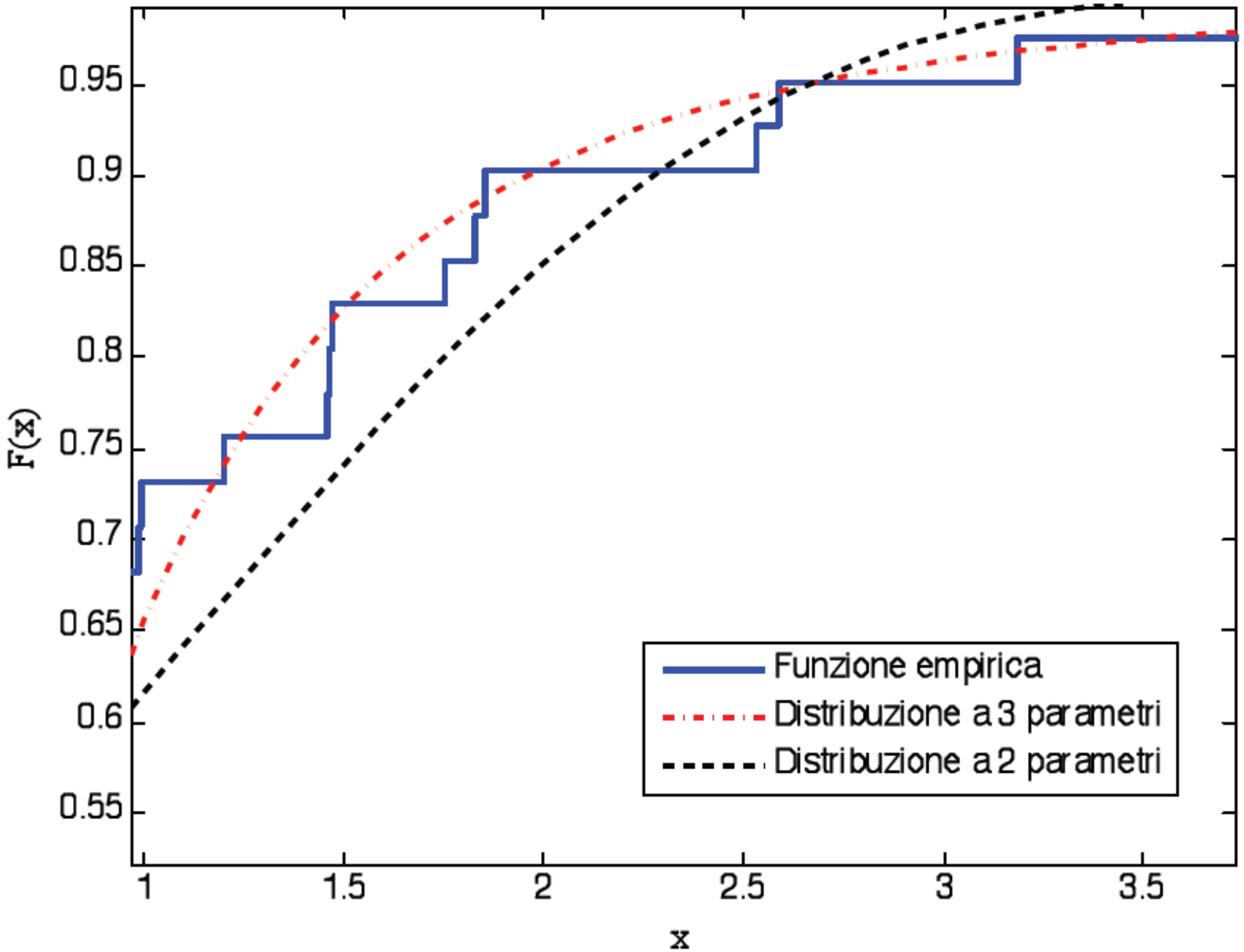
Test di adattamento di Anderson-Darling



Distribuzione campionaria:

$$\Phi_\nu(x)$$

$$F_n(x) = 0, \qquad x < x_1$$

$$F_n(x) = \frac{i}{n}, \qquad x_i \leq x < x_{i+1},$$

$$F_n(x) = 1, \qquad x_n \leq x.$$

Distribuzione teorica:

$$F_X(x)$$

dipende dalla distribuzione di probabilità utilizzata.

Test di adattamento di Anderson-Darling

$$Q^2 = n \int_{\mathrm{all}x} [F_n(x) - F(x,\theta)]^2 \Psi(x) \mathrm{d}F(x)$$

Definizione teorica della statistica test (per test quadratici).

$\Psi(x)$ è una funzione peso che dipende dal test utilizzato.

$$\Psi(x) = [F(x, \theta)(1 - F(x, \theta))]^{-1}$$

Funzione peso per il test di Anderson-Darling: peso maggiore sulle code della distribuzione.

Definizione operativa della statistica test di Anderson-Darling:

$$A^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} [(2i-1)\ln[F(x_i,\theta)] + (2n+1-2i)\ln[1 - F(x_i,\theta)]].$$

Lunghezza campione

Indice del campione ordinato

Valore della distribuzione teorica calcolato in corrispondenza dell'i-esimo valore campionario

Test di adattamento di Anderson-Darling

Il test è superato se $A^2 < A^2_{limite}(\alpha)$, dove $A^2_{limite}(\alpha)$ è riportato su tabelle specifiche per ogni distribuzione.

Per tenere conto delle diverse distribuzioni (e del diverso numero di parametri) si passa alla statistica test trasformata ω (test superato se $\omega < \omega_{limite}$):

$$\omega = 0.0403 + 0.116\left(\frac{A^2 - \xi_p}{\beta_p}\right)^{\frac{\eta_p}{0.851}} \qquad \text{se} \qquad 1.2\xi_p \le A^2$$

$$\omega = \left[0.0403 + 0.116\left(\frac{0.2\xi_p}{\beta_p}\right)^{\frac{\eta_p}{0.851}}\right]\frac{A^2 - 0.2\xi_p}{\xi_p} \qquad \text{se} \qquad 1.2\xi_p > A^2$$

α	ω_{limite}
0.10	0.347
0.05	0.461
0.01	0.743

Table 3. Coefficients to Be Set in Equation (11) for the Anderson-Darling Statistic, Asymptotic Case[a]

Distribution[b]	ξ_p	β_p	η_p
EV1 and EV2 (EV1 = Gumbel)	0.169	0.229	1.141
NORM and LN	0.167	0.229	1.147
GEV[c]	$0.147\,(1 + 0.13\,\hat\theta_3 + 0.21\,\hat\theta_3^2 + 0.09\,\hat\theta_3^3)$	$0.189\,(1 + 0.20\,\hat\theta_3 + 0.37\,\hat\theta_3^2 + 0.17\,\hat\theta_3^3)$	$1.186\,(1 - 0.04\,\hat\theta_3 - 0.04\,\hat\theta_3^2 - 0.01\,\hat\theta_3^3)$
GAM and LP3[d]	$0.145\,(1 + 0.17\,\hat\theta_3^{-1} + 0.33\,\hat\theta_3^{-2})$	$0.186\,(1 + 0.34\,\hat\theta_3^{-1} + 0.30\,\hat\theta_3^{-2})$	$1.194\,(1 - 0.04\,\hat\theta_3^{-1} - 0.12\,\hat\theta_3^{-2})$

[a]Here $\hat\theta_3$ is an asymptotic efficient estimator (usually maximum likelihood) of the shape parameter of the distribution.
[b]For tests of the EV2, LN, and LP3 distributions the data must be preliminarily log transformed.
[c]For the GEV distribution, if $\hat\theta_3 > 0.5$, $\hat\theta_3 = 0.5$ must be set in the regressions.
[d]For the GAM and LP3 distributions, if $\hat\theta_3 < 2$, $\hat\theta_3 = 2$ must be set in the regressions.