



**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELLA PROTEZIONE DEL TERRITORIO
IDROLOGIA**
A.A. 2010 – 2011

ESERCITAZIONI DI IDROLOGIA

DOCENTE: Prof. Ing. *Nome Cognome*

ASSISTENTE: Dott. Ing. *Nome Cognome*

STUDENTI:

Nome Cognome 1 (matricola)

Nome Cognome 2 (matricola)

...

Nome Cognome n (matricola)

INDICE

Esercitazione 1.....	3
Esercitazione 2.....	9
Esercitazione 3.....	10
Esercitazione 4.....	13
Esercitazione 5.....	16
Esercitazione 6.....	20
Esercitazione 7.....	25
Esercitazione 8.....	28
Esercitazione 9.....	32

ANALISI ESPLORATIVA DI UNA SERIE DI DATI

Si consideri, per la stazione di Usseglio (TO) la serie storica dei massimi annui della pioggia giornaliera e si effettuino le seguenti operazioni:

1. Tracciamento del diagramma cronologico della serie

2. Tracciamento del diagramma delle frequenze relative di classe:

- ordinare in senso crescente i valori di x.
- dividere in k classi di uguale ampiezza l'intervallo $[x_{\min}, x_{\max}]$, con $k = \text{int}(1 + 3.3 \cdot \log(n))$ e n = numero dati.
- il diagramma corrisponde al numero di dati ricadenti in ciascuna classe diviso per n (stima della densità di probabilità delle x).

3. Tracciamento del diagramma delle frequenze cumulate, facendo corrispondere ad ogni valore di x la i/N ; dove i è la posizione di x nella sequenza ordinata delle x.

Sovrapporre al diagramma delle frequenze l'andamento della funzione di probabilità cumulata normale.

4. Calcolo dei valori centrali e dei momenti campionari: media, mediana, scarto quadratico medio, coefficiente di asimmetria (*skewness*), coefficiente di appiattimento (*Kurtosi*).

media campionaria:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

varianza campionaria:

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$

coefficiente di asimmetria (*skewness*): $\gamma = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^3}{s^3}$

coefficiente di appiattimento (*kurtosi*): $\kappa = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^4}{s^4}$

5. Determinazione dei quartili e rappresentazione Box-Plot della serie.

1. Si è costruito il diagramma cronologico della serie storica dei massimi annui della pioggia giornaliera attraverso Matlab.

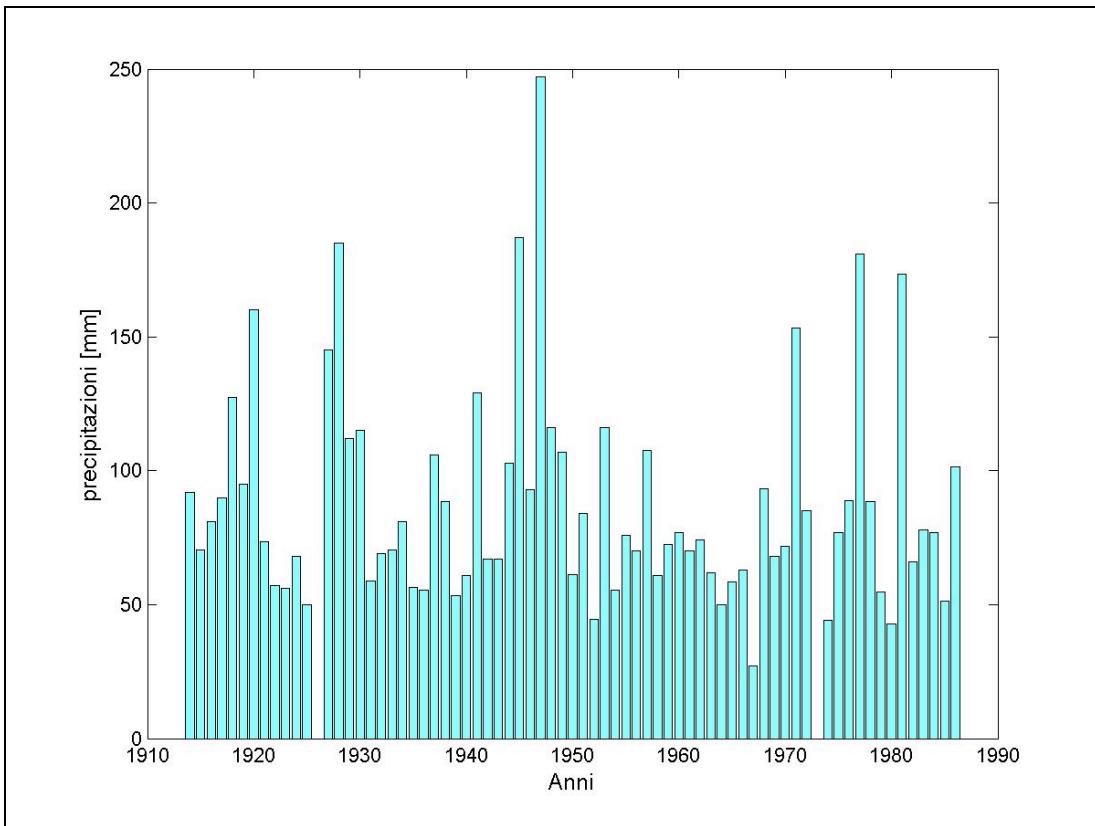


Fig. 2.1-Diagramma cronologico della serie

Le registrazioni in nostro possesso partono dall'anno 1914 e terminano nel 1986, quindi è possibile trattare statisticamente i dati registrati in questo lungo periodo. Dalla figura si nota un massimo assoluto nel 1947 e un minimo assoluto registrato nell'anno 1967. Nel diagramma non compaiono i massimi relativi agli anni 1926 e 1973 perché non a nostra disposizione.

2. Il diagramma delle frequenze relative di classe rappresenta la numerosità di ogni classe, in cui sono stati suddivisi i dati, rapportata alla numerosità totale del campione.

E' necessario suddividere l'ampiezza del campione in diverse classi, il cui numero, per essere significativo, non può essere né troppo basso, né troppo alto (l'istogramma si appiattirebbe troppo); per questo motivo si può utilizzare la relazione suggerita da Sturges che lega le k classi alla numerosità del campione N :

$$k = \text{int}(1 + 3.3 \log N)$$

dove il logaritmo è espresso in base 10.

All'istogramma, che può essere considerato una stima della densità di probabilità, è stato sovrapposto l'andamento della densità di probabilità normale, costruita a partire dalla media e dalla varianza del campione.

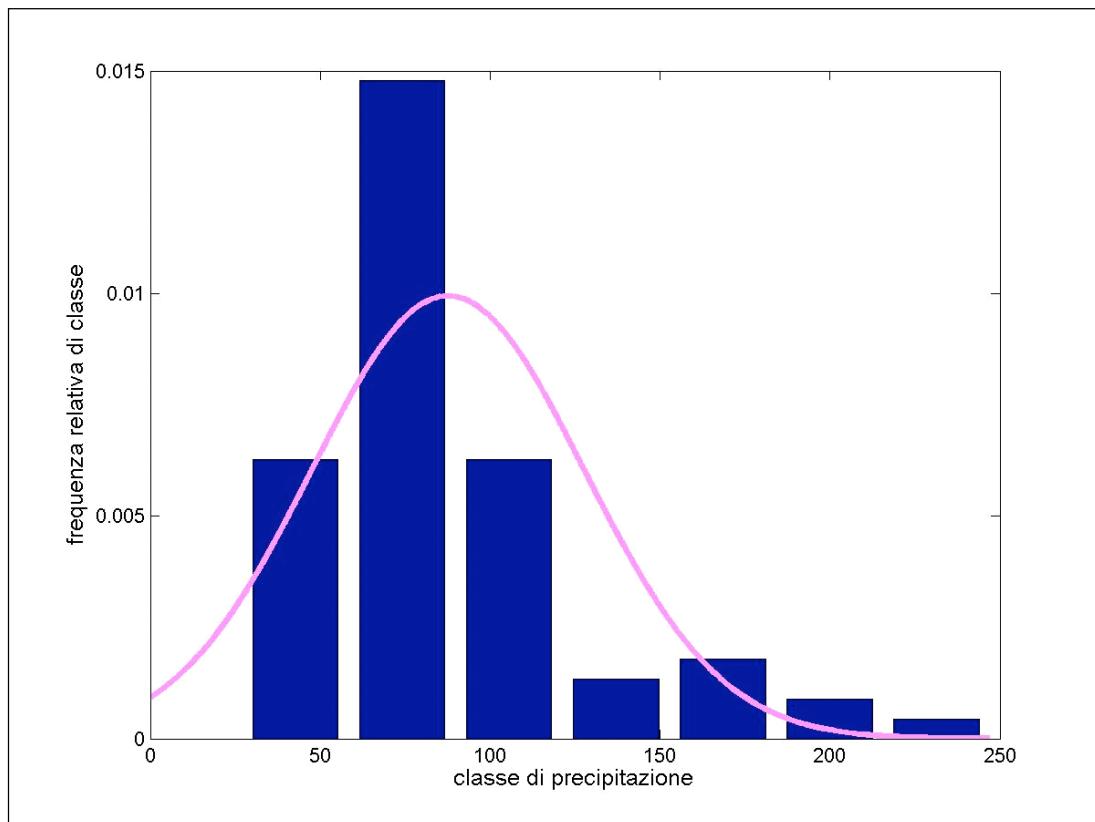


Fig. 2.2 - Istogramma delle frequenze relative di classe e densità di probabilità normale.

L'istogramma non segue molto bene l'andamento della gaussiana; esso, infatti, presenta una certa asimmetria, con il massimo spostato verso sinistra e più elevato di quello della normale, e potrebbe probabilmente essere meglio approssimato dalla distribuzione log-normale.

3. In fig. 2.3 è stato tracciato il diagramma delle frequenze cumulate campionarie, avvalendosi della seguente formula:

$$F(x_i) = \frac{i}{N}$$

in cui N è la dimensione del campione.

Sovrapponendo la funzione di probabilità cumulata normale, costruita a partire dai momenti del campione, si conferma che il modello normale non risulta essere il più adatto per la modellazione delle osservazioni. Si osserva, in particolare, come nell'intervallo di precipitazione (50,100) mm, in cui i dati risultano più addensati, la frequenza cumulata campionaria superi i corrispettivi valori della cumulata normale, confermando quanto asserito nel punto 2. Nelle code, invece, il modello sovrasta il campione.

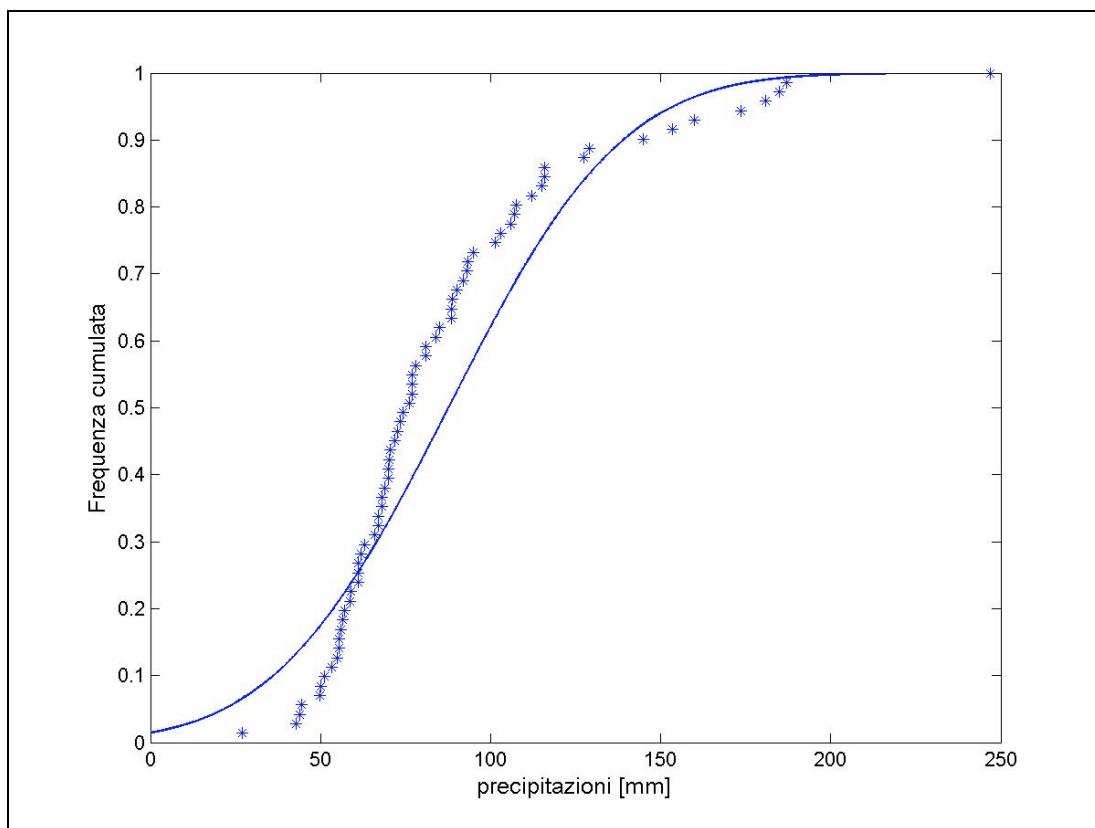


Fig. 2.3 - Frequenze cumulate del campione e funzione di probabilità cumulata normale.

4. Utilizzando gli appositi comandi di Matlab sono stati determinati i valori centrali ed alcuni momenti campionari (tab. 2.1):

Tab.2.1: Valori centrali e momenti campionari

VALORI CENTRALI E MOMENTI CAMPIONARI		
Media	$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$	87.589 mm
Mediana	$\tilde{x} : F(\tilde{x}) = 0.5$	76 mm
Scarto quadratico medio	$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$	40.125 mm
Coefficienti di asimmetria (skewness)	$\gamma = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^3}{s^3}$	1.6514
Coefficiente di appiattimento (kurtosi)	$\kappa = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^4}{s^4}$	5.993

5. La rappresentazione *box-plot* del campione è un metodo alternativo per rappresentare la frequenza cumulata che permette di visualizzare come si distribuiscono le osservazioni e di trarne alcune conclusioni.

- Limiti del *box*:

- Inferiore: I quartile del campione (dato cui corrisponde la frequenza del 25%): 61.05 mm;
- Linea mediana: II quartile del campione (dato cui corrisponde la frequenza del 50%): 76 mm;
- Superiore: III quartile del campione (dato cui corrisponde la frequenza del 75%): 102.6 mm.

Si nota che il 50% dei dati di precipitazione si attesta sotto i 76 mm, mentre è evidente una certa differenza tra il II e il III quartile a indicare una minore concentrazione di dati rispetto al range I – II quartile, poiché il numero di dati è lo stesso (25%) ma la differenza tra i limiti dell'intervallo è maggiore.

- *Range interquartile*:

$$IQR = X(F=0.75) - X(F=0.25) = 41.55 \text{ mm}$$

- Limiti dei *whiskers*:

- **Inferiore:** in questo caso Matlab ha individuato questo limite come valor minimo della serie delle osservazioni, ovvero 27 mm.
- **Superiore:** è stato posto uguale a $\text{III quartile} + 1.5 * IQR = 164.925 \text{ mm.}$

La figura 2.4 mostra come il range interquartile sia piuttosto limitato rispetto ai baffi; ciò sta a significare che la maggior parte dei dati (il 50%), racchiusa nell'intervallo (61.05; 102.6) mm come precedentemente notato, si discosta dal minimo e dal baffo superiore, che delimita alcuni valori particolarmente elevati, denominati *outliers* e raffigurati con una crocetta. Il massimo, in particolare, risulta molto lontano da tutte le altre osservazioni.

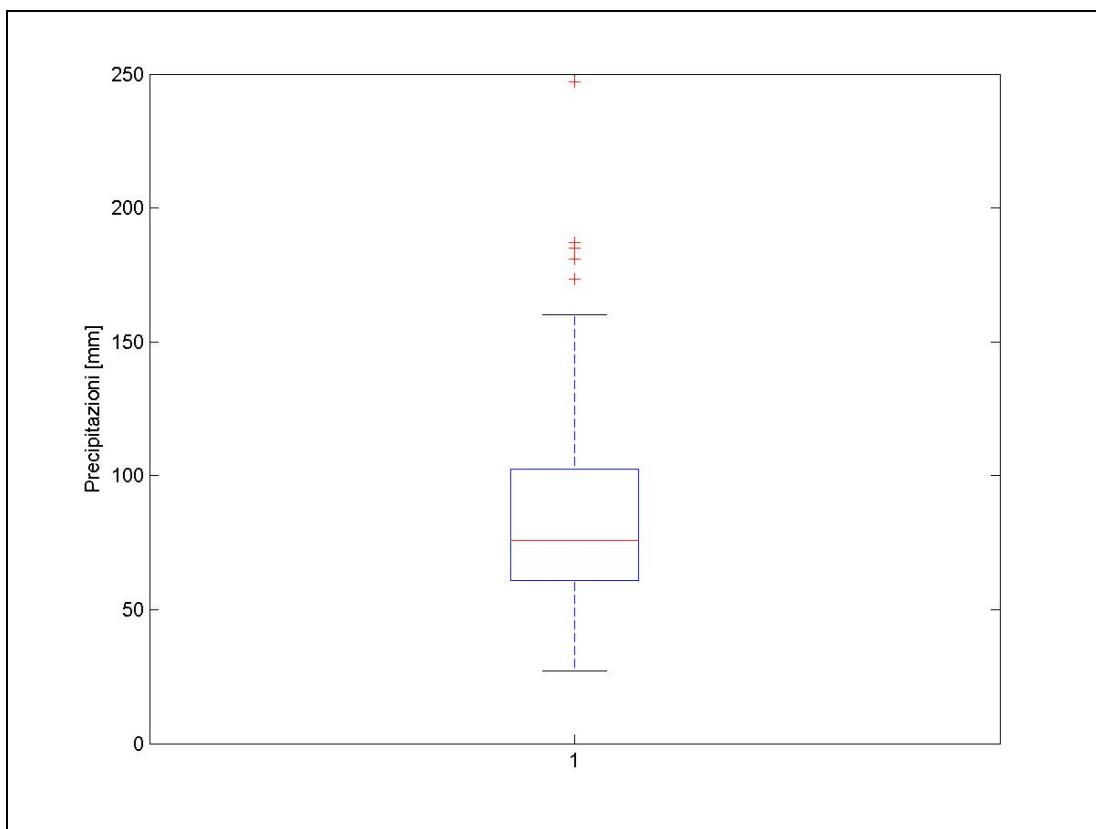


Fig. 2.4 - Rappresentazione Box-Plot della serie.

DISTRIBUZIONE NORMALE E SUE TRASFORMATE

Si consideri la serie storica del massimo annuo dell'altezza di pioggia giornaliera (stazione di Usseglio). Per fini di determinazione del valore di progetto si ipotizzi di rappresentare statisticamente questo campione con una trasformata della Normale (relazione *Box-Cox*: $z = x^\lambda$). A tale scopo:

1. Si stimi il parametro λ che consente di ottenere asimmetria (Ca) nulla del campione trasformato z , utilizzando l'opportuno diagramma nel piano di coordinate (λ, Ca).
2. Si verifichi la normalità del campione trasformato z sulla carta probabilistica normale.
3. Si rappresentino su un piano cartesiano le curve di probabilità cumulata della distribuzione normale, lognormale e di Box-Cox (selezionata al passo precedente) calcolando i parametri sul campione trasformato. Alle curve si sovrappongano i dati del campione dei massimi annui dell'altezza di pioggia giornaliera ad Usseglio usando la *plotting position* di Weibull $F(x_i) = \frac{i}{N+1}$.
4. Si determinino i valori 'di progetto' corrispondenti al periodo di ritorno $T=50$ anni utilizzando le tre curve (anche per via grafica).

1. Come visto nella precedente esercitazione, i dati della serie storica di Usseglio non seguono l'andamento della legge normale; per superare questo inconveniente si è

pensato di trasformare il campione attraverso la relazione *Box-Cox* ($z = x^\lambda$), in modo da cercare di riportarci al modello gaussiano. Per stimare il parametro λ più opportuno si è costruito un vettore λ che si estende da 0 a 1 con un passo di 0.1, lo si è utilizzato come esponente dei dati originari ottenendo così le varie trasformate; per ognuna di esse si è calcolata la corrispondente asimmetria (Ca). Sapendo che la distribuzione normale è caratterizzata da asimmetria nulla, si è cercato il λ che consente l'annullamento di Ca; poiché da fig 3.1 si nota che non esiste alcun λ positivo che soddisfi questa condizione, si è deciso di utilizzare il minimo λ positivo considerato corrispondente alla minor Ca, ovvero $\lambda = 0.1$.

L'asimmetria evidenziata nella precedente esercitazione viene confermata dal fatto che assumendo λ nullo si ottiene una Ca ancora più piccola quindi il campione è più simile a una log-normale ($\lambda = 0$) che non a una gaussiana.

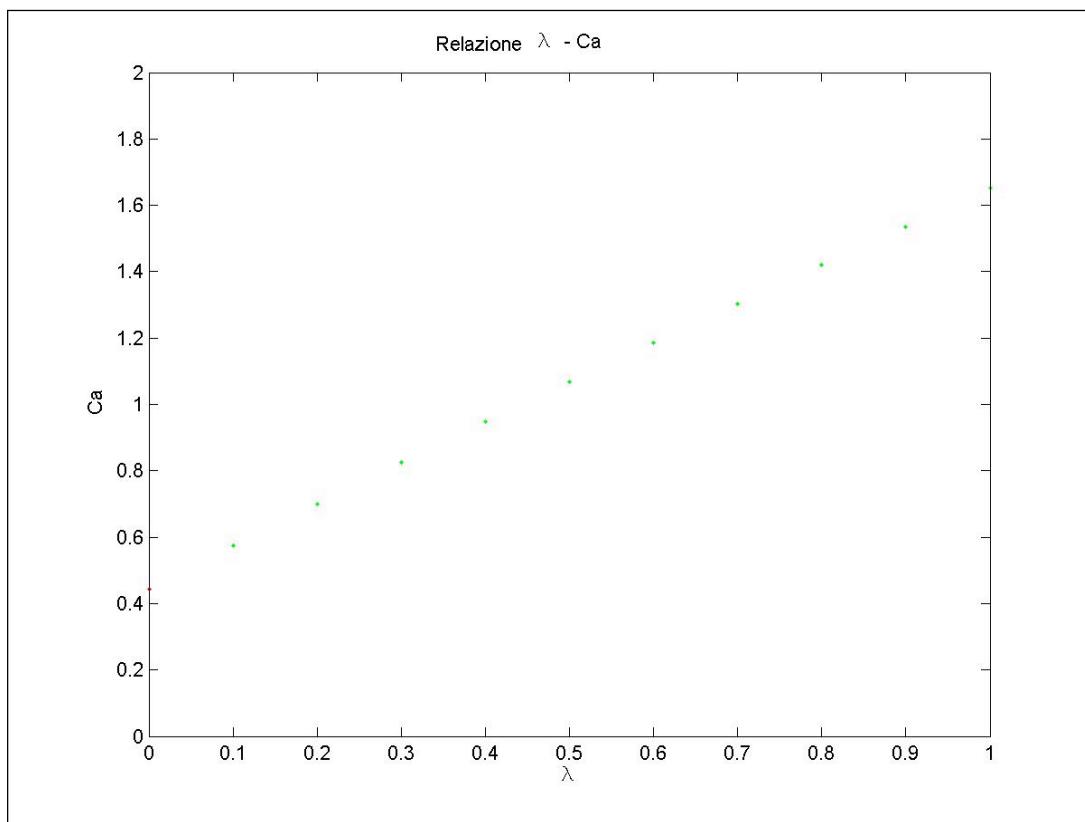


Fig. 3.1 - Relazione tra l'esponente della Box-Cox e il coefficiente di asimmetria (Ca) del campione trasformato. In rosso è riportato Ca relativo alla trasformata log-normale del campione originario ($\lambda=0$).

2. È possibile valutare l'attitudine di una data legge probabilistica, nel caso in esame la normale, a modellizzare le osservazioni disponibili attraverso l'uso delle carte probabilistiche.

Queste carte speciali hanno gli assi deformati in modo da raffigurare sotto forma di retta la curva di probabilità di un certo tipo: nella carta probabilistica normale, ad esempio, un campione appartenente ad una distribuzione normale, disporrà la propria frequenza cumulata(approssimazione della probabilità del campione)secondo una retta, rappresentante la relazione di definizione della variabile ridotta. Il vantaggio nell'utilizzo di questo tipo di rappresentazione consiste nel capire, prima di stimarne i parametri, se la distribuzione scelta, cui la carta si riferisce, è adatta ad interpretare i dati; qualora l'allineamento non risulti soddisfacente si prende in considerazione un altro tipo di legge probabilistica.

Si sono quindi rappresentati i dati trasformati secondo la *Box-Cox* di parametro $\lambda = 0.1$ sulla carta probabilistica normale, relativa ad una gaussiana di media e varianza pari a quelle del campione trasformato; a tal fine è stato necessario calcolarne la frequenza cumulata. La carta probabilistica della distribuzione normale, poiché la distribuzione è illimitata superiormente, non permette di rappresentare il valore 1 di $F(u)$, ovvero il valore corrispondente alla più grande delle osservazioni; per ovviare a questo inconveniente, per il calcolo della frequenza cumulata si è utilizzata l'espressione proposta da *Weibull*:

$$F(x_i) = \frac{i}{N + 1}$$

Come si può notare dalle figg.3.2 e 3.3 il campione trasformato segue molto di più la legge normale di quanto non facciano i dati originari, anche se le code, cioè i valori più bassi e quelli più alti, si discostano abbastanza dal modello.

Per verificare che assumendo l' esponente della *Box-Cox* più basso tra quelli considerati si riesce ad ottenere un andamento più simile ad una gaussiana, in base alle considerazioni esposte al punto precedente, si sono confrontate le figg. 3.3 e 3.4 e si è accettata l'ipotesi di $\lambda = 0.1$.

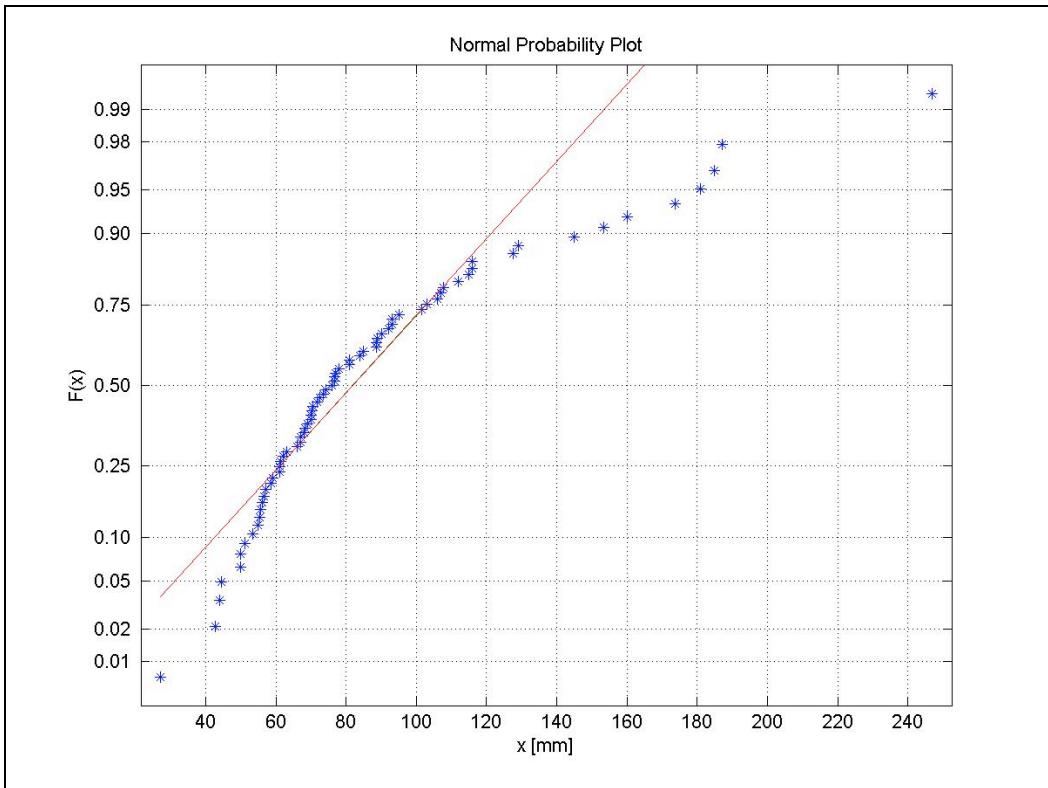


Fig. 3.2 – Dati originari su carta probabilistica normale

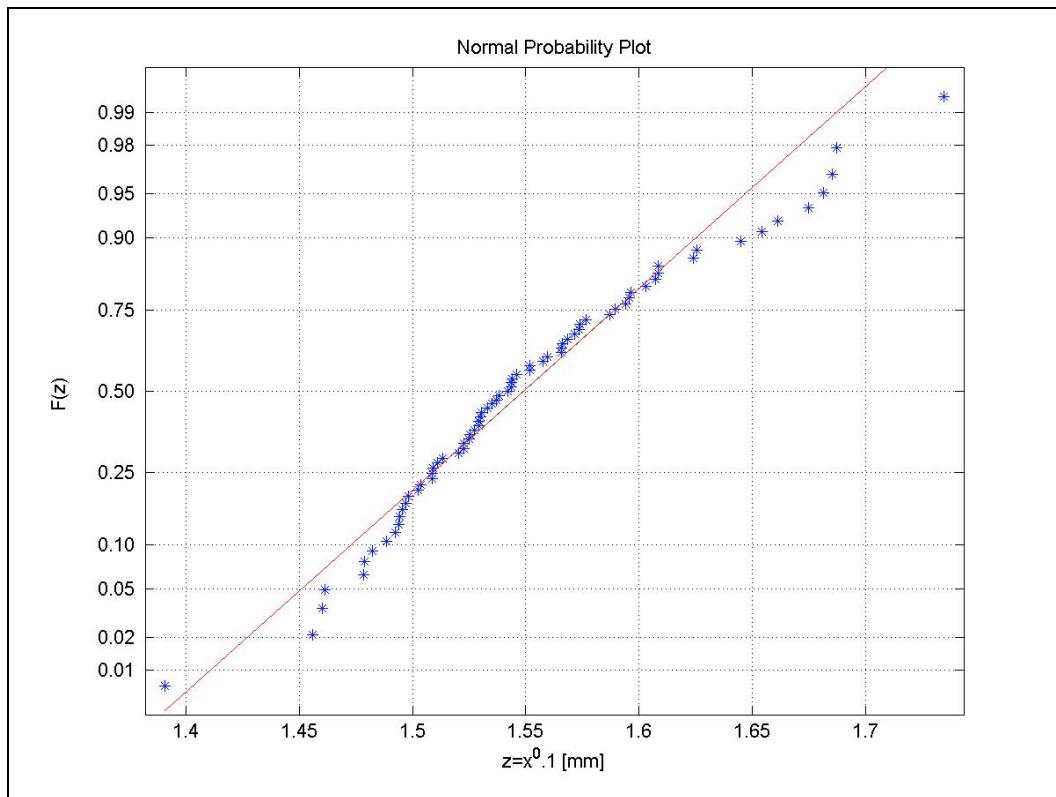


Fig. 3.3 - Box-Cox di parametro $l=0,1$ su carta probabilistica normale

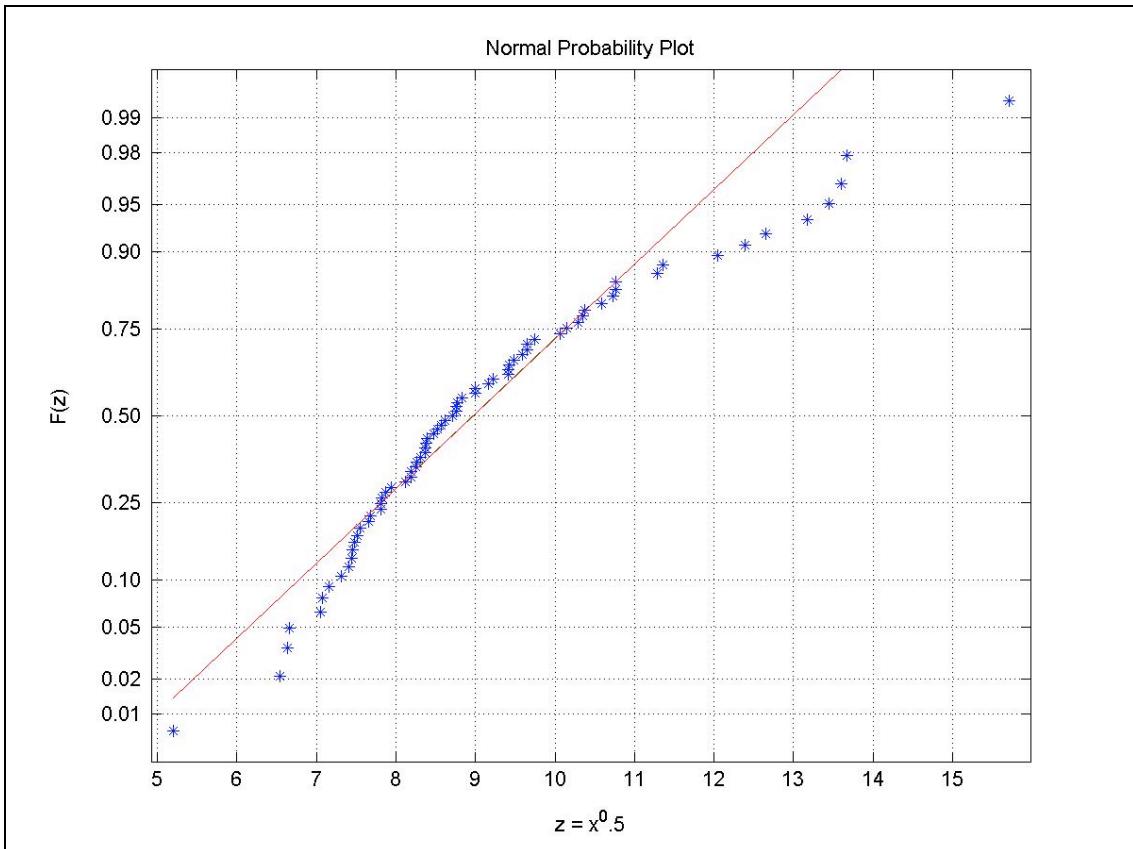


Fig.3.4 - Box-Cox di parametro $l=0,5$ su carta probabilistica normale

3. Dalla fig. 3.5 emerge chiaramente quanto osservato in precedenza: il campione non è distribuito secondo una normale e anche la trasformata *Box-Cox* del campione ha un andamento molto più simile a quello della log-normale, costruita in base ai parametri del campione, che non alla gaussiana; si può quindi pensare di usare per la modellazione la distribuzione log-normale che bene approssima il campione trasformato secondo la *Box-Cox*. È necessario, tuttavia, osservare che i valori maggiori del campione(approssimativamente a partire da $x=120$ mm) si discostano anche dalla log-normale. Sarà, di conseguenza, necessaria una distribuzione dei massimi valori per una corretta rappresentazione dei dati.

Da un confronto tra le figure 3.2 e 3.5 si nota, inoltre, come sia più facile vedere se i dati si discostano dal modello ipotizzato tramite una carta probabilistica che non utilizzando le curve delle frequenze cumulate. A tal proposito si osservi l'ultimo punto del campione: piuttosto vicino alla curva di frequenza cumulata normale, si discosta invece notevolmente da questa distribuzione se rappresentato in carta probabilistica.

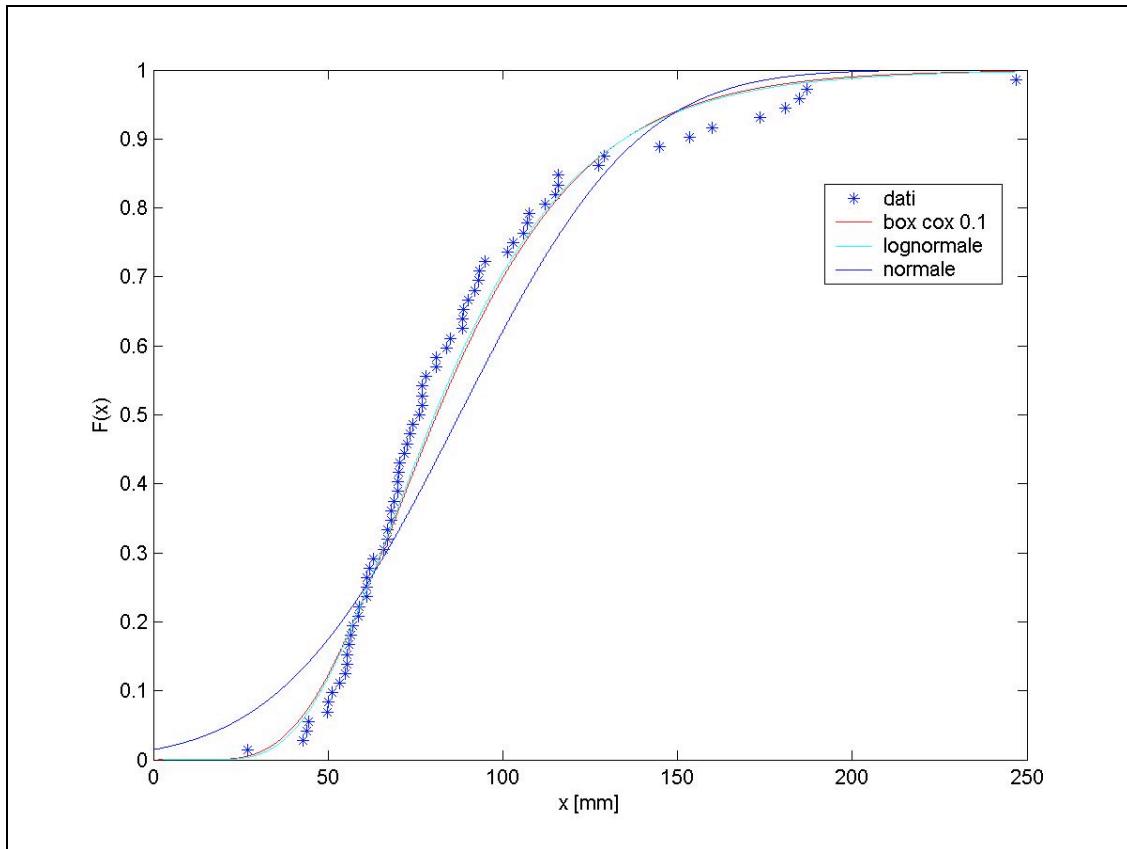


Fig.3.5 - Curve di probabilità cumulata della distribuzione normale (blu), lognormale (ciano), di Box-Cox (rosso) e dei dati originari (asterischi).

4. In base all'elaborazione dei dati eseguita, è stato possibile determinare i valori di progetto corrispondenti ad un tempo di ritorno $T = 50$ anni (vedi tab.3.1), equivalente ad una probabilità di non superamento F del 98% (vedi fig.3.6), secondo la relazione:

$$F = \frac{T-1}{T}$$

Tab.3.1 – Valori di progetto calcolati in base alle diverse distribuzioni per $T = 50$ anni.

DISTRIBUZIONE	VALORE DI PROGETTO [mm]
NORMALE	170
LOG-NORMALE	184
Box-Cox	181

Si può quindi concludere che la scelta di una distribuzione normale per modellare i dati sarebbe stata meno cautelativa: a parità di periodo di ritorno T la precipitazione considerata con una log-normale supera il valore di progetto della normale; l'utilizzo della Box-Cox avrebbe, invece, consentito di ottenere un valore simile.

Si riscontra, tuttavia, che i tratti di curva in corrispondenza del valore F di progetto si discostano notevolmente dall'andamento reale desunto dai dati. Questo fatto conferma ulteriormente che per l'analisi degli eventi estremi è auspicabile scegliere una distribuzione tipo diversa.

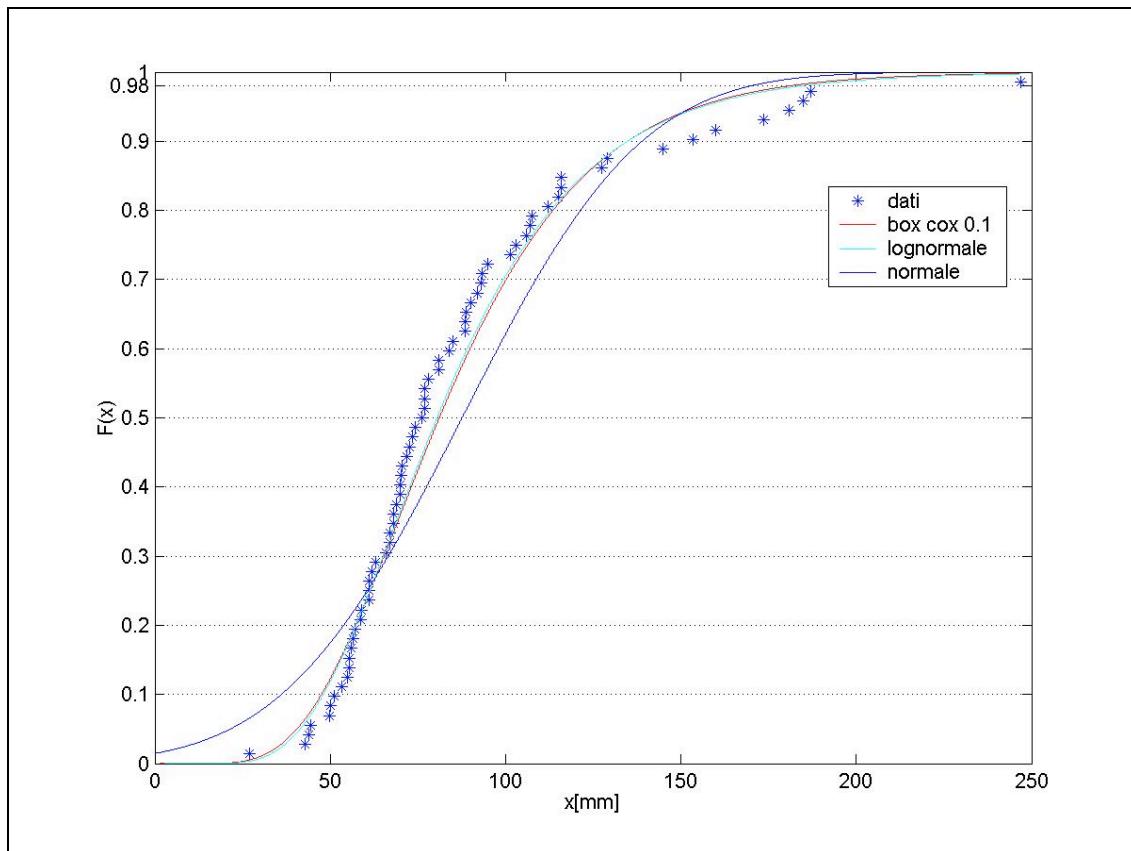


Fig.3.6 – Valori di progetto per $T = 50$.

CARATTERISTICHE MORFOMETRICHE DI UN BACINO IDROGRAFICO

Con riferimento al bacino della Stura di Lanzo chiusa a Lanzo, a partire modello digitale del terreno a maglie quadrate di 50m di lato, dovranno essere identificati la **linea di spartiacque** ed il **reticolo idrografico**, riportando entrambi in una corografia.

Si proceda poi alle seguenti operazioni:

1. Determinazione dell'area del bacino
2. Tracciamento della curva ipsografica/ipsometrica del bacino
3. Calcolo della quota media, massima e minima (con Matlab)
4. Tracciamento del profilo longitudinale dell'asta principale
5. Determinazione della pendenza media dell'asta principale
6. Classificazione secondo Horton-Strahler del reticolo idrografico
7. Calcolo del rapporto di biforcazione
8. Calcolo della densità di drenaggio

Proiezione	UTM
Zona	32
Datum	ED50
Ellissoide	Internazionale
Nord (y max)	5033400
Sud (y min)	5001250
Ovest (x min)	346100
Est (x max)	383950
Dimensione cella (risoluzione DEM)	50 m
Stazione idrometrica	Stura di Lanzo a Lanzo
Compartimento	PO
Coordinate sezione di chiusura	
x (UTM32)	380907
y (UTM32)	5014111

Tab.1.1 – Caratteristiche del DEM assegnato.

1. Avvalendosi del software *Catchment Sim*, si è determinato il reticolo idrografico nella zona di interesse. Sfruttando il DEM fornito, il programma riconosce gli

spartiacque superficiali delimitando così l'area del bacino della Stura con sezione di chiusura assegnata a Lanzo e successivamente calcolandone l'estensione.

$$\text{Area} = 580695000 \text{ m}^2$$

2. La **curva ipsografica** è il luogo dei punti corrispondente alle aree al di sopra delle varie quote del bacino considerate. Ogni punto appartenente alla curva ha come ordinata un valore di quota z_i e come ascissa la superficie parziale A_i del bacino a quota superiore a quella considerata.

- $z = z_{\max} : A = 0$;
- $z = z_{\min} : A = A_{\text{bacino}}$.

Utilizzando la definizione, è stata costruita la curva ipsografica con il programma Matlab attraverso la creazione di opportuni filtri.

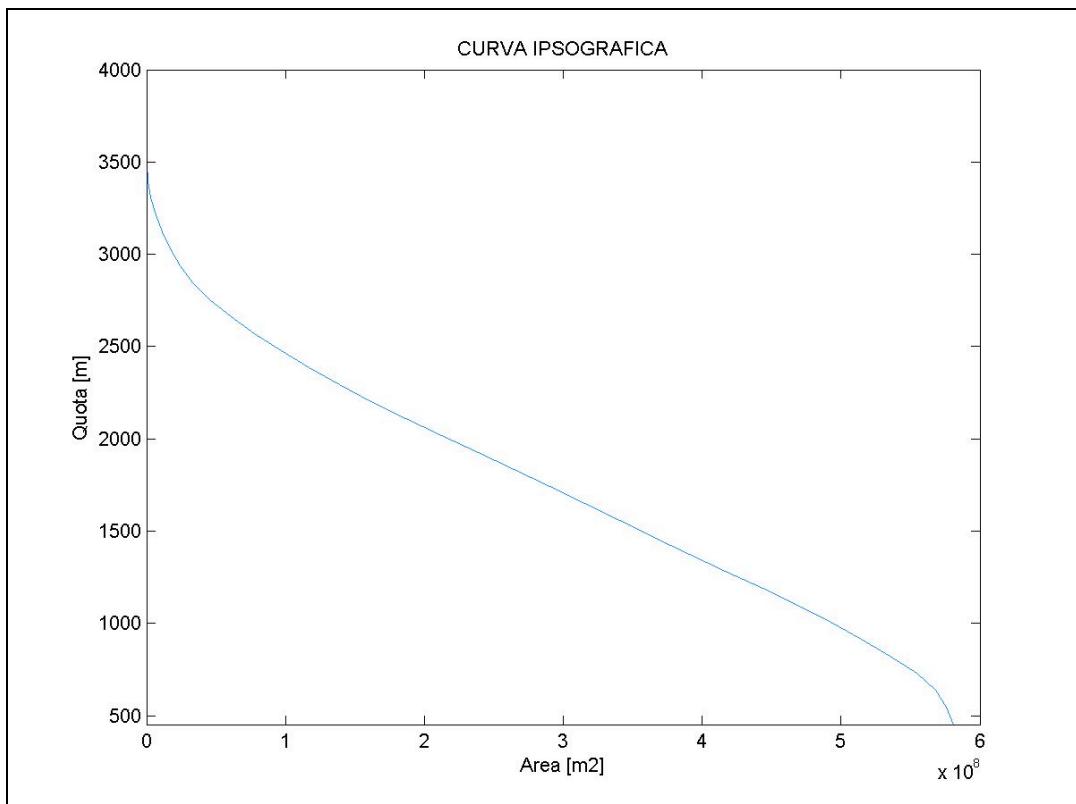


Fig. 1.1- Curva ipsografica del bacino della Stura chiuso a Lanzo

Per poter confrontare le caratteristiche morfometriche di bacini diversi è però necessario disporre di curve adimensionalizzate. La **curva ipsometrica** (ipsografica

adimensionalizzata) conserva la forma dell'ipsografica ma le ascisse e le ordinate sono espresse come percentuali rispettivamente dell'area totale del bacino e della quota relativa $\zeta = \frac{(z_i - z_{\min})}{(z_{\max} - z_{\min})}$.

Questa curva è stata restituita automaticamente dal programma *Catchment Sim* e permette di riconoscere in quale stadio di evoluzione (giovanile, maturo e senile) si trovi il bacino.

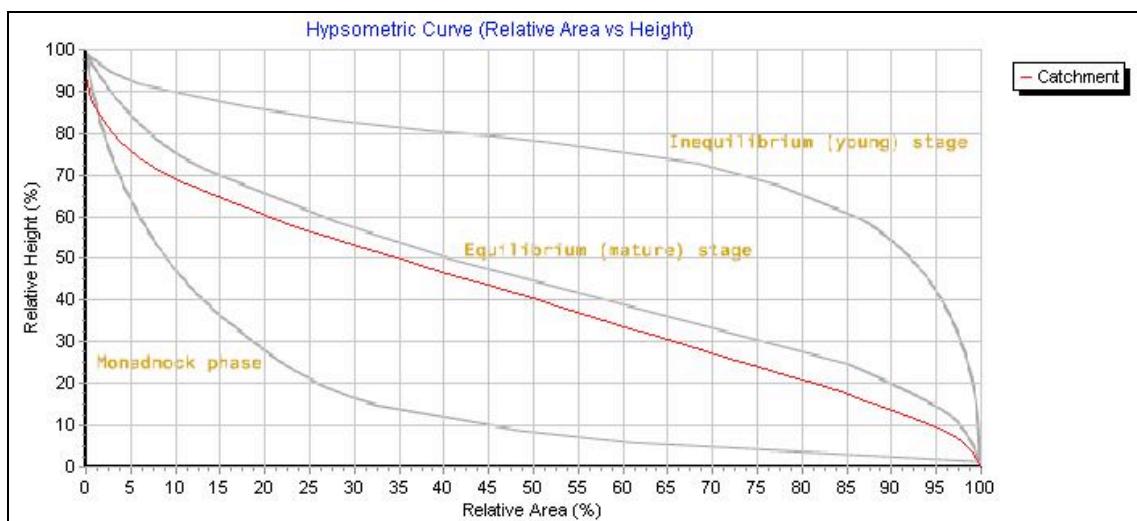


Fig. 1.2 - Curva ipsometrica del bacino della Stura chiuso a Lanzo

Si osserva, così, come il bacino oggetto di studio si trovi in una fase matura, con tendenza allo stadio senile.

3. Attraverso alcune elaborazioni del DEM fornito, con l'ausilio di Matlab sono stati ricavati i seguenti valori:

Quota minima	452 m
Quota media	1802.9 m
Quota massima	3674 m

4. Dopo alcuni tentativi si è stabilito che l'asta principale, ovvero a maggior distanza dalla sezione di chiusura, è quella che ha origine nella zona più ad ovest del bacino e

scorre nell'area meridionale del bacino. In fig. 1.3 si restituisce il profilo longitudinale dell'asta.

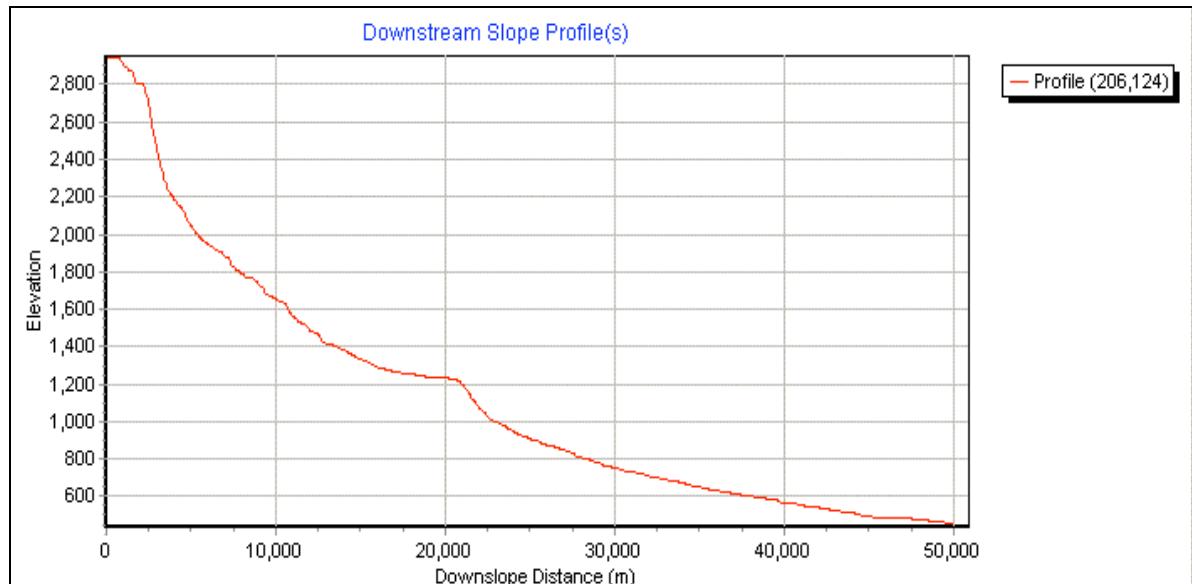


Fig. 1.3- Profilo longitudinale dell'asta principale.

Dalla fig.1.3 si evince che avvicinandosi alla sezione di chiusura diminuisce la pendenza perché si passa da zone più montane a zone più pianeggianti.

5. La pendenza media dell'asta principale è stata calcolata su Excel a partire dai valori di distanza dalla sezione di chiusura/quota restituiti da *Catchment Sim*, utilizzando la formula di Taylor-Schwartz che permette di ottenere la pendenza *idraulicamente* media dell'asta principale:

$$i_m = \left(\frac{L}{\sum \frac{l_j}{\sqrt{i_j}}} \right)^2$$

Dove:

- L = lunghezza totale dell'asta principale = 50,9 Km;
- l_j = lunghezza dei singoli tratti in cui si è discretizzata l'asta;
- i_j = pendenza dei singoli tratti in cui si è discretizzata l'asta.

$i_m = 5,8 \%$ corrispondente a $\sim 0,33^\circ$.

Questo valore così basso evidenzia la notevole influenza delle pendenze dei tratti appartenenti al basso bacino.

Dall'analisi dei valori di distanza dalla sezione di chiusura/quota restituiti da *Catchment Sim* è però emerso che il programma a volte commette degli errori, restituendo quote minori della stessa sezione di chiusura, nonostante il bacino sia stato delimitato indicando al software la sezione di chiusura. Eliminando i tratti a quota minore della quota minima tuttavia si è ottenuto lo stesso valore di pendenza, a causa della numerosità dei dati.

Per dimostrare che la pendenza media calcolata con Taylor – Schwartz, formula scientificamente più corretta, differisce dalla media pesata delle pendenze dei singoli tratti, si è provveduto a calcolare anche quest'ultima:

$i_m = 4,9 \%$ corrispondente a $\sim 2,8^\circ$.

che si è vista coincidere con la pendenza calcolata come rapporto tra il massimo dislivello presentato dall'asta principale e la sua lunghezza.

Calcolando, infine, la media lineare delle pendenze si è ottenuto un terzo risultato, che differisce ulteriormente dai precedenti:

$i_m = 16 \%$ corrispondente a $\sim 9^\circ$.

Catchment Sim, inoltre, calcola automaticamente i_m secondo un algoritmo non ben definito, che probabilmente consiste nella media delle massime pendenze di ogni cella appartenente all'asta principale:

$i_m = 2,8 \%$ corrispondente a $\sim 1,6^\circ$.

6. Si è proceduto quindi alla classificazione secondo Horton – Strahler del reticolo idrografico (fig1.4).

Questa classificazione è basata sulle seguenti regole:

- a. Le sorgenti danno origine a canali (o rami) di ordine 1
- b. Quando due canali di ordine i si congiungono, il canale emissario è di ordine $j = i + 1$;
- c. Quando due canali di ordine i e j si uniscono, il canale emissario assume l'ordine maggiore tra i due.

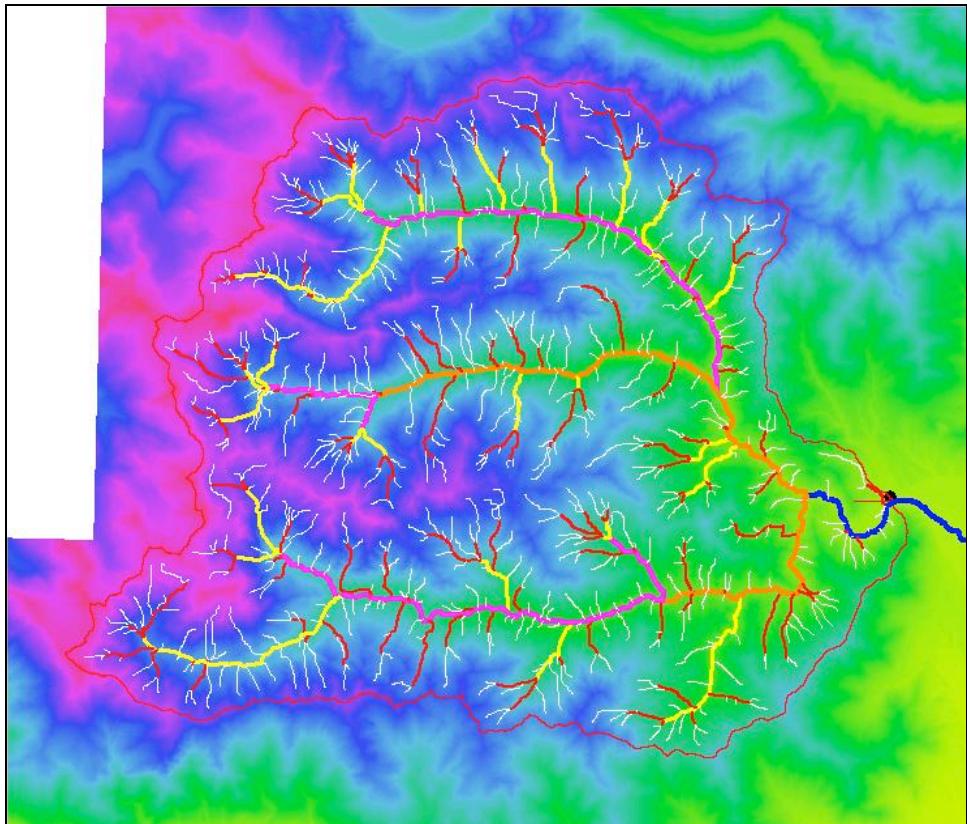


Fig. 1.4 - Classificazione secondo Horton – Strahler del reticolo idrografico.

Il reticolo idrografico è dunque del sesto ordine.

7. Il **rapporto di biforcazione** (dalla prima legge di Horton) è calcolabile tramite la seguente formula, in cui N_i è la numerosità dell'i-esimo ordine di aste:

$$R_b = \frac{N_i}{N_{i+1}}$$

e si mantiene abbastanza costante al variare dell'i-esimo ordine se la rete idrografica è piuttosto regolare. Un metodo per ricavare il rapporto di biforcazione medio del bacino è sfruttare la legge logaritmica:

$$N_{\Omega-i} = R_b^i \rightarrow \log(N_{\Omega-i}) = \log(R_b) \cdot i$$

attraverso un opportuno grafico (fig.1.5):

$$R_b = 3,75$$

Il numero delle aste di ordine i è dunque 3.75 volte il numero di aste di ordine successivo.

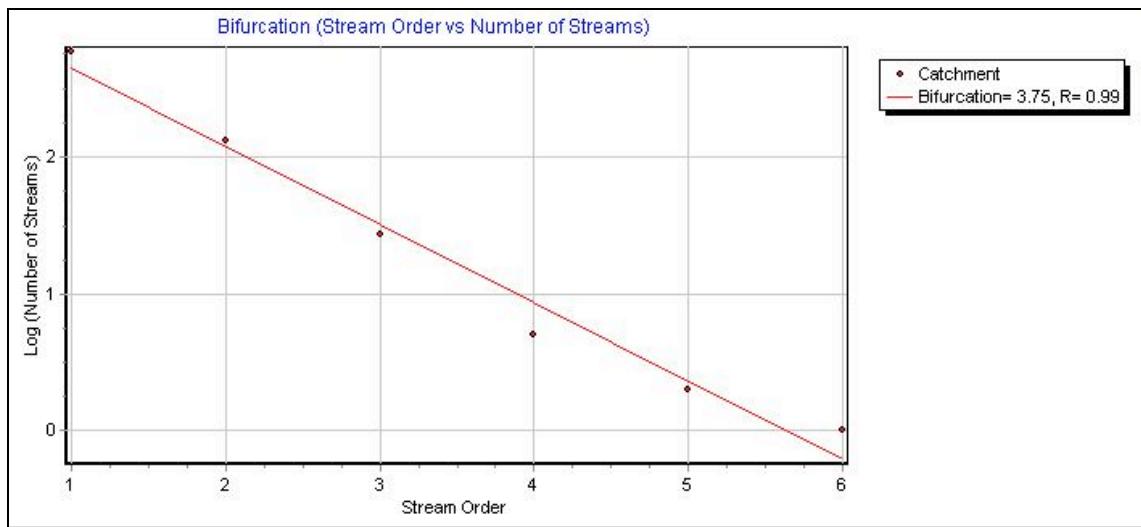


Fig. 1.5 - Rapporto di biforcazione del reticolo idrografico.

Il numero totale di aste, secondo Horton, è invece:

$$\sum_{i=1}^{\Omega} N_i = \frac{R_b^{\Omega} - 1}{R_b - 1} = 1011$$

8. La **densità di drenaggio** è un indice che dà informazioni sulle cause e sugli effetti dei fenomeni idrologici: si presume che ad un'alta densità di drenaggio corrisponda una scarsa, se non nulla, permeabilità della formazione geologica costituente il bacino; inoltre, essa costituisce un fattore peggiorativo delle condizioni di piena (maggiore è la diffusione del flusso canalizzato, minore è il tempo di corrievazione).

$$D = \frac{\sum l_j}{A}$$

dove:

- l_j = lunghezza di ogni asta di qualsiasi ordine;
- A = area.

$$D = 1,4684 \text{ Km}^{-1}$$

ESERCITAZIONE 2

ANALISI ESPLORATIVA DI UNA SERIE DI DATI

Si consideri, per la stazione di Usseglio (TO) la serie storica dei massimi annui della pioggia giornaliera e si effettuino le seguenti operazioni:

1. Tracciamento del diagramma cronologico della serie
2. Tracciamento del diagramma delle frequenze relative di classe:
 - ordinare in senso crescente i valori di x.
 - dividere in k classi di uguale ampiezza l'intervallo $[x_{\min}, x_{\max}]$, con $k = \text{int}(1 + 3.3 \cdot \log(n))$ e $n = \text{numero dati}$.
 - il diagramma corrisponde al numero di dati ricadenti in ciascuna classe diviso per n (stima della densità di probabilità delle x).
3. Tracciamento del diagramma delle frequenze cumulate, facendo corrispondere ad ogni valore di x la i/N ; dove i è la posizione di x nella sequenza ordinata delle x.
Sovrapporre al diagramma delle frequenze l'andamento della funzione di probabilità cumulata normale.
4. Calcolo dei valori centrali e dei momenti campionari: media, mediana, scarto quadratico medio, coefficiente di asimmetria (*skewness*), coefficiente di appiattimento (*Kurtosi*).

media campionaria:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

varianza campionaria:

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$

coefficiente di asimmetria (*skewness*): $\gamma = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^3}{s^3}$

coefficiente di appiattimento (*kurtosi*): $\kappa = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^4}{s^4}$

5. Determinazione dei quartili e rappresentazione Box-Plot della serie.

1. Si è costruito il diagramma cronologico della serie storica dei massimi annui della pioggia giornaliera attraverso Matlab.

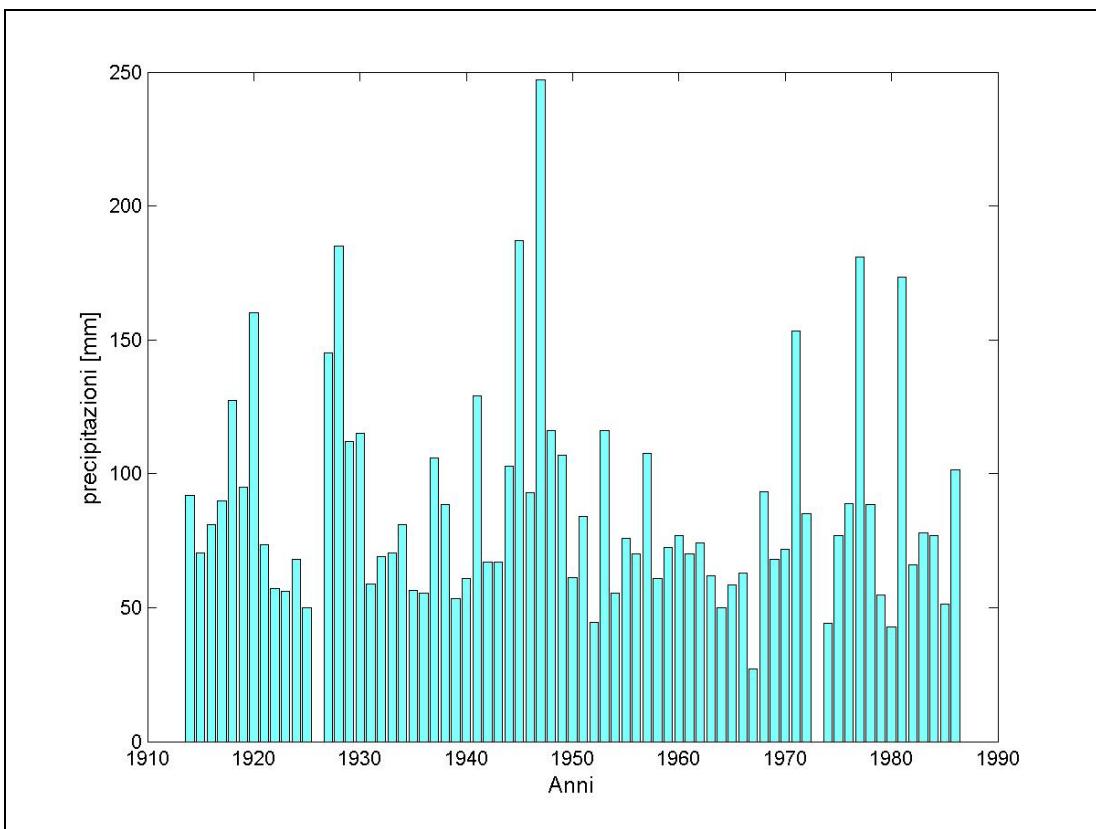


Fig. 2.1-Diagramma cronologico della serie

Le registrazioni in nostro possesso partono dall'anno 1914 e terminano nel 1986, quindi è possibile trattare statisticamente i dati registrati in questo lungo periodo. Dalla figura si nota un massimo assoluto nel 1947 e un minimo assoluto registrato nell'anno 1967. Nel diagramma non compaiono i massimi relativi agli anni 1926 e 1973 perché non a nostra disposizione.

2. Il diagramma delle frequenze relative di classe rappresenta la numerosità di ogni classe, in cui sono stati suddivisi i dati, rapportata alla numerosità totale del campione.

E' necessario suddividere l'ampiezza del campione in diverse classi, il cui numero, per essere significativo, non può essere né troppo basso, né troppo alto (l'istogramma si appiattirebbe troppo); per questo motivo si può utilizzare la relazione suggerita da Sturges che lega le k classi alla numerosità del campione N :

$$k = \text{int}(1+3.3\log N)$$

dove il logaritmo è espresso in base 10.

All’istogramma, che può essere considerato una stima della densità di probabilità, è stato sovrapposto l’andamento della densità di probabilità normale, costruita a partire dalla media e dalla varianza del campione.

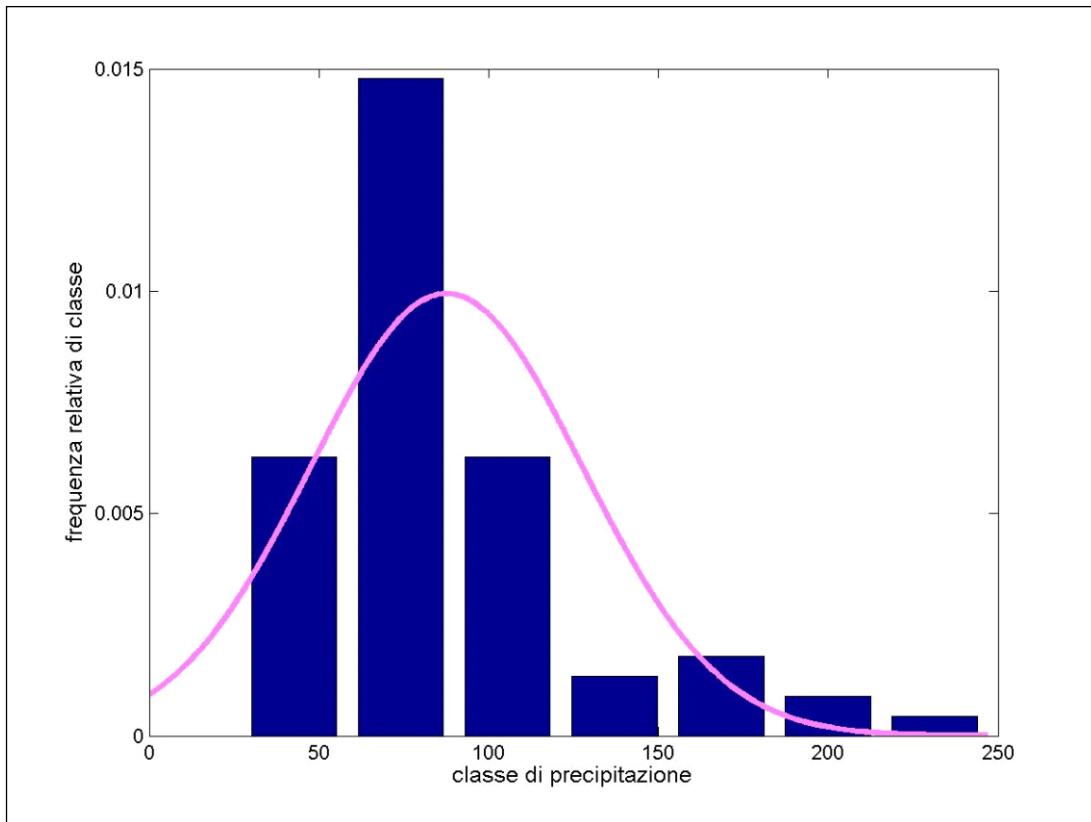


Fig. 2.2 - Iстogramma delle frequenze relative di classe e densità di probabilità normale.

L’istogramma non segue molto bene l’andamento della gaussiana; esso, infatti, presenta una certa asimmetria, con il massimo spostato verso sinistra e più elevato di quello della normale, e potrebbe probabilmente essere meglio approssimato dalla distribuzione log-normale.

3. In fig. 2.3 è stato tracciato il diagramma delle frequenze cumulate campionarie, avvalendosi della seguente formula:

$$F(x_i) = \frac{i}{N}$$

in cui N è la dimensione del campione.

Sovrapponendo la funzione di probabilità cumulata normale, costruita a partire dai momenti del campione, si conferma che il modello normale non risulta essere il più adatto per la modellazione delle osservazioni. Si osserva, in particolare, come nell'intervallo di precipitazione (50,100) mm, in cui i dati risultano più addensati, la frequenza cumulata campionaria superi i corrispettivi valori della cumulata normale, confermando quanto asserito nel punto 2. Nelle code, invece, il modello sovrasta il campione.

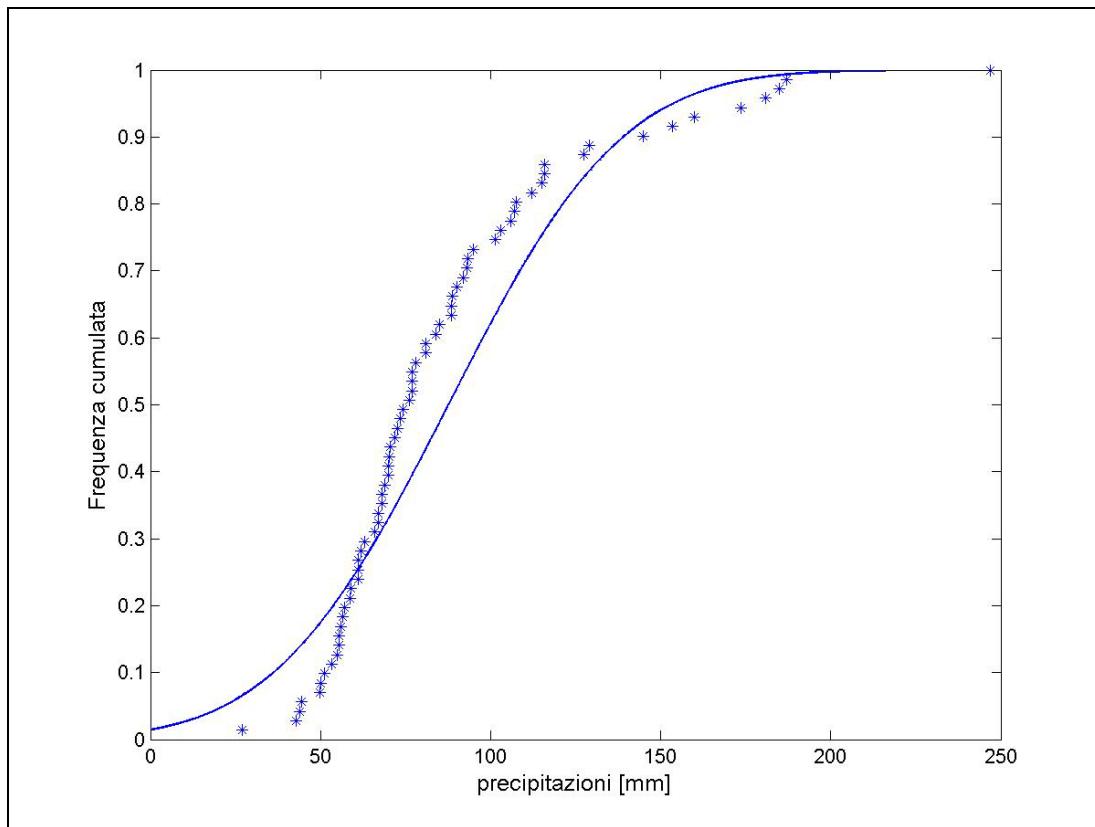


Fig. 2.3 - Frequenze cumulate del campione e funzione di probabilità cumulata normale.

4. Utilizzando gli appositi comandi di Matlab sono stati determinati i valori centrali ed alcuni momenti campionari (tab. 2.1):

Tab.2.1: Valori centrali e momenti campionari

VALORI CENTRALI E MOMENTI CAMPIONARI		
Media	$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$	87.589 mm
Mediana	$\bar{x} : F(\bar{x}) = 0.5$	76 mm
Scarto quadratico medio	$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$	40.125 mm
Coefficienti di asimmetria (skewness)	$\gamma = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^3}{s^3}$	1.6514
Coefficiente di appiattimento (kurtosi)	$\kappa = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^4}{s^4}$	5.993

5. La rappresentazione *box-plot* del campione è un metodo alternativo per rappresentare la frequenza cumulata che permette di visualizzare come si distribuiscono le osservazioni e di trarne alcune conclusioni.

- Limiti del *box*:

- Inferiore: I quartile del campione (dato cui corrisponde la frequenza del 25%): 61.05 mm;
- Linea mediana: II quartile del campione (dato cui corrisponde la frequenza del 50%): 76 mm;
- Superiore: III quartile del campione (dato cui corrisponde la frequenza del 75%): 102.6 mm.

Si nota che il 50% dei dati di precipitazione si attesta sotto i 76 mm, mentre è evidente una certa differenza tra il II e il III quartile a indicare una minore concentrazione di dati rispetto al range I – II quartile, poiché il numero di dati è lo stesso (25%) ma la differenza tra i limiti dell'intervallo è maggiore.

- *Range interquartile*:

$$IQR = X(F=0.75) - X(F=0.25) = 41.55 \text{ mm}$$

- Limiti dei *whiskers*:

- **Inferiore:** in questo caso Matlab ha individuato questo limite come valor minimo della serie delle osservazioni, ovvero 27 mm.
- **Superiore:** è stato posto uguale a $\text{III quartile} + 1.5 * IQR = 164.925 \text{ mm.}$

La figura 2.4 mostra come il range interquartile sia piuttosto limitato rispetto ai baffi; ciò sta a significare che la maggior parte dei dati (il 50%), racchiusa nell’intervallo (61.05; 102.6) mm come precedentemente notato, si discosta dal minimo e dal baffo superiore, che delimita alcuni valori particolarmente elevati, denominati *outliers* e raffigurati con una crocetta. Il massimo, in particolare, risulta molto lontano da tutte le altre osservazioni.

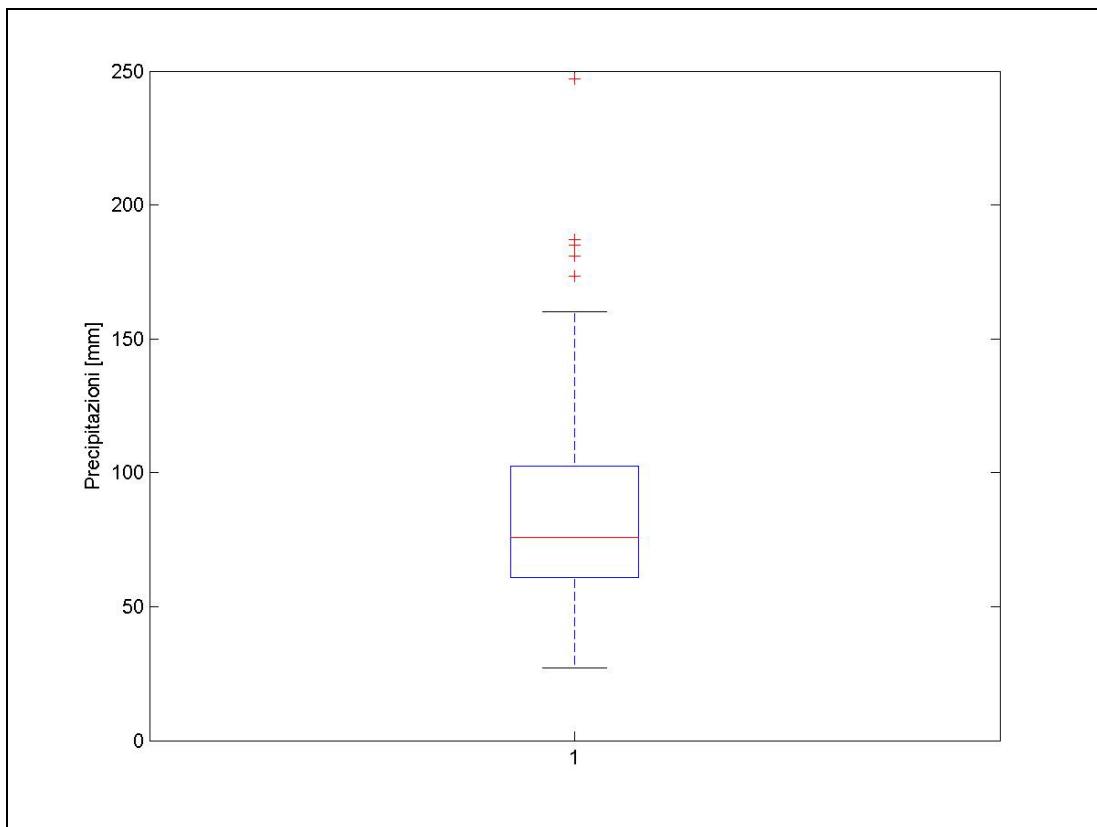


Fig. 2.4 - Rappresentazione Box-Plot della serie.

ESERCITAZIONE 3

DISTRIBUZIONE NORMALE E SUE TRASFORMATE

Si consideri la serie storica del massimo annuo dell'altezza di pioggia giornaliera (stazione di Usseglio). Per fini di determinazione del valore di progetto si ipotizzi di rappresentare statisticamente questo campione con una trasformata della Normale (relazione *Box-Cox*: $z = x^\lambda$). A tale scopo:

1. Si stimi il parametro λ che consente di ottenere asimmetria (*Ca*) nulla del campione trasformato z , utilizzando l'opportuno diagramma nel piano di coordinate (λ, Ca) .
2. Si verifichi la normalità del campione trasformato z sulla carta probabilistica normale.
3. Si rappresentino su un piano cartesiano le curve di probabilità cumulata della distribuzione normale, lognormale e di Box-Cox (selezionata al passo precedente) calcolando i parametri sul campione trasformato. Alle curve si sovrappongano i dati del campione dei massimi annui dell'altezza di pioggia giornaliera ad Usseglio usando la *plotting position* di Weibull $F(x_i) = \frac{i}{N+1}$.
4. Si determinino i valori 'di progetto' corrispondenti al periodo di ritorno $T=50$ anni utilizzando le tre curve (anche per via grafica).

1. Come visto nella precedente esercitazione, i dati della serie storica di Usseglio non seguono l'andamento della legge normale; per superare questo inconveniente si è pensato di trasformare il campione attraverso la relazione *Box-Cox* ($z = x^\lambda$), in modo da cercare di riportarci al modello gaussiano. Per stimare il parametro λ più opportuno si è costruito un vettore λ che si estende da 0 a 1 con un passo di 0.1, lo si è utilizzato come esponente dei dati originari ottenendo così le varie trasformate; per ognuna di esse si è calcolata la corrispondente asimmetria (Ca). Sapendo che la distribuzione normale è caratterizzata da asimmetria nulla, si è cercato il λ che consente l'annullamento di Ca; poiché da fig 3.1 si nota che non esiste alcun λ positivo che soddisfi questa condizione, si è deciso di utilizzare il minimo λ positivo considerato corrispondente alla minor Ca, ovvero $\lambda = 0.1$.

L'asimmetria evidenziata nella precedente esercitazione viene confermata dal fatto che assumendo λ nullo si ottiene una Ca ancora più piccola quindi il campione è più simile a una log-normale ($\lambda = 0$) che non a una gaussiana.

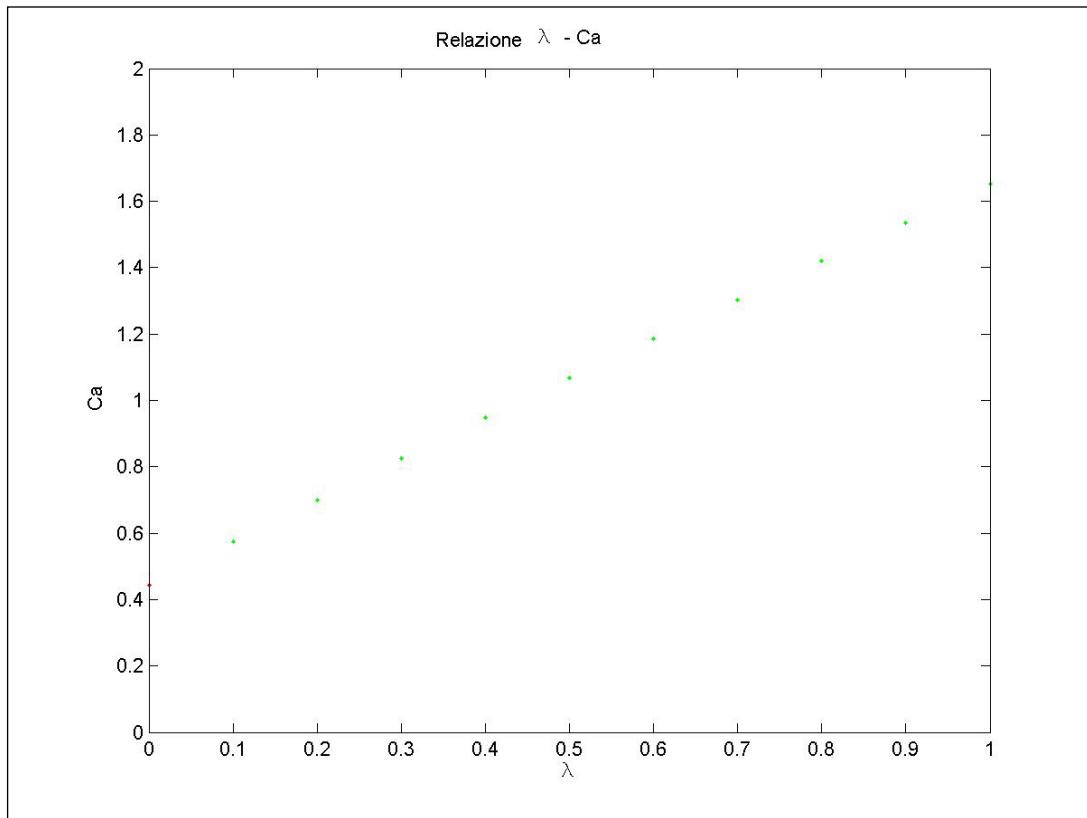


Fig. 3.1 - Relazione tra l'esponente della Box-Cox e il coefficiente di asimmetria (Ca) del campione trasformato. In rosso è riportato Ca relativo alla trasformata log-normale del campione originario ($\lambda=0$).

2. È possibile valutare l'attitudine di una data legge probabilistica, nel caso in esame la normale, a modellizzare le osservazioni disponibili attraverso l'uso delle carte probabilistiche.

Queste carte speciali hanno gli assi deformati in modo da raffigurare sotto forma di retta la curva di probabilità di un certo tipo: nella carta probabilistica normale, ad esempio, un campione appartenente ad una distribuzione normale, disporrà la propria frequenza cumulata(approssimazione della probabilità del campione)secondo una retta, rappresentante la relazione di definizione della variabile ridotta. Il vantaggio nell'utilizzo di questo tipo di rappresentazione consiste nel capire, prima di stimarne i parametri, se la distribuzione scelta, cui la carta si riferisce, è adatta ad interpretare i dati; qualora l'allineamento non risulti soddisfacente si prende in considerazione un altro tipo di legge probabilistica.

Si sono quindi rappresentati i dati trasformati secondo la *Box-Cox* di parametro $\lambda = 0.1$ sulla carta probabilistica normale, relativa ad una gaussiana di media e varianza pari a quelle del campione trasformato; a tal fine è stato necessario calcolarne la frequenza cumulata. La carta probabilistica della distribuzione normale, poiché la distribuzione è illimitata superiormente, non permette di rappresentare il valore 1 di $F(u)$, ovvero il valore corrispondente alla più grande delle osservazioni; per ovviare a questo inconveniente, per il calcolo della frequenza cumulata si è utilizzata l'espressione proposta da *Weibull*:

$$F(x_i) = \frac{i}{N + 1}$$

Come si può notare dalle figg.3.2 e 3.3 il campione trasformato segue molto di più la legge normale di quanto non facciano i dati originari, anche se le code, cioè i valori più bassi e quelli più alti, si discostano abbastanza dal modello.

Per verificare che assumendo l' esponente della *Box-Cox* più basso tra quelli considerati si riesce ad ottenere un andamento più simile ad una gaussiana, in base alle considerazioni esposte al punto precedente, si sono confrontate le figg. 3.3 e 3.4 e si è accettata l'ipotesi di $\lambda = 0.1$.

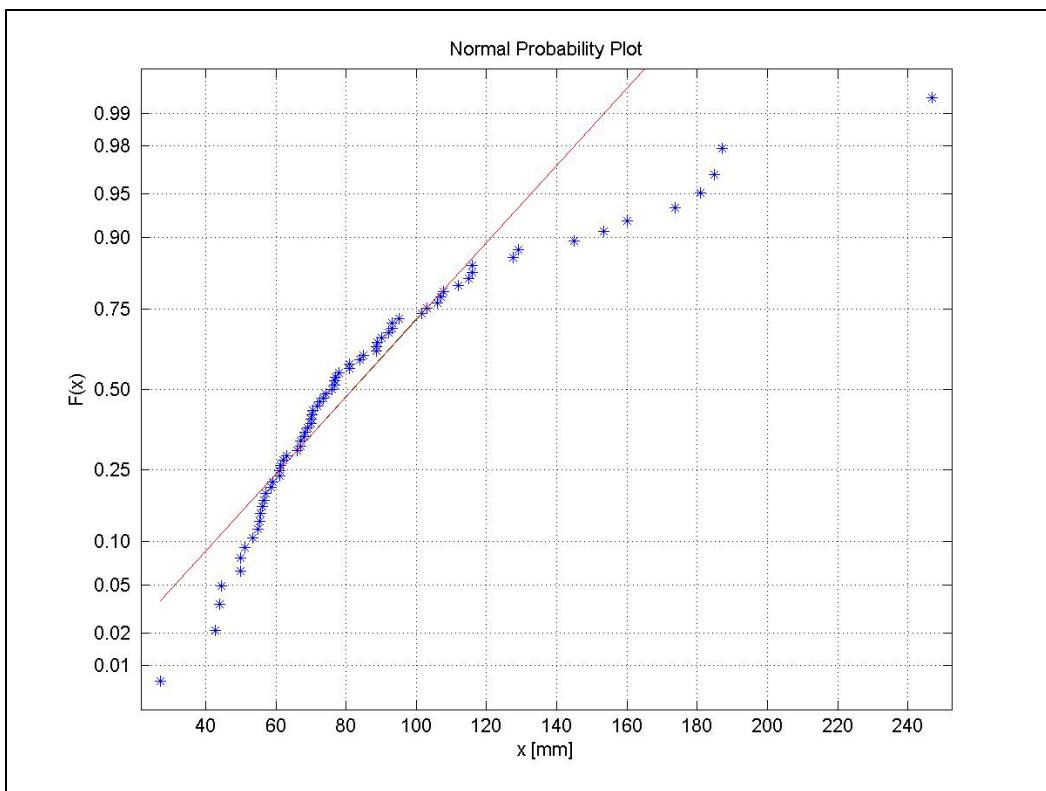


Fig. 3.2 – Dati originari su carta probabilistica normale

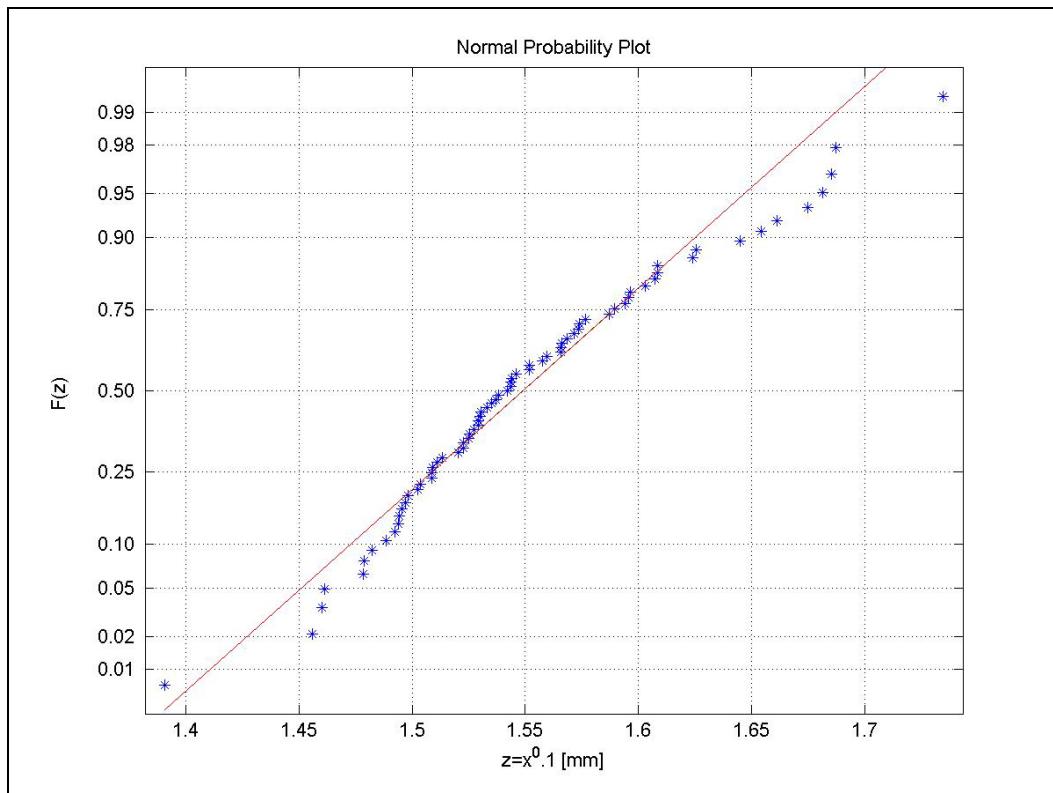


Fig. 3.3 - Box-Cox di parametro $\lambda = 0,1$ su carta probabilistica normale

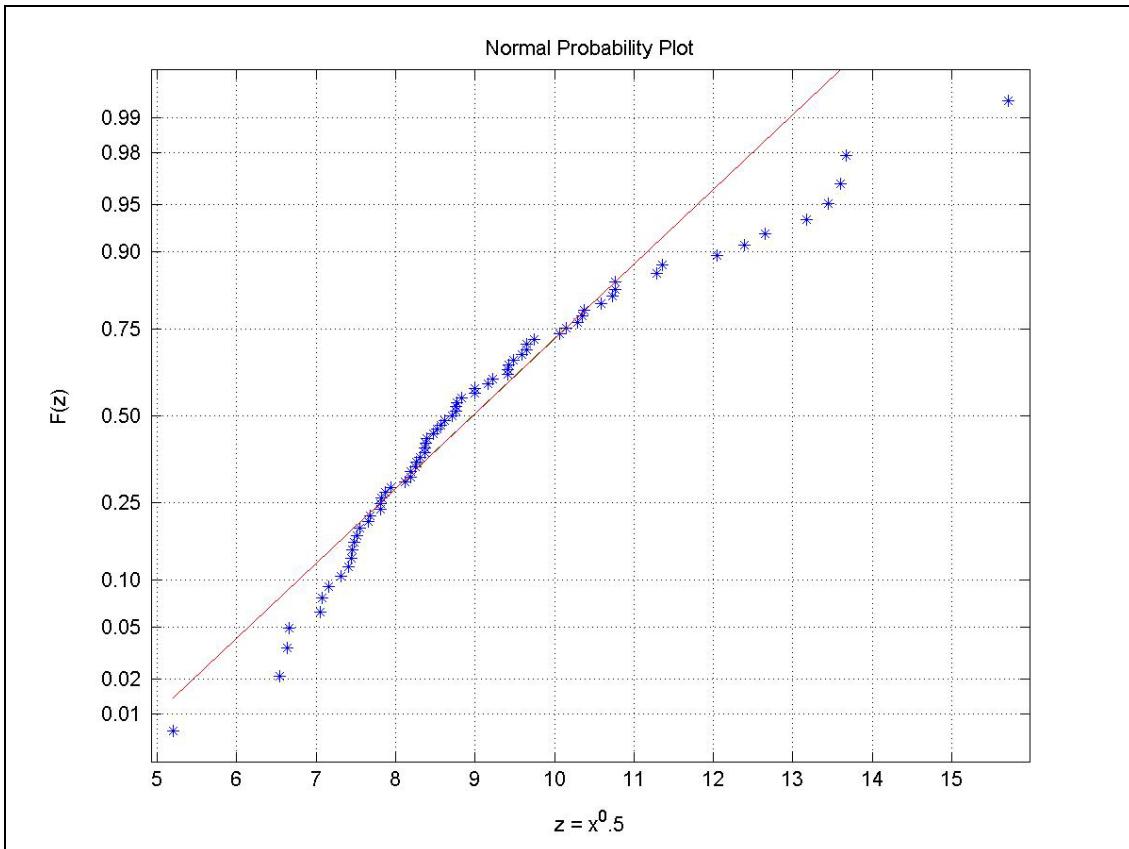


Fig.3.4 - Box-Cox di parametro $\lambda = 0,5$ su carta probabilistica normale

3. Dalla fig. 3.5 emerge chiaramente quanto osservato in precedenza: il campione non è distribuito secondo una normale e anche la trasformata Box-Cox del campione ha un andamento molto più simile a quello della log-normale, costruita in base ai parametri del campione, che non alla gaussiana; si può quindi pensare di usare per la modellazione la distribuzione log-normale che bene approssima il campione trasformato secondo la Box-Cox. È necessario, tuttavia, osservare che i valori maggiori del campione (approssimativamente a partire da $x=120$ mm) si discostano anche dalla log-normale. Sarà, di conseguenza, necessaria una distribuzione dei massimi valori per una corretta rappresentazione dei dati.

Da un confronto tra le figure 3.2 e 3.5 si nota, inoltre, come sia più facile vedere se i dati si discostano dal modello ipotizzato tramite una carta probabilistica che non utilizzando le curve delle frequenze cumulate. A tal proposito si osservi l'ultimo punto del campione: piuttosto vicino alla curva di frequenza cumulata normale, si discosta invece notevolmente da questa distribuzione se rappresentato in carta probabilistica.

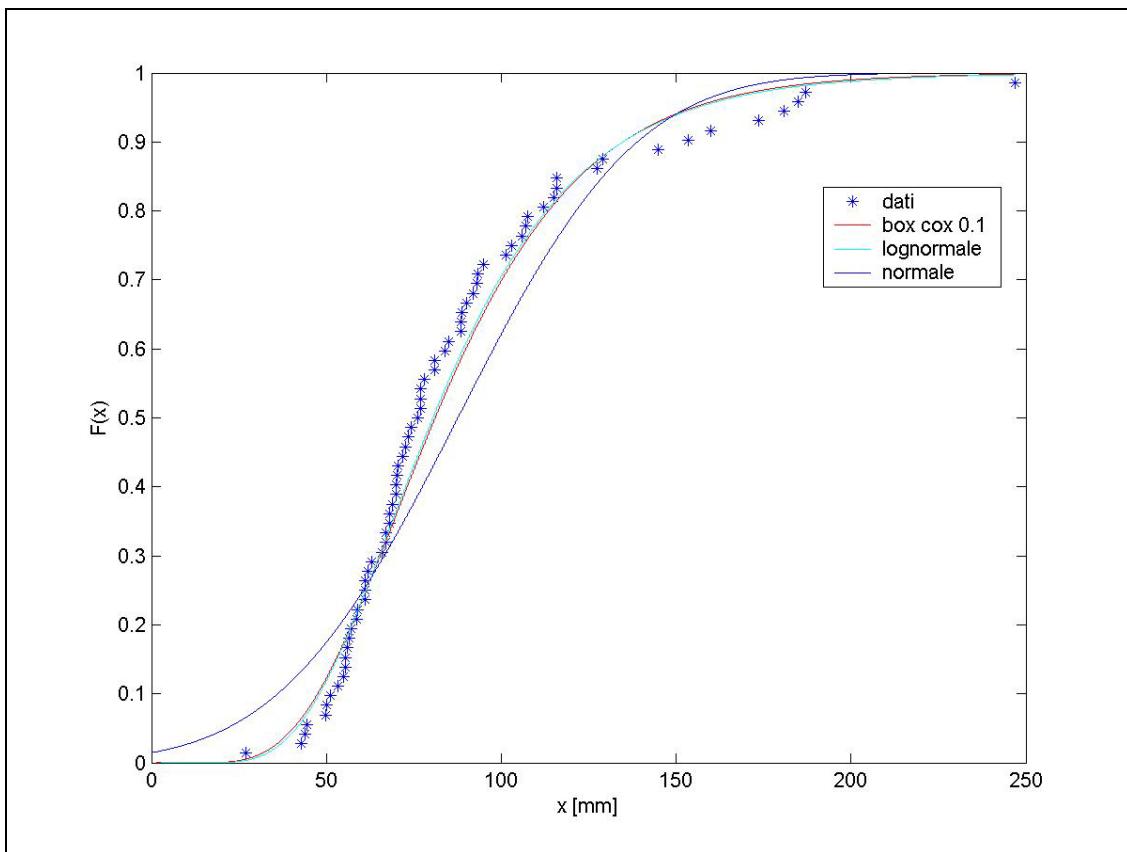


Fig.3.5 - Curve di probabilità cumulata della distribuzione normale (blu), lognormale (ciano), di Box-Cox (rosso) e dei dati originari (asterischi).

4. In base all'elaborazione dei dati eseguita, è stato possibile determinare i valori di progetto corrispondenti ad un tempo di ritorno $T = 50$ anni (vedi tab.3.1), equivalente ad una probabilità di non superamento F del 98% (vedi fig.3.6), secondo la relazione:

$$F = \frac{T-1}{T}$$

Tab.3.1 – Valori di progetto calcolati in base alle diverse distribuzioni per $T = 50$ anni.

DISTRIBUZIONE	VALORE DI PROGETTO [mm]
NORMALE	170
LOG-NORMALE	184
Box-Cox	181

Si può quindi concludere che la scelta di una distribuzione normale per modellare i dati sarebbe stata meno cautelativa: a parità di periodo di ritorno T la precipitazione considerata con una log-normale supera il valore di progetto della normale; l'utilizzo della Box-Cox avrebbe, invece, consentito di ottenere un valore simile.

Si riscontra, tuttavia, che i tratti di curva in corrispondenza del valore F di progetto si discostano notevolmente dall'andamento reale desunto dai dati. Questo fatto conferma ulteriormente che per l'analisi degli eventi estremi è auspicabile scegliere una distribuzione tipo diversa.

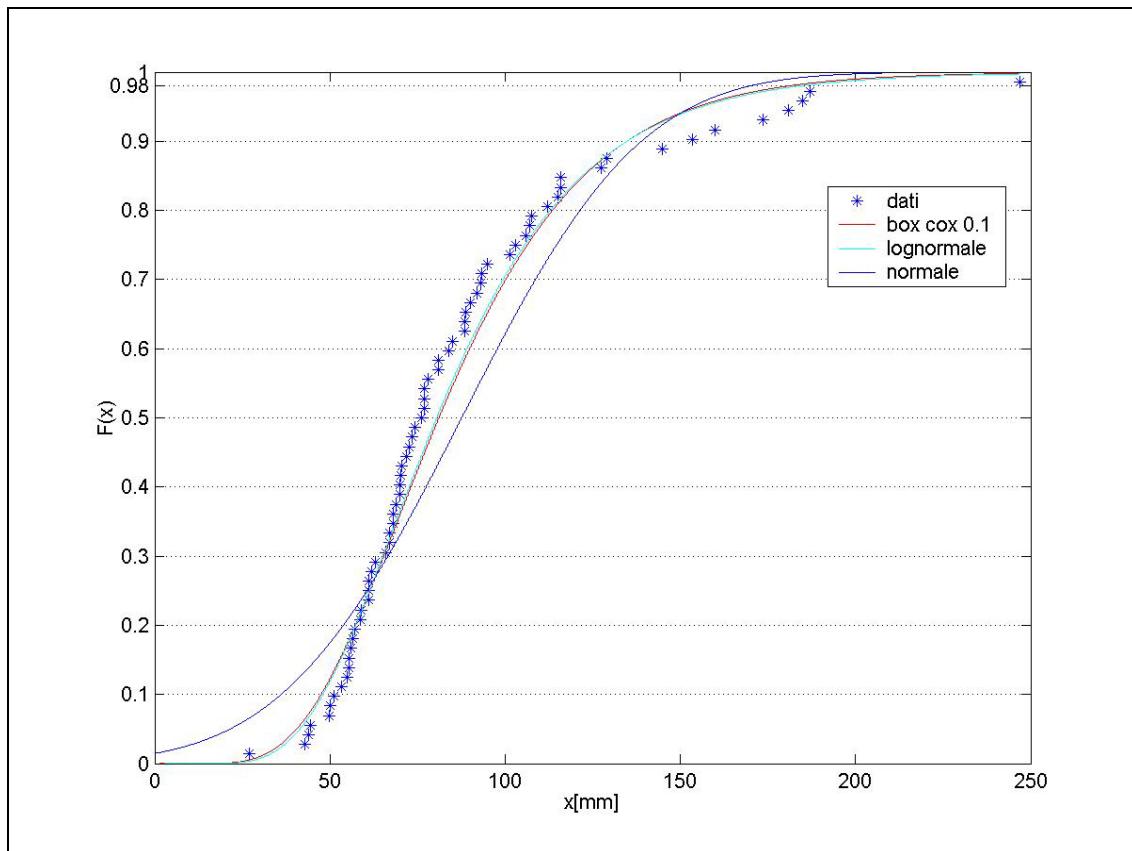


Fig.3.6 – Valori di progetto per $T = 50$.

ESERCITAZIONE 4

COSTRUZIONE DELLA CURVA DI PROBABILITÀ PLUVIOMETRICA (CPP) E DI UNA PIOGGIA DI PROGETTO

1. Si rappresenti sul piano cartesiano la distribuzione di Gumbel calcolando i parametri col metodo dei momenti. Alla curva si sovrappongano i dati del campione dei massimi annui dell'altezza di pioggia giornaliera ad Usseglio usando la *plotting position* di Weibull

$$F(x_i) = \frac{i}{N+1}$$

2. Si rappresenti inoltre il campione su carta probabilistica di Gumbel
3. Si calcolino, per la stazione prescelta, la media e lo scarto dei massimi annui dell'altezza di pioggia in 1,3,6,12,24 ore.
4. Usando il modello di regressione:

$$\bar{X}_d = a d^n$$

con d = durata (ore) e \bar{X}_d = valore medio del massimo annuo della precipitazione in d ore, si stimino a ed n tramite regressione lineare sui logaritmi e si rappresenti in carta bilogaritmica la retta stimata ed i dati osservati.

5. Si determini la curva di probabilità pluviometrica corrispondente ad un periodo di ritorno pari a $T=20$ anni, tramite il modello probabilistico di Gumbel, calcolando il relativo fattore di crescita della media (K_T) (si veda il testo allegato). Si rappresentino la curva media e quella a $T=20$ anni anche in scala cartesiana.
6. Si costruisca un pluviogramma di progetto Chicago compatibile con la CPP relativa a $T=20$ anni, di durata pari a 5 ore e con r pari 0.35.

1. La funzione di Gumbel, o distribuzione asintotica del massimo valore del I tipo, è molto utile per interpretare statisticamente le serie storiche dei valori massimi annui di precipitazione, perché tende a privilegiare i dati di maggior entità, ed è una distribuzione a due parametri (α , ξ) definita come:

$$f(x) = \alpha \cdot e^{-\alpha \cdot (x - \xi) - e^{-\alpha \cdot (x - \xi)}}$$

con α ed ξ stimabili con il metodo dei momenti a partire dai dati originari x :

$$-\alpha = \frac{\pi}{\sigma(x)\sqrt{6}};$$

$$-\xi = \mu - 0,450 \cdot \sigma(x)$$

La sua funzione di probabilità è:

$$F(x) = e^{-e^{-\alpha \cdot (x - \xi)}}$$

Dopo aver stimato α ed ξ a partire dai momenti di primo e secondo ordine calcolati nell'esercitazione 2, si è rappresentata la funzione di probabilità di Gumbel; a questa curva sono stati sovrapposti i dati del campione dei massimi annui dell'altezza di pioggia registrati a Usseglio usando la *plotting position* di Weibull, per i noti motivi (fig. 4.1):

$$F(x_i) = \frac{i}{N+1}$$

Si può notare che la distribuzione di Gumbel in generale approssima l'andamento dei dati di precipitazione del bacino in esame meglio della lognormale ipotizzata nell'esercitazione 3 ma si discosta comunque, anche se in minor misura, dai dati che sono nell'intervallo tra circa 150 e 250 mm di precipitazione; inoltre i valori più bassi registrati sono approssimati meglio dalla lognormale.

2. Per verificare se la distribuzione di Gumbel può essere adatta all'interpretazione dei valori osservati, si utilizza la carta probabilistica corrispondente, costruita in Matlab grazie all'apposita *function* fornita. In tale carta tutte le curve di probabilità di Gumbel risultano rappresentate da rette; sarà sufficiente verificare quindi l'allineamento del campione.

L'andamento della distribuzione di Gumbel è particolarmente adatto ad approssimare il campione nell'intervallo di dati (60;130); con il crescere della quantità dell'altezza di pioggia, si osserva uno scostamento netto dalla retta.

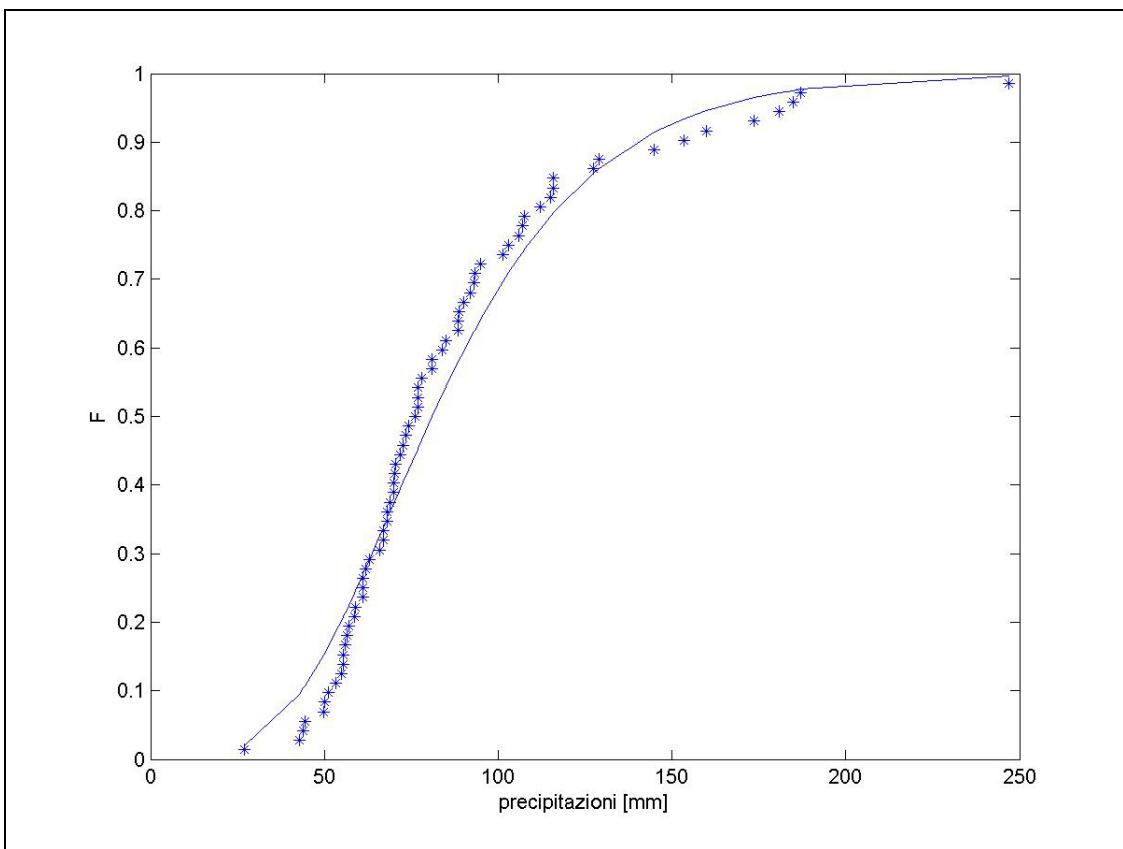


Fig. 4.1 - Distribuzione di Gumbel e plotting position dei dati del campione dei massimi annui dell'altezza di pioggia giornaliera a Usseglio.

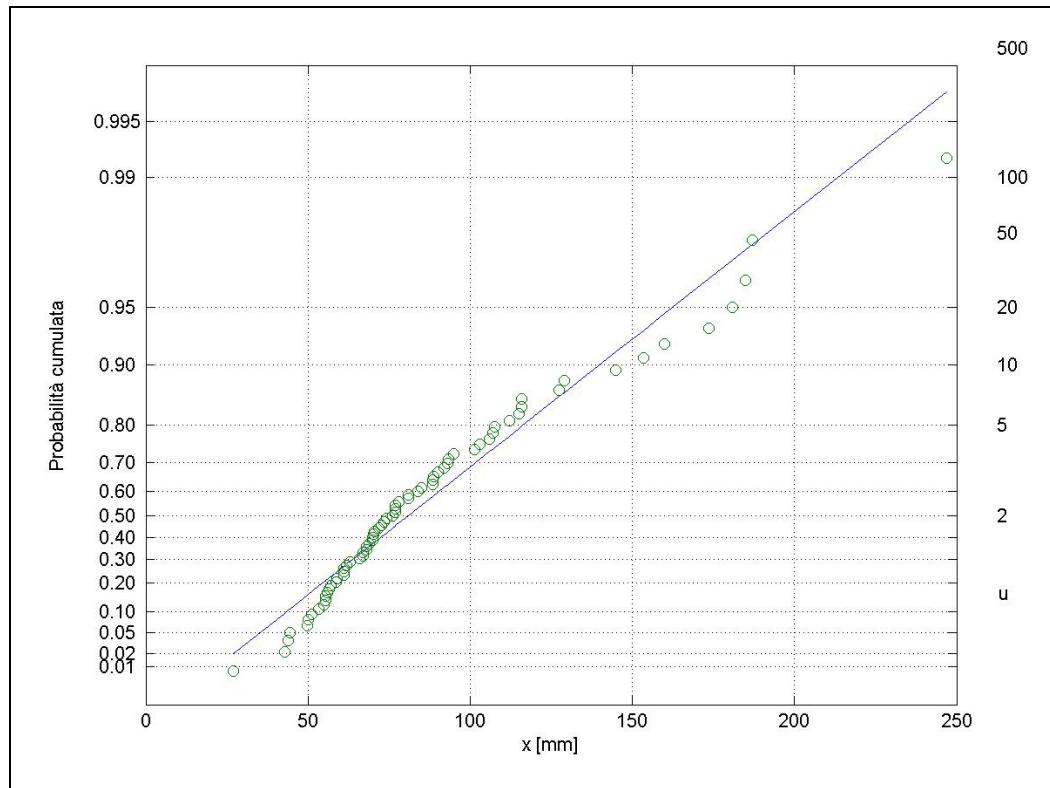


Fig. 4.2 - Distribuzione del campione su carta probabilistica di Gumbel

3. Si riportano di seguito in tab 4.1, per la stazione prescelta, la media e lo scarto dei massimi annui dell'altezza di pioggia in 1, 3, 6, 12, 24 ore, ottenuti con gli appositi comandi di Matlab.

Essi saranno utilizzati per il calcolo del coefficiente di variazione, ai fini della stima del fattore di crescita K_T .

Tab. 4.1 - Tabella riassuntiva dei dati delle medie e dello scarto dei massimi annui dell'altezza di pioggia.

t [ore]	Media [mm]	Std [mm]
1h	18.6	6.9
3h	31.3	11.9
6h	46.6	21.8
12h	67.8	32.5
24h	101.8	45.6

4. La dipendenza della media dei massimi di precipitazione con la durata è espressa in maniera semplice dalla relazione:

$$\mu_d = a \cdot d^n$$

Con:

- d = durata della precipitazione [h];
- μ_d = valore medio del massimo annuo registrato per una precipitazione di durata d [mm].

I coefficienti a e n sono stati stimati tramite un modello di regressione lineare sui logaritmi di μ_d (calcolate precedentemente per le varie durate) e d , che considera la seguente relazione:

$$\ln \mu_d = \ln a + n \ln d$$

Si ottengono così:

- a = altezza di pioggia di durata un'ora = 18.038 mm;
- n = 0.536

Nelle figg. 4.3 e 4.4 si riportano in carta bilogaritmica ed in assi decimali la retta stimata e i dati osservati.

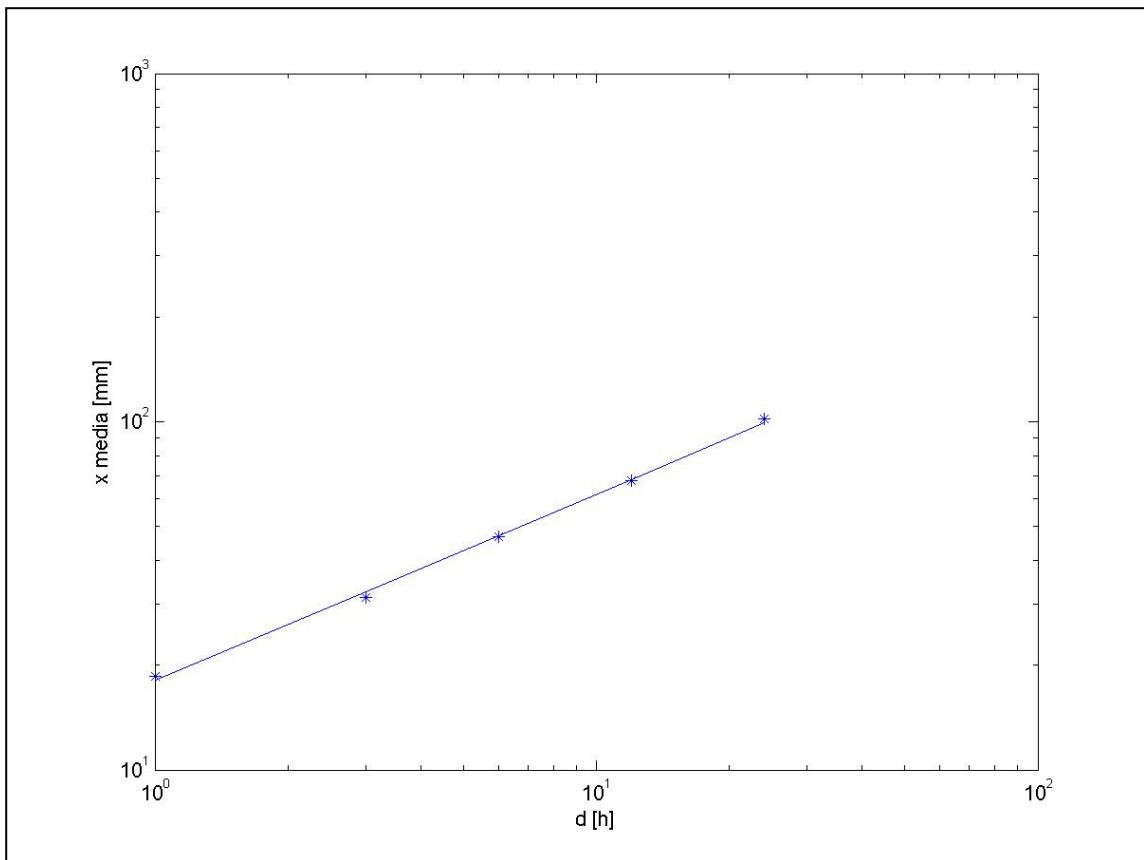


Fig. 4.3 - Retta stimata in carta bilogaritmica.

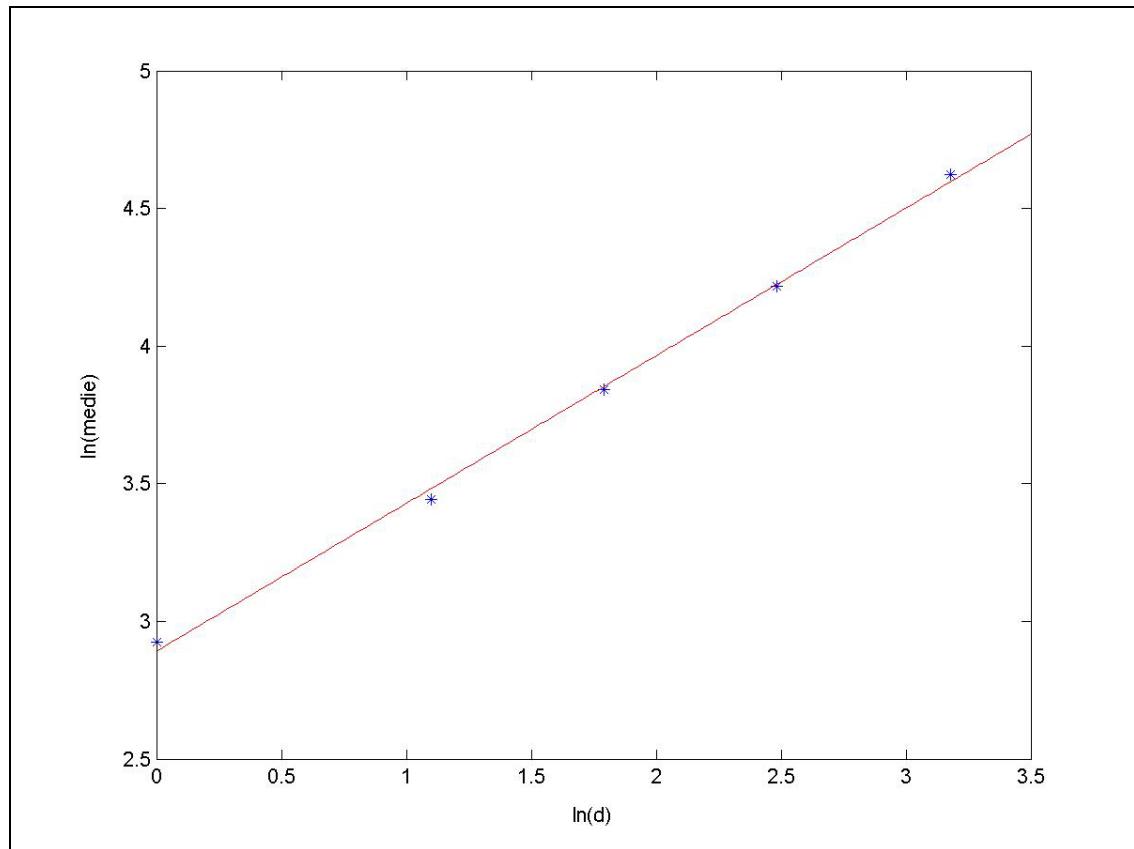


Fig. 4.4 - Retta stimata su carta con assi decimali.

5. La curva di probabilità pluviometrica (CPP) considerata si basa sul modello probabilistico retto dalla legge di Gumbel applicata ai massimi di generica durata d , e può essere sintetizzata tramite il metodo indice:

$$X_{d,T} = \mu_d K_T(d)$$

in cui:

- $K_T(d)$ = fattore di crescita per il periodo di ritorno T della grandezza indice;
- μ_d = altezza media di precipitazione di durata d calcolata al punto precedente.

$K_T(d)$ è calcolabile secondo la relazione:

$$\{1 - Cv_{x,d} [0.45 + \frac{\sqrt{6}}{\pi} \ln(\ln(\frac{T}{T-1}))]\}$$

funzione del periodo di ritorno T e del coefficiente di variazione Cv calcolato per le varie durate in base alla media e allo scarto dei dati (tabb.4.1 e 4.2).

Tab.4.2 - Cv dei massimi annui dell'altezza di pioggia per diverse durate.

t [ore]	Cv [-]
1h	0.3746
3h	0.3790
6h	0.4687
12h	0.4784
24h	0.4486

Poiché Cv è circa costante per le varie durate, se ne è calcolata la media per ottenere un solo fattore di crescita per tutte le durate, dipendente solo dal periodo di ritorno T :

Cv medio = 0.42987

Per $T = 20$ anni:

$$K_T = 1.8021$$

Quindi:

$$X_{d,20} = \mu_d K_{20} = 18.038 d^{0.536} K_{20}$$

Grazie a quest'equazione è stato possibile costruire la curva di probabilità pluviometrica per $T = 20$ anni (figg. 4.5 e 4.6) che restituisce l'altezza di pioggia per una precipitazione di determinata durata e periodo di ritorno ventennale.

Si può notare come aumentando il periodo di ritorno T la curva risulta essere spostata verso l'alto rispetto alla media, pur mantenendo un andamento nettamente crescente.

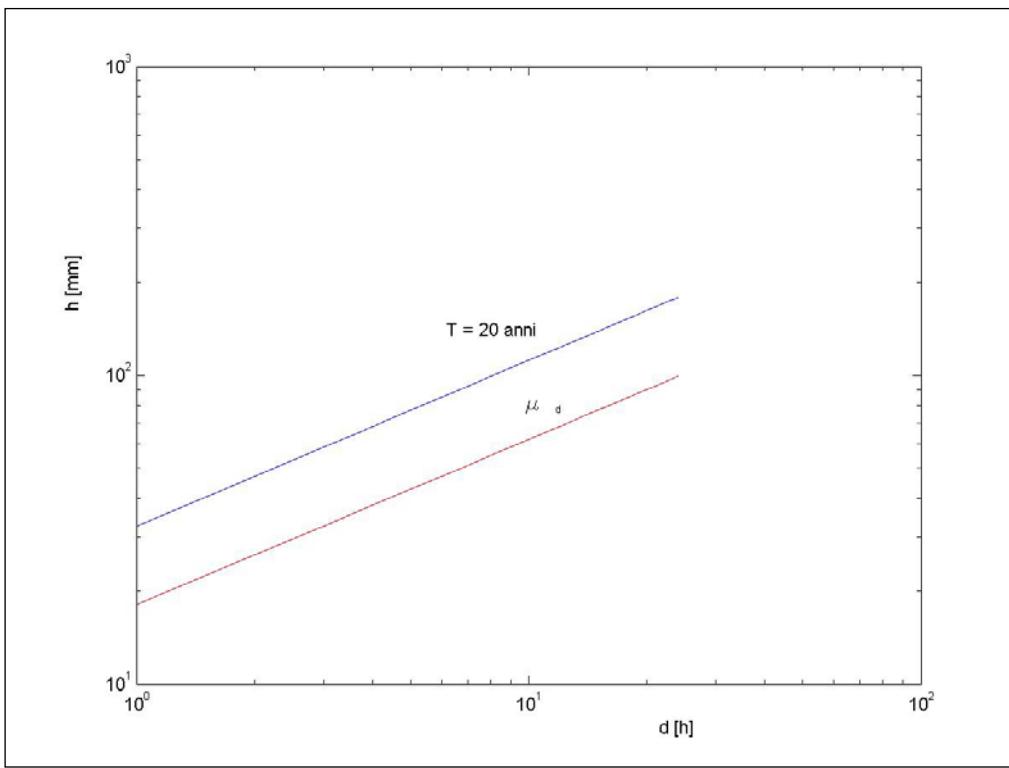


Fig.4.5 - Curve di probabilità pluviometrica in assi logaritmici.

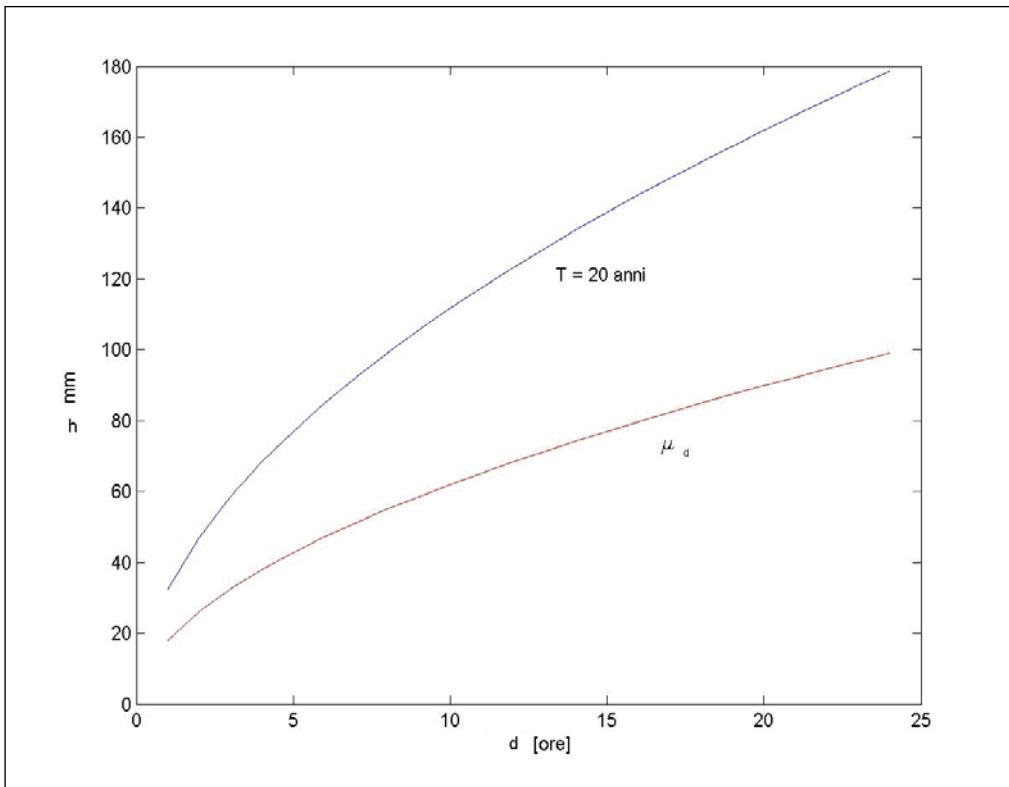


Fig.4.6 - Curve di probabilità pluviometrica in assi cartesiani

6. La richiesta di compatibilità dello ietogramma, o pluviogramma, di progetto di durata 5 ore con la curva di possibilità pluviometrica di $T=20$ anni impone che esso dovrà

essere costruito distribuendo lungo il tempo di pioggia, secondo frazioni della durata richiesta, un'altezza di pioggia totale pari a quella desunta dalla CPP per $d = 5$ h:

$$h = KT \cdot a \cdot d^n = 77.05 \text{ mm}$$

Lo ietogramma di progetto, cioè, dovrà fornire per qualsiasi durata, non superiore alla durata della pioggia, un massimo dell'intensità di pioggia uguale a quello fornito dalla CPP (il massimo si ha per il più breve intervallo considerato, ovvero 10 minuti: 74.6 mm/h).

Uno ietogramma costante lungo la durata d dell'evento sarebbe poco significativo dal punto di vista fisico perché nei primi tempi in realtà si registra un'intensità maggiore rispetto agli ultimi, ma neppure posizionare il picco per $t = 0$ sarebbe realistico: lo ietogramma Chicago prevede quindi di distribuire le intensità istantanee di precipitazione in modo tale che esse siano inizialmente crescenti fino al picco, posizionato ad un tempo pari ad una frazione del tempo di pioggia: $r \cdot t_p$ (qui si è assunto $r = 0.35$), e successivamente decrescano fino ad annullarsi al tempo t_p che segna la fine dell'evento piovoso.

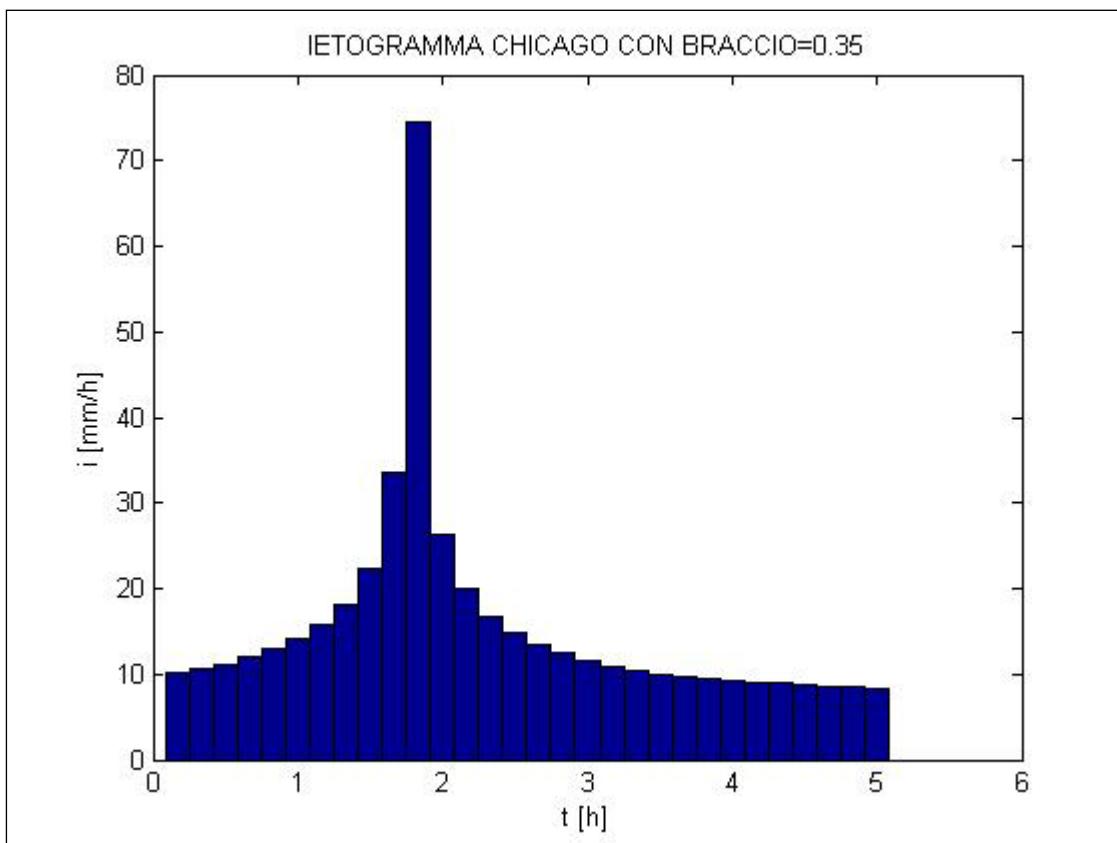


Fig. 4.7 – Ietogramma di progetto Chicago compatibile con la CPP relativa a $T=20$ anni, di durata pari a 5 ore e con $r = 0.35$.

Operativamente, una volta fissato il picco a $t = r \cdot t_p$, si procede distribuendo alternativamente a destra e a sinistra del picco stesso, per intervalli temporali $\Delta t = 5 \text{ h} / 30 = 10 \text{ minuti}$, i valori di intensità di pioggia forniti dalla CPP e posizionando nella coda destra dello iogramma i valori rimanenti.

Come si può notare, la costruzione dello iogramma Chicago richiede di impostare, come unico parametro, la posizione del picco.

ESERCITAZIONE 5

RICOSTRUZIONE DELL'IDROGRAMMA DI PIENA CON IL METODO CINEMATICO

1. Nota la curva ipsografica si costruisca la curva aree-tempi, secondo l'ipotesi isocorrive=isoipse, usando come base dei tempi la stima del tempo di corriavazione. Quest'ultimo è determinato attraverso la formula di Giandotti:

$$t_c = \frac{4\sqrt{S} + 1.5L}{0.8\sqrt{H'}}$$

dove: L=lunghezza dell'asta principale (in km); S=area del bacino (in Km^2); H' = differenza tra la quota media e la quota minima del bacino (in metri); t_c è espresso in ore.

2. Usando un intervallo di 10 minuti si campioni la curva aree-tempi per rappresentarla in modo discreto.

3. Si determini l'Idrogramma Unitario discretizzato del bacino differenziando la suddetta curva.

4. Si consideri lo ietogramma Chicago determinato nell'esercitazione 4, con un tempo di ritorno di 20 anni e con un tempo di base pari al tempo di corriavazione e si determini l'idrogramma di piena tramite convoluzione.

Tenendo conto che $q = \int_0^t i(\tau) \cdot h(t - \tau) \cdot d\tau$ è la portata specifica espressa in mm/h , si costruisca l'intero idrogramma di piena in m^3/s adoperando un coefficiente di afflusso $\psi=0.50$.

5. Si costruisca inoltre uno ietogramma di progetto BLUE a partire dalla stessa CPP ($T=20$ anni) con tempo di base pari al tempo di corriavazione del bacino. Anche per questo si determini l'idrogramma di piena tramite convoluzione secondo quanto riportato al punto precedente.

1. / 2. Il *tempo di corriavazione* t_c è definito come il tempo impiegato dalla goccia di pioggia che cade nel punto più lontano dalla sezione di chiusura a raggiungere la stessa. Esso può essere visto anche come il tempo a partire dal quale si esaurisce il transitorio e tutto il bacino contribuisce al deflusso.

Esistono diverse formule empiriche per la stima di t_c ; nella presente sede si è utilizzata la formula di Giandotti:

$$t_c = \frac{4\sqrt{S} + 1.5L}{0.8\sqrt{H'}} \cong 5.75 \text{ h}$$

in cui sono state inserite le grandezze calcolate per il bacino della Stura nell'esercitazione 1.

Si è proceduto quindi alla determinazione della curva aree-tempi, necessaria per ricavare l'UH, avvalendosi del metodo della corriavazione, secondo cui il tempo di corriavazione di una linea isocorriva è proporzionale alla differenza di quota rispetto alla sezione di chiusura.

Per costruire la curva aree-tempi secondo frazioni di 10 minuti del tempo di corriavazione è stato necessario suddividere lo stesso in 35 intervalli temporali. Sulla base di 35 intervalli si è ricampionata la curva ipsografica (fig. 5.1) e la si è adimensionalizzata, ricavando così la curva ipsometrica (fig. 5.2):

- ordinate: $(Z_i - Z_{min}) / (Z_{max} - Z_{min})$;
- ascisse: A_i / A_{tot} .

Si può quindi osservare che le ordinate della curva ipsometrica possono essere assimilate, stante l'ipotesi isoipse = isocorrive, a frazioni del tempo di corriavazione, che coincide con l'isoipsa a quota massima, mentre le ascisse rappresentano le aree parziali al di sotto dell'isoipsa (isocorriva) considerata, ovvero il complementare ad uno delle aree sottese dall'isocorriva *i-sima*. In questo modo è immediato ricavare la curva aree-tempi costruendola nel modo seguente:

- ascisse: isocorrive adimensionali = ordinate della curva ipsometrica;
- ordinate: complementare a uno delle ascisse della curva ipsometrica.

In fig. 5.3 la curva aree-tempi è rappresentata in maniera sia continua che discreta.

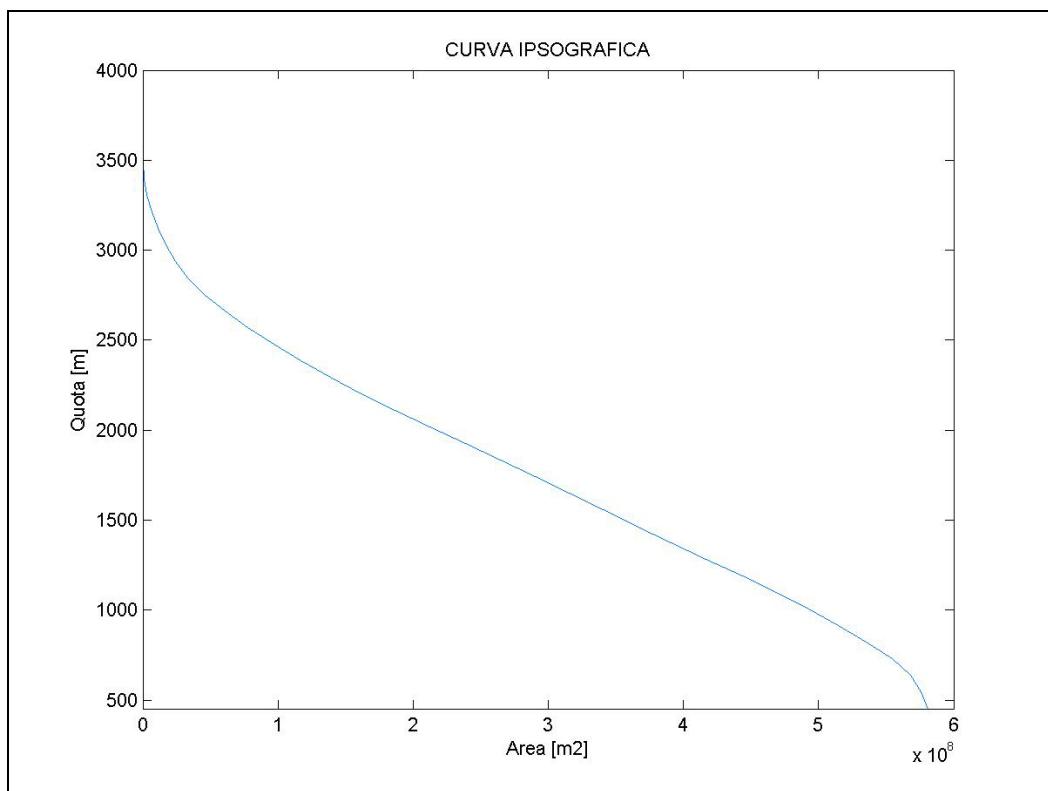


Fig.5.1 – Curva ipsografica del bacino.

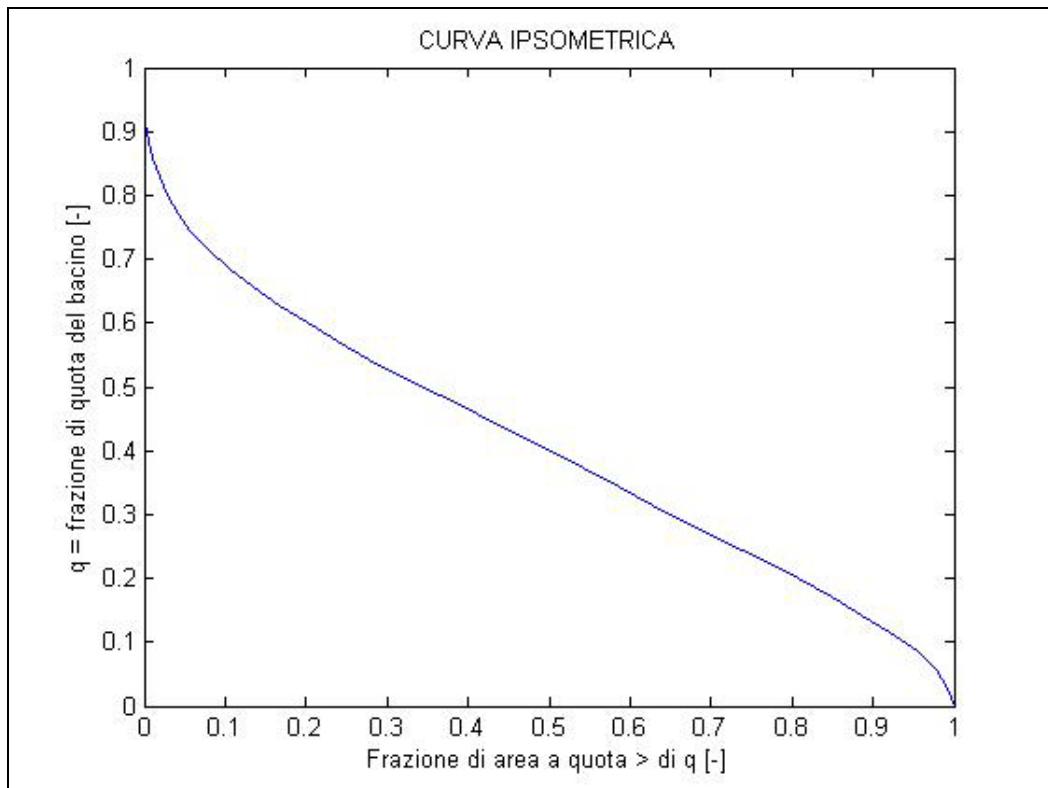


Fig.5.2 – Curva ipsometrica del bacino.

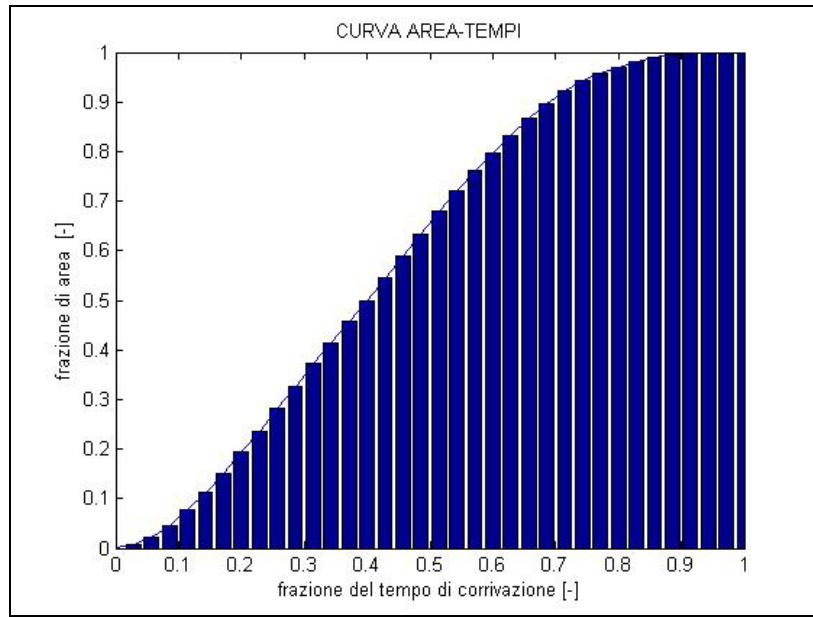


Fig.5.3 – Curva aree-tempi del bacino.

3. La funzione di risposta del bacino alla precipitazione, ovvero l'UH, è data dal differenziale della curva aree-tempi (S-curve), che rappresenta l'idrogramma in uscita dal bacino quando questi è sollecitato da una pioggia di intensità continua ed uniforme ($i=1$); poiché la curva è stata discretizzata per ricavare l'UH ci si è avvalsi delle differenze prime.

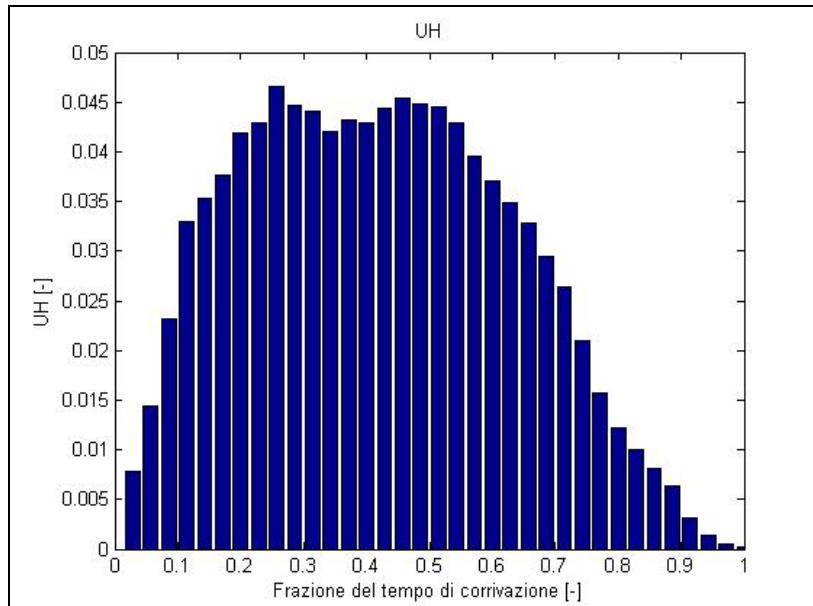


Fig.5.4 – Idrogramma unitario (UH) discretizzato.

4. La richiesta di compatibilità dello ietogramma, o pluviogramma, di progetto di durata 5.75 ore con la curva di possibilità pluviometrica di $T=20$ anni impone che esso dovrà essere costruito distribuendo lungo il tempo di pioggia, secondo frazioni della durata richiesta, un'altezza di pioggia totale pari a quella desunta dalla CPP per $d = 5.75$ h:

$$h = KT \cdot a \cdot d^n \approx 83 \text{ mm}$$

Lo ietogramma di progetto, cioè, dovrà fornire per qualsiasi durata, non superiore alla durata della pioggia, un massimo dell'intensità di pioggia uguale a quello fornito dalla CPP (il massimo si ha per il più breve intervallo considerato, ovvero 10 minuti: 74.6 mm/h).

Operativamente, una volta fissato il picco a $t = r \cdot t_p$, si procede distribuendo alternativamente a destra e a sinistra del picco stesso, per intervalli temporali $\Delta t = 5.75$ h / 35 = 10 minuti, i valori di intensità di pioggia forniti dalla CPP e posizionando nella coda destra dello ietogramma i valori rimanenti.

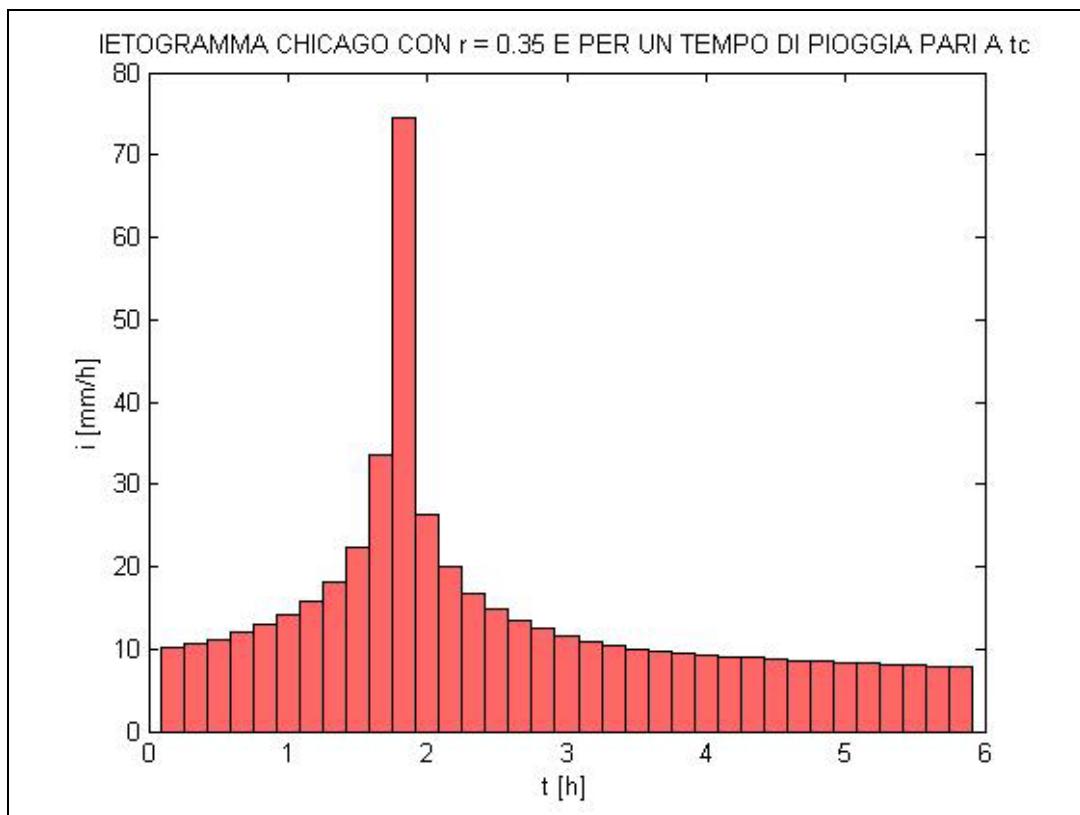


Fig. 5.4 – Ietogramma di progetto Chicago compatibile con la CPP relativa a $T=20$ anni, di durata pari al tempo di corrievazione del bacino e con $r = 0.35$.

La portata specifica è quindi immediatamente ricavabile per convoluzione delle piogge nette con l'UH (fig.5.5):

$$q(t) = \int_0^t i^*(\tau) h(t - \tau) d\tau$$

Per trovare la quota parte di pioggia netta in questo caso si è applicato un coefficiente di deflusso $\psi = 0.50$ allo ietogramma precedentemente ottenuto.

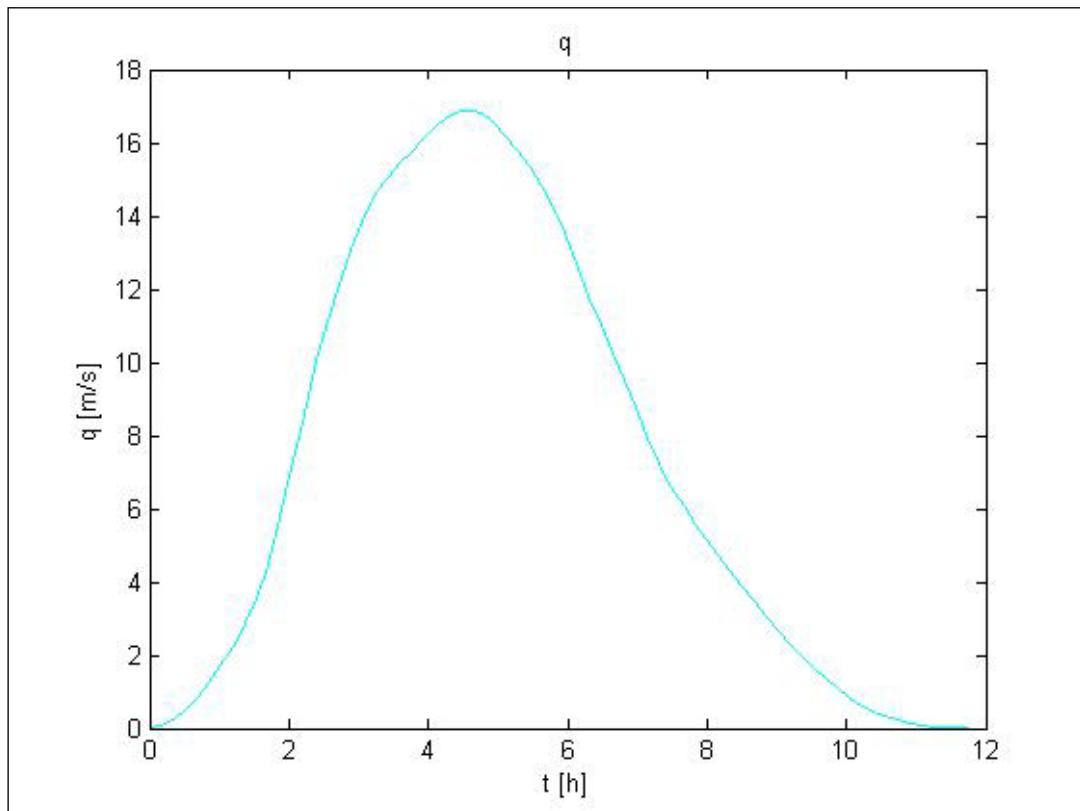


Fig. 5.5 – Portata specifica [mm/h] ottenuta dalla convoluzione di uno ietogramma Chicago con l'UH.

Moltiplicando la portata specifica per l'area totale del bacino ed applicando le opportune conversioni delle unità di misura si giunge alla determinazione dell'idrogramma di piena (fig. 5.6).

Poiché la pioggia ha una durata pari al tempo di corrispondenza del bacino, si suppone che l'idrogramma di piena si esaurisca ad un tempo doppio rispetto al t_c .

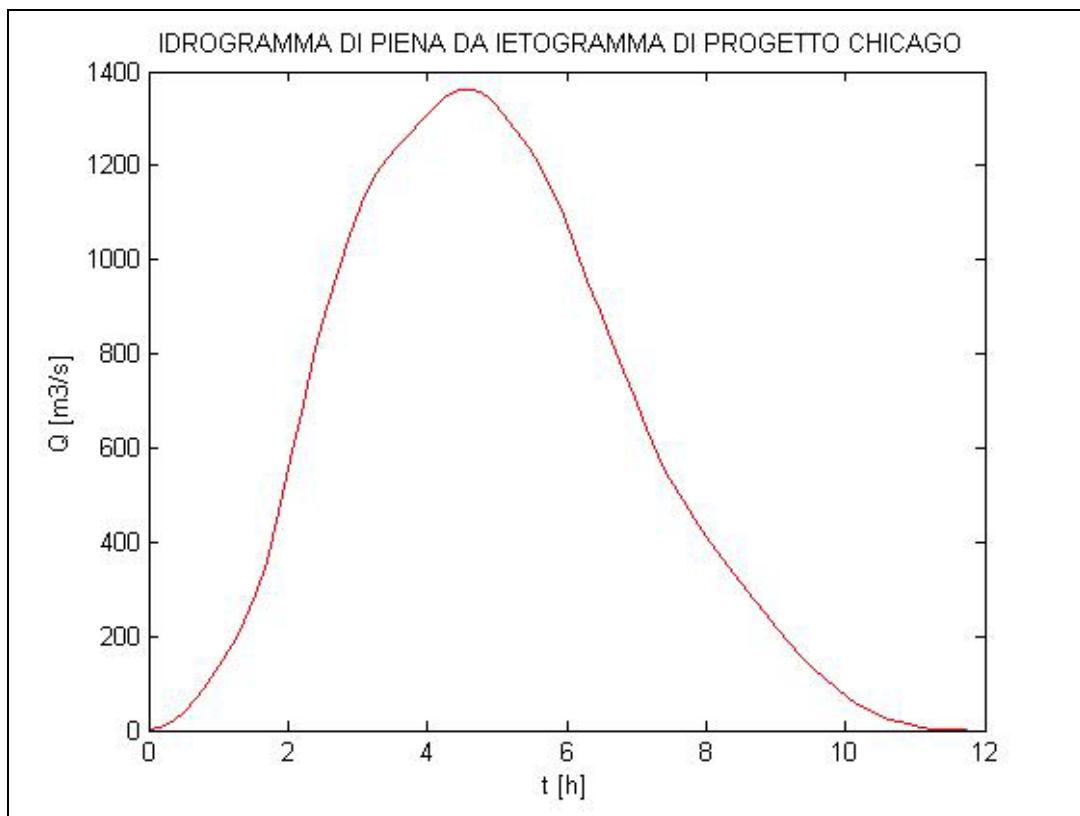


Fig. 5.6 – Idrogramma di piena.

6. Lo ietogramma BLUE (fig. 5.7) stima la più probabile sequenza di intensità di pioggia associata ad una data portata al colmo di piena ed è proporzionale all'immagine speculare dell'IUH.

Assumendo che l'altezza totale di pioggia generata dallo ietogramma BLUE sia congruente con la curva di possibilità pluviometrica (CPP) con tempo di ritorno $T = 20$ anni, come nel caso dello ietogramma Chicago, è possibile ottenere lo ietogramma BLUE moltiplicando l'immagine speculare dell'UH per l'altezza di pioggia desunta dalla CPP, per $T = 20$ e $d = t_c$, e dividendo per l'intervallo temporale di 10 minuti, in modo da riportarsi a delle intensità di pioggia.

Si è quindi proceduto analogamente al caso precedente per ottenere la portata specifica (fig. 5.8) e l'idrogramma di piena (fig. 5.9).

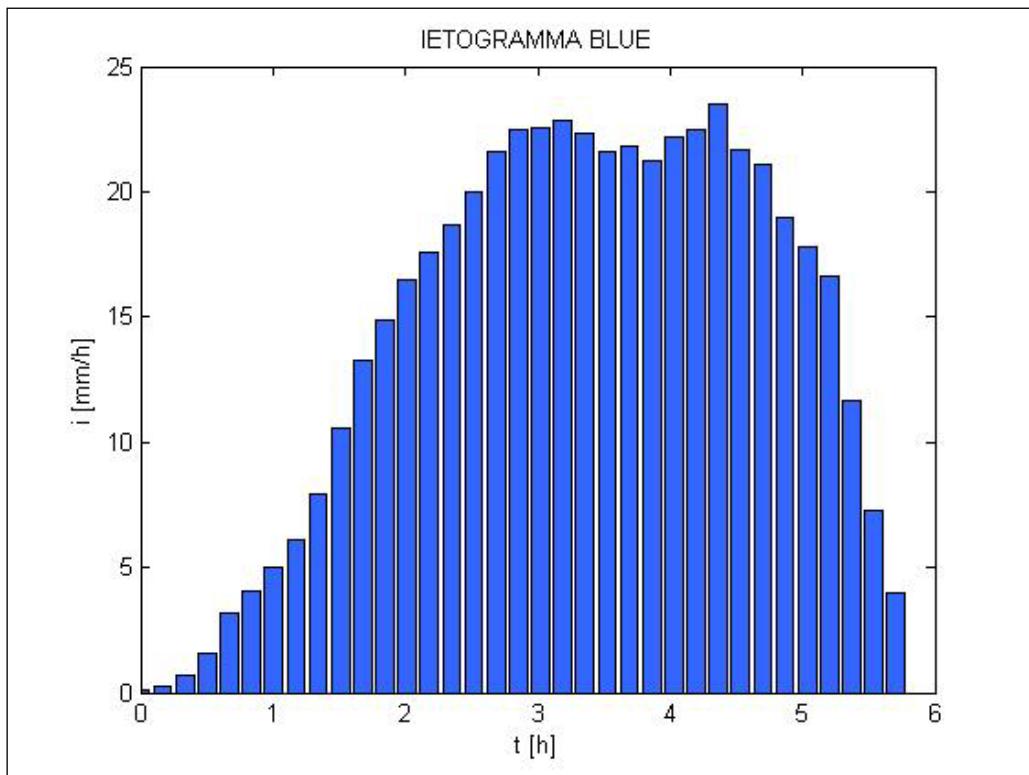


Fig. 5.7 – Ietogramma di progetto BLUE compatibile con la CPP relativa a $T=20$ anni, di durata pari al tempo di corriavazione del bacino.

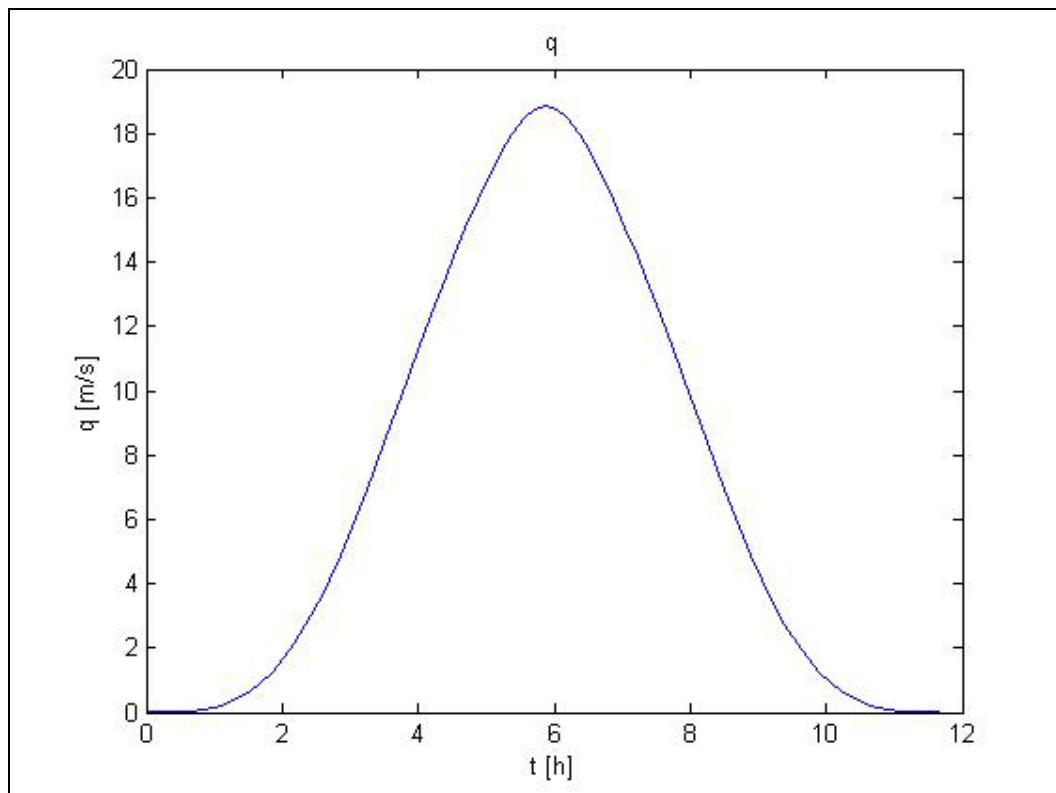


Fig. 5.8 – Portata specifica [mm/h] ottenuta dalla convoluzione di uno ietogramma BLUE con l'UH.

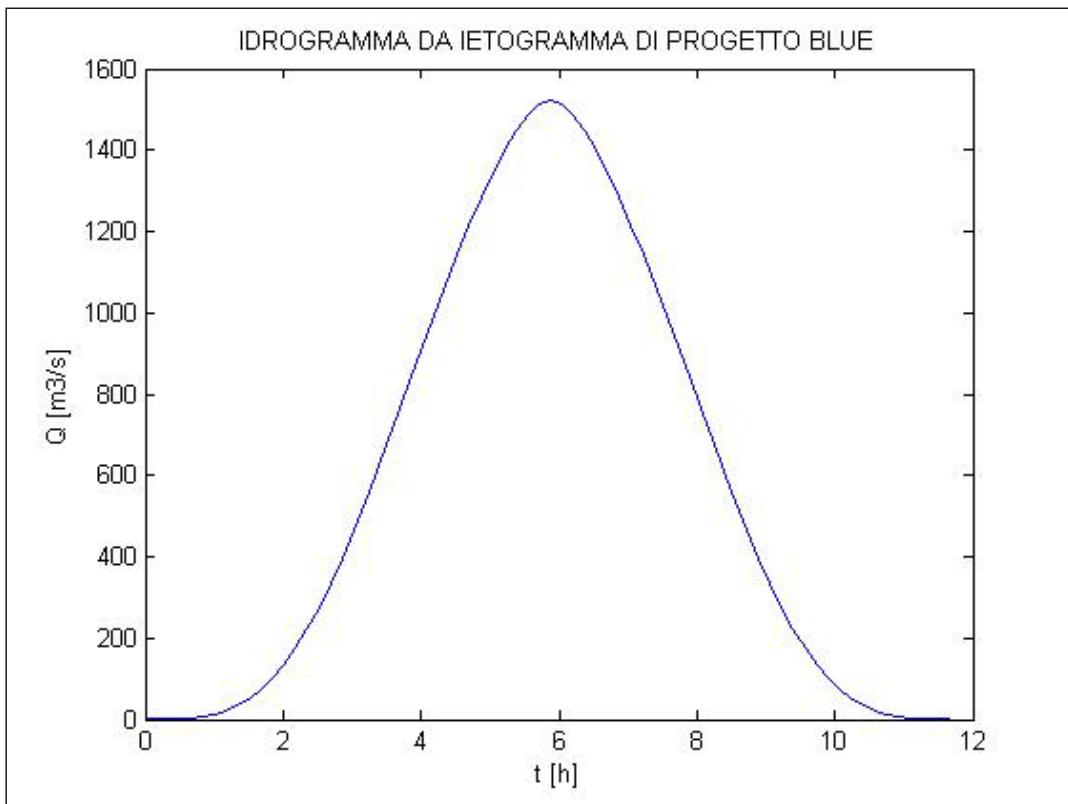


Fig. 5.9 – Idrogramma di piena.

È possibile operare un controllo sui risultati applicando la formula razionale, facendo riferimento al tempo di ritardo ($\cong 0.5 t_c$) anziché a quello di corriavazione, in modo da riportarsi alla durata critica per cui l'intensità di pioggia, maggiore per una durata più breve rispetto a $d = t_c$, sopperisce alla minor area contribuente fornendo un valore al colmo di piena maggiore di quello ricavabile con $d = t_c$:

$$Q = \frac{\Psi \cdot I(t_r) \cdot A \cdot f_p}{3.6} \cong 1300 \text{ m}^3/\text{s}$$

dove:

- Ψ = coefficiente di afflusso = 0.5;
- $I(t_r)$ = intensità media di pioggia per $d = t_r$ pari a $K(T) \cdot a \cdot d^{n-1} \cong 20 \text{ mm/h}$;
- A = area del bacino;
- f_p = funzione di picco, qui assunta = 0.8, per tener conto del fatto che per $d < t_c$ non tutta l'area contribuisce al deflusso.

La stima ottenuta conferma quanto calcolato attraverso il metodo della corriavazione.

Si è anche verificato che la portata al t_c ($f_p = 1$, $I(t_c) \cong 13$ mm/h) è minore di quella massima:

$$Q = \frac{\Psi \cdot I(t_c) \cdot A \cdot 1}{3.6} \cong 1160 \text{ m}^3/\text{s}$$

ESERCITAZIONE 6

a. STIMA DEL DEFLUSSO SUPERFICIALE TRAMITE IL MODELLO DI HORTON

Il modello di Horton considera il tasso di infiltrazione funzione del tempo, secondo la legge:

$$f = f_c + (f_0 - f_c) \cdot e^{-\alpha \cdot t}$$

in cui:

- f_0 = tasso di infiltrazione al tempo $t = 0$, dipendente dalle condizioni iniziali di imbibizione;
- f_c = tasso limite di infiltrazione ovvero tasso di infiltrazione a saturazione.
- $\alpha = 1/k$ = costante con dimensioni inverse del tempo.

Nel caso in esame:

$$f = 4 + (40 - 4) \cdot e^{-1 \cdot t}$$

Questo modello, tuttavia, fornisce il tasso di infiltrazione potenziale che differisce da quello reale se l'intensità di pioggia non è superiore al tasso stesso, qualunque sia il tempo considerato, cioè se non è verificata la *condizione di ponding* (presenza di un velo d'acqua superficiale). Nella fase iniziale di un evento meteorico, l'effettiva capacità di filtrazione normalmente è superiore all'intensità di pioggia, perché non si parte dalla *condizione di ponding*, e quindi decade nel tempo in maniera più contenuta di quanto indicato dal tasso di infiltrazione potenziale, in quanto il terreno ha una residua capacità di immagazzinamento maggiore di quella prevista dal modello teorico e non si ha ancora la formazione di pioggia netta.

Per riportarsi alle condizioni reali si usa operare una traslazione della curva teorica di un tempo t_0 :

$$f' = f_c + (f_0 - f_c) \cdot e^{-\frac{t-t_0}{k}}$$

t_0 è stato stimato attraverso la formula seguente:

$$t_0 = t_p - k \cdot \ln \left(\frac{f_0 - f_c}{i - f_c} \right) = 0.35126 \text{ h}$$

che si ottiene imponendo che al tempo di *ponding* t_p il volume effettivamente infiltrato dall'inizio dell'evento piovoso sia il massimo infiltrabile.

Il t_p , per cui si ha l'uguaglianza tra l'intensità di pioggia ed il tasso di infiltrazione reale, può essere calcolato a sua volta come:

$$t_p = \frac{k}{i} \cdot \left[(f_0 - i) + f_c \cdot \ln\left(\frac{f_0 - f_c}{i - f_c}\right) \right] = 1.1622 \text{ h}$$

Il volume di infiltrazione totale si ottiene per integrazione della curva del tasso di infiltrazione reale tra il tempo t_0 ed il tempo t_p , oppure moltiplicando l'intensità di pioggia per il t_p :

$$F = \int_{t_0}^{t_p} f'(t) \cdot dt = i \cdot t_p = 23.244 \text{ mm}$$

Il diagramma del deflusso superficiale si ricava per differenza tra l'intensità di precipitazione ed il tasso di infiltrazione reale e presenta un asintoto in corrispondenza del valore 16 mm, in quanto, in presenza di pioggia di intensità costante, si assesta nel momento in cui il terreno raggiunge la saturazione. Poiché il deflusso superficiale è possibile solo a partire dal t_p , si è ricalcolata la f' secondo tempi equispaziati che partono dal t_p e si è ottenuto il deflusso.

In fig.6.1 si sono riportati l'andamento dell'intensità di pioggia (in rosso), del tasso di infiltrazione potenziale (in blu), di quello effettivo (in ciano) e del deflusso superficiale (in verde) al fine di osservare tutto quanto espresso in precedenza.

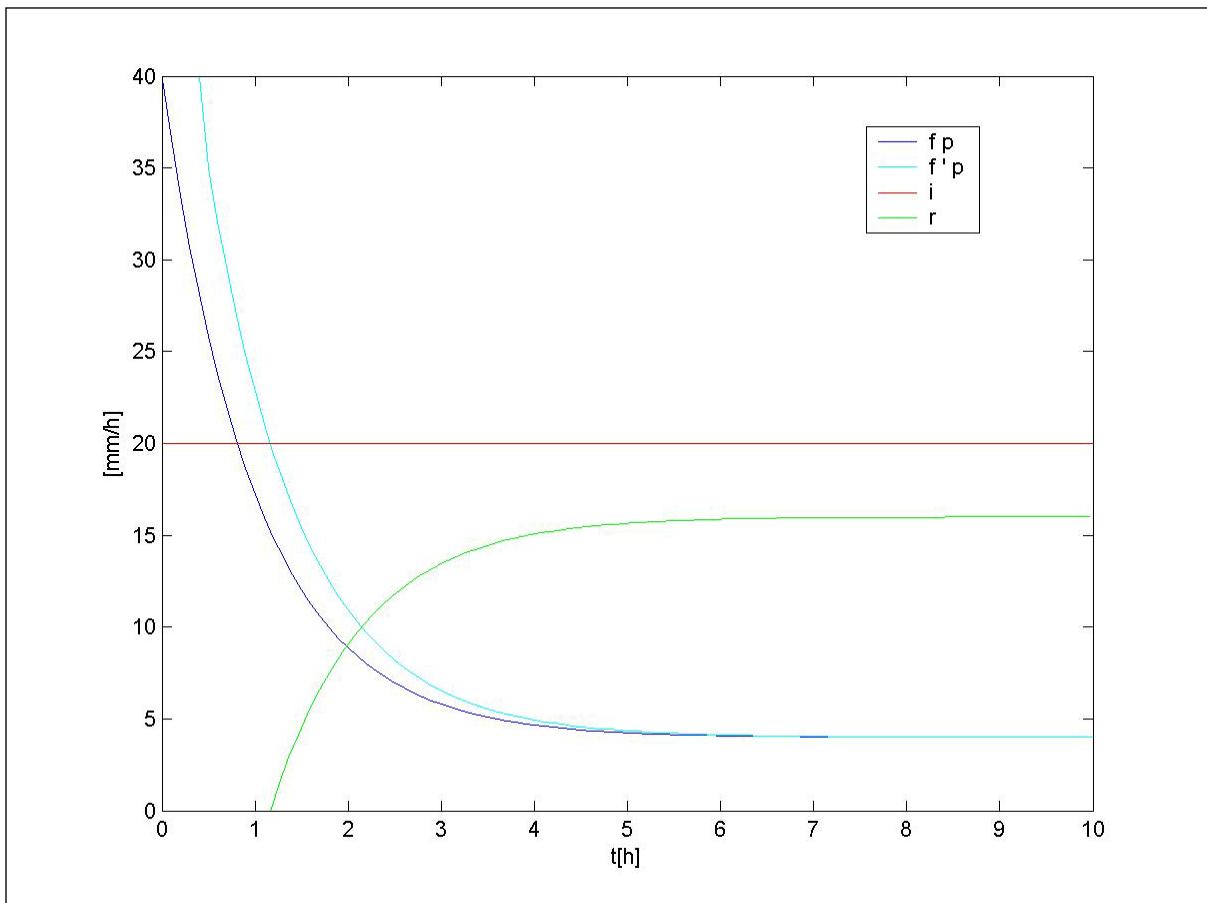


Fig.6.1 – Stima del deflusso superficiale tramite il modello di Horton.

b. VALUTAZIONE DELL'INFILTRAZIONE CON IL METODO DI GREEN AND AMPT

Il modello di Green and Ampt considera il tasso di infiltrazione funzione dell'altezza d'acqua infiltrata F , della differenza $\Delta\theta$ tra porosità a saturazione e porosità iniziale effettiva e del potenziale di suzione ψ secondo la legge:

$$f = K \left(\frac{\psi \cdot \Delta\theta}{F} + 1 \right)$$

Per ottenere F da inserire nella formula precedente è necessario usare la seguente relazione procedendo iterativamente con un valore di primo tentativo $F = Kt$:

$$F - F_p - \psi \cdot \Delta\theta \ln \left(\frac{\psi \cdot \Delta\theta + F}{\psi \cdot \Delta\theta + F_p} \right) = K(t - t_p)$$

in cui:

$$t_p = \frac{K\psi \cdot \Delta\theta}{i(i - K)}$$

e

$F_p = it_p$ = altezza d'acqua infiltrata al tempo di *ponding*.

Utilizzando la tabella assegnata si è quindi inizialmente calcolato il valore di $\Delta\theta = (1 - s_e) \cdot \theta_e = (1 - 0.3) \cdot 0.486 = 0.3402$

da cui:

$$t_p = 0.169584 \text{ h}$$

e:

$$F_p = 0.84792 \text{ cm}$$

Iterando con diversi valori di tentativo, a partire da $F_1 = 0.65 \text{ cm}$, per un tempo $t = 1 \text{ h}$, si ottiene:

$$F \cong 3.016 \text{ cm}$$

che sostituita nel modello di Green and Ampt dà:

$$f = 1.87 \text{ cm/h}$$

ESERCITAZIONE 7

CALCOLO DELL'INDICE DI THORNTHWAITE PER IL BACINO DELLA STURA DI LANZO A LANZO

1. Dati i valori degli afflussi mensili riferiti al periodo 1913-1986 per le 17 stazioni pluviometriche afferenti al bacino della Stura di Lanzo, calcolare gli afflussi medi mensili al bacino utilizzando i pesi indicati nella tabella 'topoieti'.
2. Calcolare l'indice climatico di Thornthwaite $I = \frac{P - ET_p}{ET_p}$ dove P rappresenta l'afflusso meteorico medio annuo (in mm) mentre ET_p è l'evapotraspirazione potenziale, da determinare come somma dei valori ottenuti sui 12 mesi:

$$ET_p = \sum_{j=1}^{12} n_j \cdot ET_{pj}, \text{ dove } n_j \text{ è il numero di giorni del } j\text{-esimo mese, mentre } ET_{pj}$$

può essere determinata tramite l'equazione di Hargreaves
 $ET_{pj} = 0.0023 \cdot R_0 \cdot \sqrt{\delta'_{Tj}} \cdot (T_j + 17.8)$. Sia l'evapotraspirazione che la radiazione extra-atmosferica sono espresse in mm/giorno. I valori di $\delta'_{Tj} = (T_{j,max} - T_{j,min})$ e di $T_j = T_{j,med}$ vanno determinati utilizzando opportune regressioni della temperatura con la quota media del bacino, reperibili in tabella 1.

Tabella 1- Le regressioni sono del tipo $T = \alpha + \beta H$, dove T è la temperatura e H la quota

	T_{max}		
	α	β	R²
Gennaio	5,279	-0,002458	0,339
Febbraio	8,057	-0,003325	0,576
Marzo	13,305	-0,005	0,823
Aprile	18,14	-0,006044	0,886
Maggio	22,813	-0,006363	0,867
Giugno	27,064	-0,006738	0,879
Luglio	29,886	-0,006606	0,861
Agosto	28,587	-0,006503	0,865
Settembre	24,390	-0,005735	0,829
Ottobre	17,635	-0,004480	0,704

Novembre	10,930	-0,003636	0,645
Dicembre	6,530	-0,002576	0,385

T_{min}			
	α	β	R²
Gennaio	-1,054	-0,003618	0,557
Febbraio	0,701	-0,004396	0,672
Marzo	4,602	-0,005332	0,791
Aprile	8,613	-0,005741	0,857
Maggio	12,685	-0,005853	0,880
Giugno	16,511	-0,006193	0,877
Luglio	18,844	-0,006199	0,846
Agosto	18,082	-0,006002	0,846
Settembre	14,892	-0,005343	0,824
Ottobre	9,644	-0,004600	0,771
Novembre	4,710	-0,004381	0,741
Dicembre	0,639	-0,003605	0,600

T_{med}			
	α	β	R²
Gennaio	2,112	-0,003038	0,532
Febbraio	4,379	-0,003861	0,714
Marzo	8,953	-0,005166	0,874
Aprile	13,377	-0,005892	0,924
Maggio	17,749	-0,006108	0,922
Giugno	21,788	-0,006465	0,926
Luglio	24,365	-0,006403	0,914
Agosto	23,335	-0,006252	0,916
Settembre	19,641	-0,005539	0,904
Ottobre	13,640	-0,004540	0,830
Novembre	7,820	-0,004009	0,788
Dicembre	3,585	-0,003091	0,575

3. Costruire inoltre il diagramma ombrotermico (P_j , ET_{pj}) ed il regime pluviometrico.

1. Inizialmente si sono suddivisi i dati a disposizione secondo il mese e la stazione di registrazione; successivamente per ogni stazione si è fatta la media tra i valori registrati in diversi anni relativi al singolo mese ottenendo così per ciascuna un valore mensile di precipitazione (tab.7.1). Per ottenere gli afflussi medi mensili al bacino è stata quindi calcolata la media pesata tra i valori mensili medi delle varie stazioni (tab.7.3), utilizzando un peso diverso per ogni stazione come indicato nella tabella ‘topoieti’ fornita(tab.7.2).

Tab.7.1: Precipitazioni medie mensili [mm] alle varie stazioni.

	G	F	M	A	M	G	L	A	S	O	N	D
CERESOLE REALE	45.0	46.8	63.1	105.9	128.0	100.6	59.9	81.4	99.6	113.4	94.1	56.4
NOASCA	51.5	73.9	102.2	166.3	157.9	124.4	75.9	97.5	115.0	145.9	127.3	72.4
ALA DI STURA	98.4	138.7	217.8	329.8	388.1	289.6	137.8	196.8	246.3	318.8	251.9	127.7
BALME D'ALA	132.0	159.6	207.1	342.7	345.6	255.5	127.6	168.7	213.7	314.6	247.9	165.0
CERES	84.9	103.1	195.8	339.3	400.0	274.9	170.0	201.0	263.8	315.9	228.1	127.4
CHIALAMBERTO	93.8	90.7	171.1	352.7	361.7	293.1	171.1	192.3	244.5	276.2	218.3	132.8
FORNO ALPI GRAIE	122.5	160.4	187.0	293.4	289.8	243.7	133.3	162.4	241.2	281.2	230.7	156.2
FUNGHERA	95.2	114.2	213.1	308.2	370.0	291.9	180.8	193.8	241.0	337.3	251.7	124.4
LAGO DELLA ROSSA	99.9	133.0	158.9	237.3	308.1	246.8	140.0	212.6	212.6	252.9	165.8	123.7
LAGO DIETRO LA TORRE	111.8	119.9	161.5	254.5	303.9	296.6	153.2	228.5	240.1	283.0	165.8	128.9
LANZO	82.4	101.8	231.1	281.8	330.8	269.3	144.8	181.5	221.2	263.6	215.9	129.2
LEMIE	91.8	131.0	204.4	311.0	357.8	260.5	148.6	172.8	228.0	271.8	248.3	132.7
MALCIAUSSIA	108.6	118.4	161.9	256.0	318.3	255.1	126.7	167.8	184.2	260.7	201.5	129.7
PESSINETTO	93.4	126.5	207.5	312.3	351.7	298.0	154.0	189.6	205.4	311.9	228.6	108.2
USSEGLIO	95.3	103.1	172.5	294.1	341.9	243.3	130.7	166.4	205.0	257.4	193.2	126.4
VAL DELLA TORRE	111.2	104.3	209.3	379.4	411.4	326.0	164.2	183.5	255.6	272.8	270.5	153.1
VIU'	94.9	121.4	221.7	351.1	392.1	306.3	170.7	203.7	236.4	292.8	236.1	138.7

Tab.7.2: Tabella “Topoieti”

ALA DI STURA	0.0946
BALME D'ALA	0.0885
CERES	0.0550
CERESOLE REALE	0.0280

CHIALAMBERTO	0.1517
FORNO ALPI GRAIE	0.1060
FUNGHERA	0.0350
LAGO DELLA ROSSA	0.0393
LAGO DIETRO LA TORRE	0.0466
LANZO	0.0139
LEMIE	0.0849
MALCIAUSSIA	0.0637
NOASCA	0.0036
PESSINETTO	0.0251
USSEGLIO	0.0707
VAL DELLA TORRE	0.0014
VIU'	0.0921

Tab.7.3: Precipitazioni medie mensili [mm] nel bacino della Stura di Lanzo.

	P MEDIA MENSILE
GENNAIO	100.6
FEBBRAIO	121.9
MARZO	187.8
APRILE	308.4
MAGGIO	343.2
GIUGNO	267.9
LUGLIO	146.4
AGOSTO	182.8
SETTEMBRE	226.5
OTTOBRE	282.4
NOVEMBRE	220.5
DICEMBRE	133.4

2. Al fine di calcolare l'indice climatico di Thornthwaite ($I = \frac{P - ET_p}{ET_p}$), si sono

determinati P ed ET_p :

P , cioè l'afflusso meteorico medio annuo, è stato semplicemente calcolato come somma delle medie mensili e risulta essere pari a 2521.7 mm;

ET_p , ovvero l'evapotraspirazione potenziale, è la somma dei valori ottenuti sui 12 mesi:

$$ET_p = \sum_{j=1}^{12} n_j \cdot ET_{pj}$$

L'evapotraspirazione mensile è stata ricavata moltiplicando ET_{pj} per il numero di giorni del j-esimo mese; ET_{pj} può essere ricavata tramite l'equazione di Hargreaves:

$$ET_{pj} = 0.0023 \cdot R_0 \cdot \sqrt{\delta'_{Tj}} \cdot (T_j + 17.8)$$

in cui:

- R_0 è l'altezza di evaporazione equivalente alla radiazione extratmosferica per il sito ed il giorno di interesse espressa in mm/d, ed è quindi pari a $0.408 \cdot \frac{24 \cdot 60}{\pi} G_{sc} d_r (\omega_s \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin \omega_s)$;
- $\delta'_{Tj} = (T_{j,max} - T_{j,min})$ = differenza tra la temperatura massima e minima calcolate(vedi tab.7.4), interpolando i dati di varie stazioni (vedi tab. assegnata), per la quota media (1802.9 m s.l.m.) del bacino in esame;
- $T_j = T_{j,med}$ = temperatura media calcolata alla quota media del bacino, tramite regressione lineare (vedi tab.7.4 e tab. assegnata).

Tab.7.4: Temperature massime, minime e medie mensili [°C] nel bacino della Stura di Lanzo.

	T _{MAX} [°C]	T _{MIN} [°C]	T _{MEDIA} [°C]
GENNAIO	0.8	-7.6	-3.4
FEBBRAIO	2.1	-7.2	-2.6
MARZO	4.3	-5.0	-0.4
APRILE	7.2	-1.7	2.8
MAGGIO	11.3	2.1	6.7
GIUGNO	14.9	5.3	10.1
LUGLIO	18.0	7.7	12.8
AGOSTO	16.9	7.3	12.1
SETTEMBRE	14.1	5.3	9.7
OTTOBRE	9.6	1.4	5.5
NOVEMBRE	4.4	-3.2	0.6
DICEMBRE	1.9	-5.9	-2.0

I vari termini che entrano in gioco nel calcolo di R_0 , a parte G_{sc} = costante solare = 0.082 [MJ / m² · min], sono variabili per ogni mese (tab.7.5):

- $\delta = 0.409 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{365} J - 1.39\right)$ = declinazione solare, con $J = \text{intero} (30.42M-15.23)$ e

$M = \text{numero del mese};$

- $d_r = 1 + 0.033 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{365} J\right)$ = distanza relativa Terra – Sole, con $J = \text{intero} (30.42M-15.23)$ e $M = \text{numero del mese};$

- $\omega_s = ar \cos(-\tan \varphi \cdot \tan \delta)$ = angolo orario al tramonto, con $\varphi = \text{latitudine [rad]}$.

Tab.7.5: Radiazione solare ai limiti dell'atmosfera e parametri necessari al calcolo.

	J [-]	δ [rad]	d_r [-]	ω_s [rad]	R_θ [MJ / $m^2 d$]	R_θ [mm / d]
GENNAIO	15	-0.370	1.032	1.168	11.8	4.8
FEBBRAIO	46	-0.230	1.023	1.332	17.3	7.1
MARZO	76	-0.033	1.009	1.537	25.3	10.3
APRILE	106	0.172	0.992	1.747	33.4	13.6
MAGGIO	137	0.337	0.977	1.932	39.5	16.1
GIUGNO	167	0.407	0.968	2.021	41.9	17.1
LUGLIO	198	0.369	0.968	1.971	40.4	16.5
AGOSTO	228	0.233	0.977	1.813	35.3	14.4
SETTEMBRE	259	0.030	0.992	1.601	27.5	11.2
OTTOBRE	289	-0.175	1.009	1.391	19.3	7.9
NOVEMBRE	319	-0.335	1.023	1.212	13.1	5.3
DICEMBRE	350	-0.408	1.032	1.120	10.3	4.2

In base ai calcoli precedenti è stato possibile ricavare ET_{pj} [mm] ed $n_j \cdot ET_{pj}$ [mm] da cui, per sommatoria, ET_p [mm]:

Tab.7.6: Evapotraspirazione potenziale mensile.

	ET_{pj}	$n_j \cdot ET_{pj}$
GENNAIO	0.5	14.3
FEBBRAIO	0.8	21.1
MARZO	1.3	39.1
APRILE	1.9	57.9
MAGGIO	2.8	85.5
GIUGNO	3.4	101.9

LUGLIO	3.7	115.4
AGOSTO	3.1	95.1
SETTEMBRE	2.1	63.0
OTTOBRE	1.2	37.4
NOVEMBRE	0.6	18.6
DICEMBRE	0.4	13.2

L'evapotraspirazione potenziale risulta così essere pari a 662.5 mm.

$$I = \frac{P - ET_p}{ET_p} = 2.8$$

L'indice di Thornthwaite calcolato indica che il bacino è situato in una zona tendenzialmente piovosa a clima umido. Le precipitazioni, infatti, superano abbondantemente la quota di ET_p . Facendo riferimento alle 6 classi proposte dall'autore, in base all'indice climatico trovato il clima è iperumido.

È necessario, però, osservare che si sono riscontrati valori eccessivi per le precipitazioni medie mensili (spesso superano i 300 mm) probabilmente dovuti a problemi nell'importazione dei dati dalle stazioni.

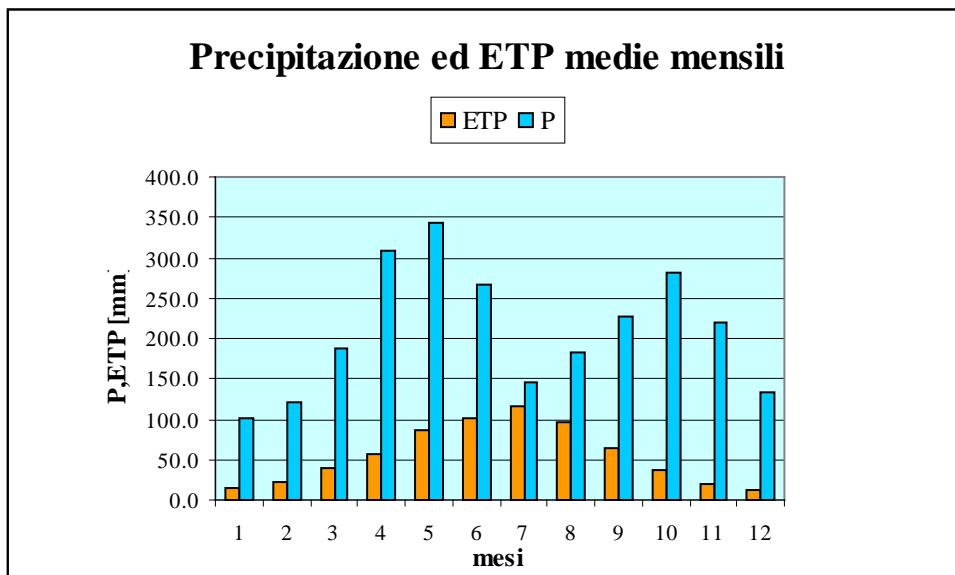


Fig.7.1 - Precipitazioni ed ETP medie mensili.

3. Il diagramma ombrotermico costruito (fig.7.2) indica che non è mai possibile un deficit idrico perché il valore dell'evapotraspirazione potenziale è sempre inferiore alla precipitazione anche nei mesi estivi.

I problemi riscontrati nel valore dei dati importati, cui si è fatto cenno in precedenza, potrebbero però aver alterato la stima delle precipitazioni medie mensili. Con minori altezze di pioggia si sarebbe potuta verificare la condizione di $ET_p > P$ nei mesi estivi, con la conseguenza di un deficit idrico; in realtà occorrerebbe conoscere l'andamento dell'ET effettiva, dipendente dalla disponibilità di acqua in eccesso al suolo che può evapotraspirare. Nei mesi estivi è lecito supporre che la carenza di acqua riduca, all'avanzare dell'estate, il valore di ET reale. Solo se il suolo fosse perennemente umido ET_p coinciderebbe con ET effettiva.

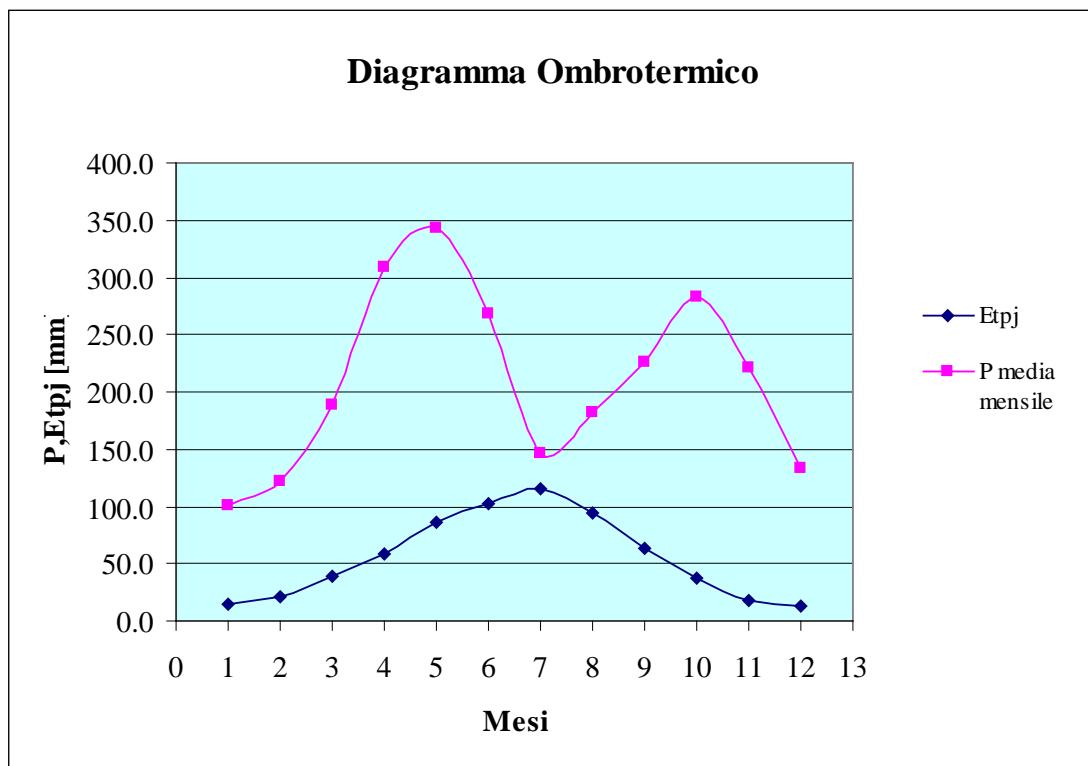


Fig.7.2 - Diagramma ombrotermico.

È stato, infine, costruito il regime pluviometrico (fig.7.3) del bacino raffigurando l'andamento della precipitazione media mensile rapportata alla media delle medie mensili lungo l'anno:

$$\frac{\bar{P}_j}{\bar{P}/12}$$

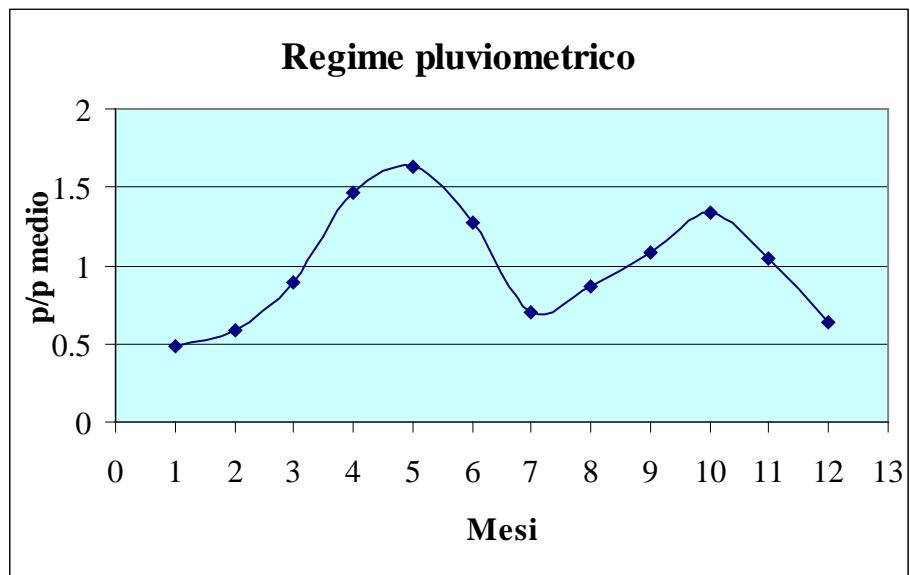


Fig.7.3- Regime pluviometrico.