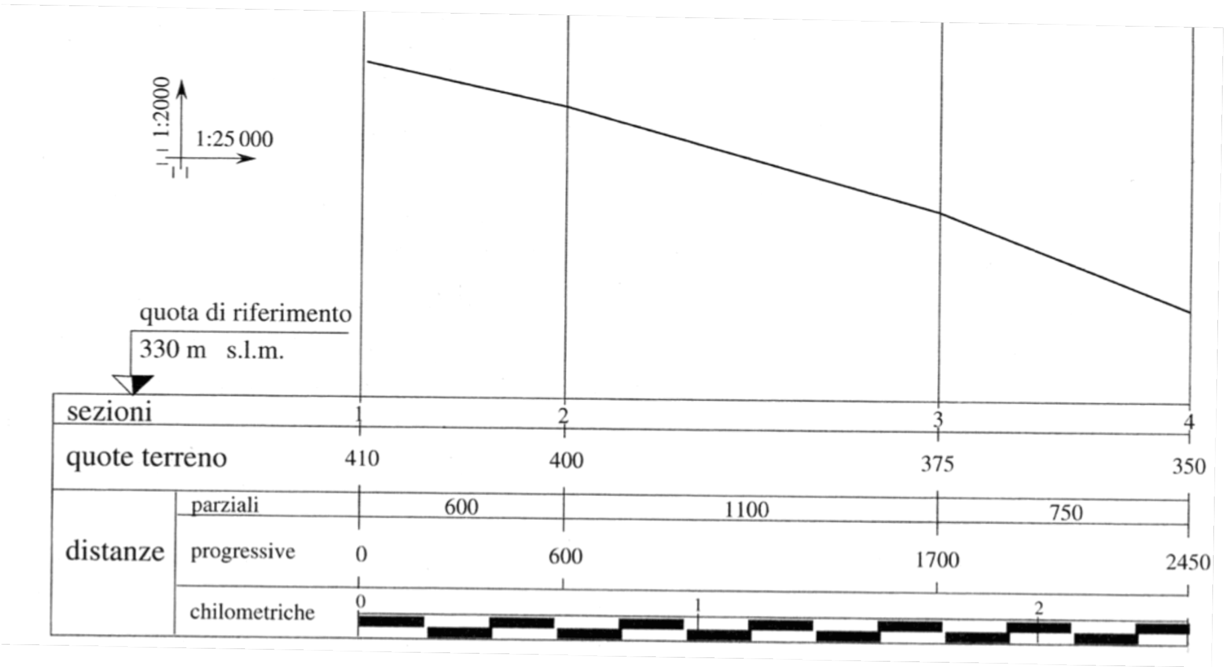
Si parte dalla formula di Chèzy:

$$v = \chi\sqrt{Ri} \qquad v \propto \sqrt{i}$$

$$t_j = \frac{L}{v_j} \propto \frac{L}{\sqrt{i_m}} \qquad t_p = \frac{L}{\sqrt{i_m}} = \sum_j t_j = \sum_j \frac{l_j}{\sqrt{i_j}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{i_m}} = \frac{1}{L}\sum_j \frac{l_j}{\sqrt{i_j}}$$

PROFILO LONGITUDINALE DELL' ASTA PRINCIPALE



Da V. D'Agostino

INDICI DI FORMA DEL BACINO

I fattori di forma di un bacino sono degli indici adimensionali che forniscono un'idea approssimativa della forma planare del bacino idrografico. Essi sono essenzialmente funzione dell'area A, del perimetro P e della lunghezza dell'asta principale L.

Rapporto di circolarità :

$$R_c = \frac{A_b}{A_c(P)} = \frac{4\pi A}{P^2}$$

Esprime il rapporto tra la superficie A del bacino e l'area di un cerchio avente perimetro P uguale a quello del bacino:

$$\frac{A}{\pi R^2} = \frac{4\pi A}{(2\pi R)^2} = \frac{4\pi A}{P^2}$$

(R è il raggio del cerchio equivalente).

Morfometria dei bacini idrografici

Coefficiente di uniformità (o di compattezza - di Gravelius):

$$C_u = \frac{P_b}{P_C(A)} = \frac{P}{2\sqrt{\pi A}}$$

É il rapporto tra il perimetro P del bacino ed il perimetro di un cerchio con area uguale al bacino in esame:

$$\frac{P}{2\pi R} = \frac{P}{2\sqrt{\pi^2 R^2}} = \frac{P}{2\sqrt{\pi A}}$$

Indica il grado di irregolarità del contorno del bacino.

Fattore di forma:

$$F_f = \frac{A}{L^2}$$

Indica approssimativamente il grado di sinuosità dell' asta principale. Corrisponde alla differenza tra la forma attuale e quella di un quadrato.

Rapporto di allungamento

$$R_a = \frac{P_c(A)}{L} = \frac{2\sqrt{A}}{L\sqrt{\pi}}$$

E' il rapporto tra il diametro del cerchio di area A:

$$D = 2\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{\pi}}$$

e la lunghezza dell' asta principale L.

Densità di drenaggio:

E' data dal rapporto:

$$D_d = \frac{\sum L}{A} \quad \left[\frac{\text{km}}{\text{km}^2}\right]$$

$\sum$ L = lunghezza totale della rete di drenaggio [km]

A = area del bacino [km^2]

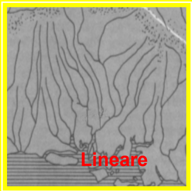
Lunghezza media dei versanti:

Per densità di drenaggio costante, un tratto di alveo di lunghezza L_c drena mediamente una superficie $S_c = \frac{L_c}{D_d}$

Tale superficie è approssimabile con due falde simmetriche di larghezza L_v, per cui

$$S_c = 2L_v \cdot L_c \quad \Longrightarrow \quad L_v = \frac{1}{2D_d}$$

Densità di drenaggio



Influenzata da:

- Geologia
- Clima
- Topografia
- Uso del suolo

Quantificabile con:

$$D_d = \Sigma(L)/A$$

dove:

D_d=densità di drenaggio (km km^{-2})
L=estensione della rete (km)
A=area del bacino (km^2)

D_d importante perchè:

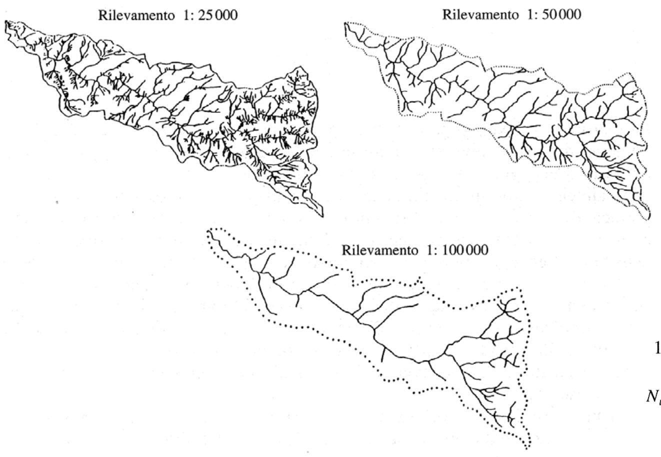
- Riflette le caratteristiche del clima e del bacino
- Il flusso nei canali è più veloce che sui versanti
- Maggior è la densità, più rapida e 'completa' è la risposta del bacino alle precipitazioni

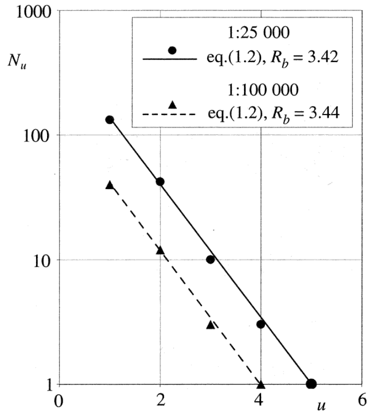
La Densità di Drenaggio non è un rapporto adimensionale, poiché rappresenta il numero di chilometri di reticolo drenante per ogni chilometro quadrato di superficie di bacino. l'unità di misura è pertanto il km^{-1}.

A differenza dei fattori di forma, risente della scala di osservazione alla quale si va ad analizzare il bacino per ricavarne le caratteristiche fisiche e morfologiche.

Mentre infatti i valori della superficie, del perimetro e della lunghezza dell'asta principale sono pressoché invarianti in funzione della scala utilizzata, il valore della lunghezza totale del reticolo risente notevolmente di essa.

Maggiore è il dettaglio cartografico di riferimento, maggiore è anche il dettaglio con cui vengono individuati tutti i rami drenanti sul territorio: la somma delle lunghezze di tutti questi rami risulta in questo modo alquanto variabile.
La validità del parametro rimane comunque inalterata ai fini del confronto tra i valori riscontrati in diversi sottobacini osservati alla stessa scala.





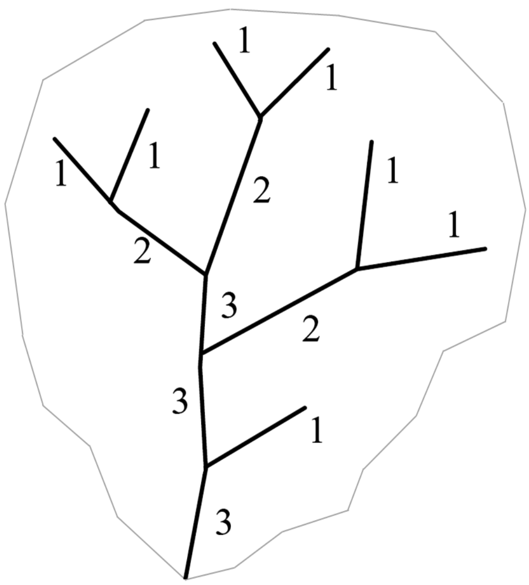
Influenza della scala di riduzione

Da V. D'Agostino

SCHEMI DI GERARCHIZZAZIONE DEI RETICOLI IDROGRAFICI

LO SCHEMA ORDINATIVO DI HORTON-STRAHLER

Horton [1945]; Strahler [1952,1964]



Numero d'ordine:

1.Le sorgenti danno origine a canali (o rami) di ordine 1;

2.Quando due canali di ordine *i* si congiungono, il canale emissario è di ordine *j=i+1*;

3.Quando due canali di ordine *i* e *j* si uniscono, il canale emissario assume l'ordine maggiore tra i due

4.L'ordine *Ω* del bacino idrografico è quello del canale di ordine massimo.

LEGGI DI HORTON

Prima legge di Horton (numero delle aste)

La successione $\{N_1, N_2, \ldots\ldots N_\Omega\}$ del numero delle aste di diverso ordine segue una serie geometrica inversa:

$$\frac{N_{i-1}}{N_i} = R_B$$

R_B = rapporto di biforcazione **(3< R_B <5)**

$$N_i = R_B^{\Omega - i}$$

Numero globale di rami all'interno di una rete di drenaggio:

$$\sum_{i=1}^{\Omega} N_i = \frac{R_B^{\Omega} - 1}{R_B - 1}$$

Ordine *u*	N_u	R_b
1	5966	
2	1529	3.9
3	378	4.0
4	68	5.7
5	13	5.3
6	3	4.3
7	1	3.0
media		4.37

Rapporto di biforcazione:

$$\boxed{R_u = \frac{N_{u-1}}{N_u}}$$

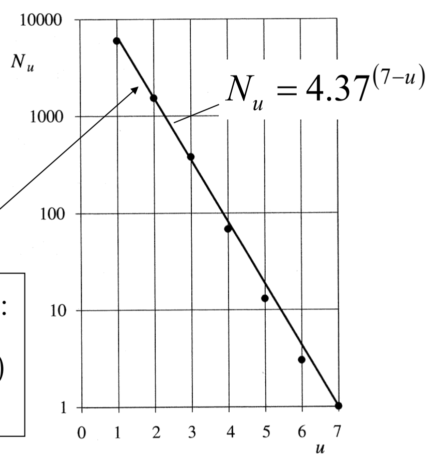
Il rapporto di biforcazione si mantiene quasi costante

$$\overline{R_b} = \sum_{u=2,k} \frac{R_u}{k}$$

k = ordine del bacino

I legge di Horton:

$$N_u = \overline{R_b}^{(k-u)}$$



Da V. D'Agostino

Seconda legge di Horton (lunghezze)

La successione $\{L_1, L_2, \ldots, L_\Omega\}$ della lunghezza delle aste di diverso ordine segue una serie geometrica diretta.

$$\frac{\overline{L}_i}{\overline{L}_{i-1}} = R_L$$

R_L = rapporto delle lunghezze (1.5< R_L <3.5)
$\overline{L}_i$ = lunghezza media delle aste di ordine i

$$\overline{L}_i = \overline{L}_1 \cdot R_L^{i-1}$$

In base a questa relazione, la lunghezza dell' asta hortoniana principale L_Ω risulta:

$$L_\Omega = \overline{L}_1 \cdot R_L^{\Omega-1}$$

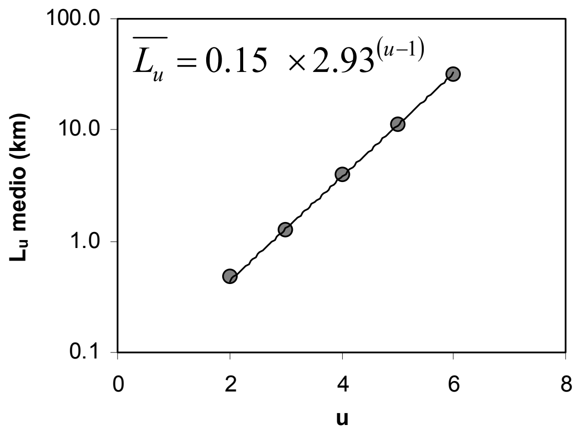
Lunghezza cumulata:

$$\boxed{L_u^* = \sum_{u=1}^{u} L_u}$$

II legge di Horton:

$$\overline{L_u} = L_1 \ \overline{R}_L^{(u-1)}$$

u	L_u (km)	R_L	teorica
1	0.15	-	
2	0.48	3.200	0.44
3	1.29	2.688	1.29
4	4.00	3.101	3.77
5	11.30	2.825	11.06
6	32.20	2.850	32.39
	media	2.933	



Da V. D'Agostino

Terza legge di Horton (pendenze)

E' analoga alla prima legge:

$$\frac{\bar{J}_{i-1}}{\bar{J}_i} = R_J$$

R_J = rapporto delle pendenze (1.5< R_J <3)

$\bar{J}_i$ = valor medio delle pendenze J_i dei canali di ordine i

$$J_i = J_\Omega R_j^{\omega-i}$$

Legge delle aree (Schumm)

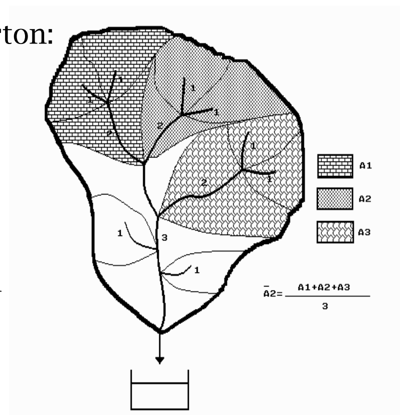
Ha formulazione analoga a quella della seconda legge di Horton:

$$\frac{\bar{A}_i}{\bar{A}_{i-1}} = R_A$$

R_A = rapporto delle aree (3 < R_A < 6)

$\bar{A}_i$ = valor medio delle aree A_i drenate dai c canali di ordine i

$$\bar{A}_i = \bar{A}_1 \cdot R_A^{i-1}$$



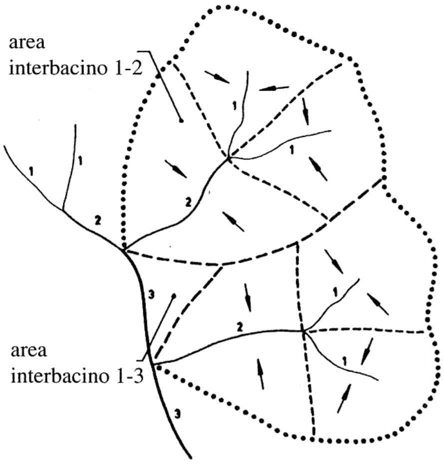
Relazione di Schumm [1956]

$\bar{L}_w$ = lunghezza media dei tratti di ordine w $\qquad \bar{L}_w \cong \bar{A}_w^{\,0.55}$

Rapporto di area

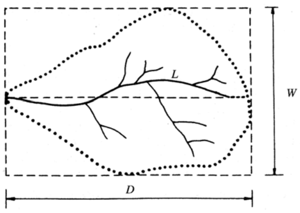
$$R_a = \frac{\overline{A_u}}{\overline{A_{u-1}}}$$

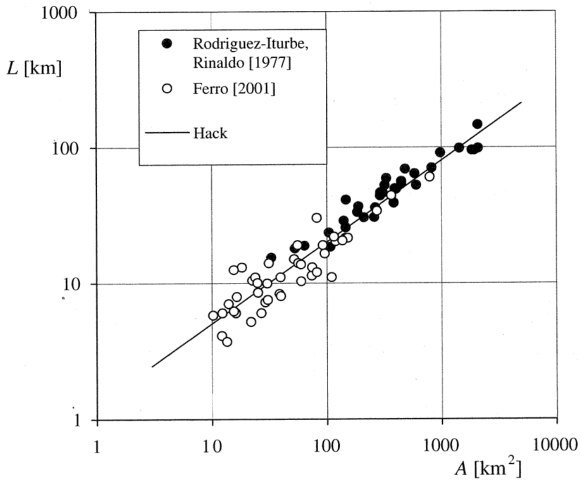
$$\overline{A_u} = \overline{A_1}\,\overline{R_a}^{(u-1)}$$



Da V. D'Agostino

Al crescere di A:
- aumenta sinuosità
- aumenta D/W





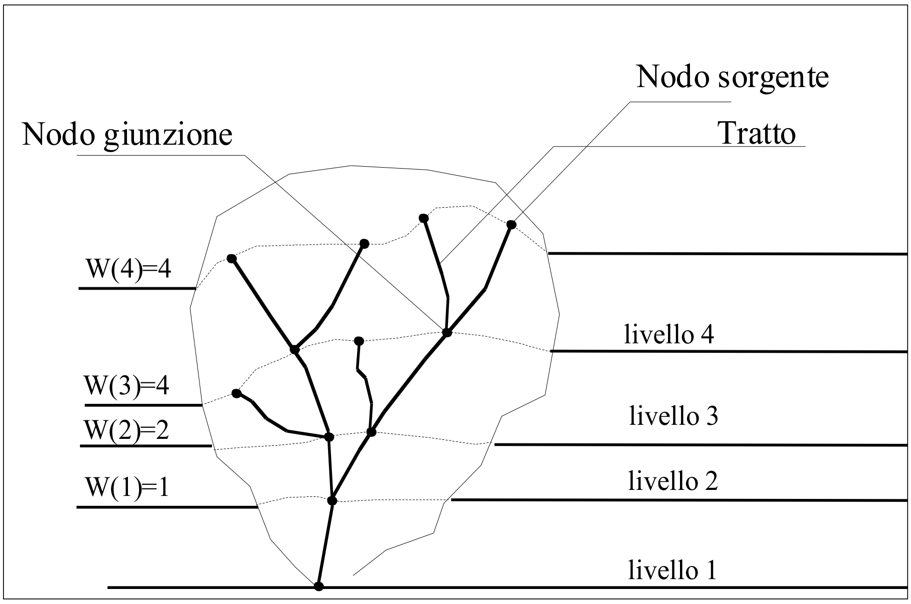
Legge di Hack

$$L = \alpha\ A^{\beta}$$

$\beta \cong 0.6$ $\alpha \cong 1.4$ Hack (1957)

Da V. D'Agostino

SCHEMA ORDINATIVO DI SHREVE [1966, 1967]



Il numero dei segmenti esterni, indicato con n, è detto magnitudine M della rete. Poichè si assume che in una giunzione si uniscano non più di due segmenti, si ha M=2n-1.

SCHEMA ORDINATIVO DI SHREVE [1966, 1967]

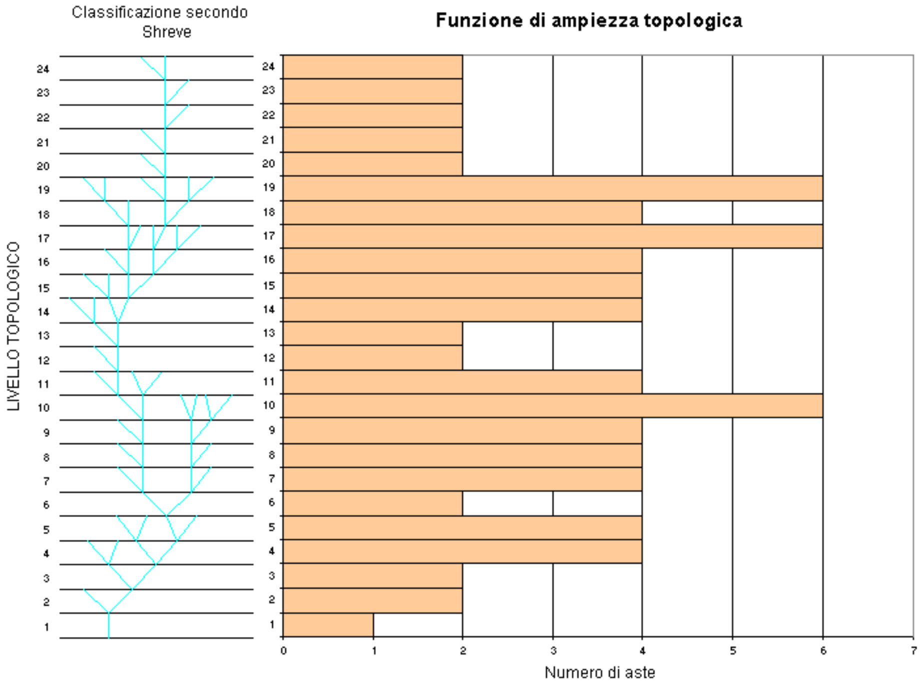
Nello schema proposto da Shreve [1966, 1967], si considera il reticolo idrografico come un albero trivalente, composto da nodi e tratti, essendo i tratti o segmenti compresi fra due nodi successivi ed i nodi definibili in due tipi: sorgente e giunzione.

Data la distinzione dei nodi fra sorgenti e giunzioni, i segmenti che compongono la rete si distinguono fra interni ed esterni.

I segmenti esterni sono compresi tra una sorgente e la prima giunzione a valle; quelli interni sono invece compresi tra due successive giunzioni o tra la sezione di chiusura e la prima giunzione a monte di questa.

La distanza topologica di un segmento dalla sezione di chiusura è pari al numero di segmenti che bisogna attraversare per giungervi; tutti i segmenti che hanno la stessa distanza topologica appartengono allo stesso livello topologico. La massima distanza topologica all'interno della rete ne costituisce il diametro d. La funzione di larghezza W(x) della rete fornisce il numero dei segmenti che appartengono ad ogni livello x.

Classificazione del reticolo secondo Shreve e la relativa funzione di ampiezza topologica.



Caratteristiche della risposta idrologica